ÉCOLE DES HAUTES ÉTUDES COMMERCIALES
AFFILIÉE À L'UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

LE CONTRAT GOUVERNEMENT-FIRME PRIVÉE OPTIMAL EN PRÉSENCE D'INCERTITUDES ET D'ASYMÉTRIE D'INFORMATION

par
Faouzi Tarkhani

Sciences de la gestion

Mémoire présenté en vue de l'obtention
du grade de maître ès sciences
(M.Sc.)

novembre 97

A mes parents, en témoignage de leur confiance, de leur soutien et de leurs encouragements tout au long de mes études.

***A** mes frères et ma sœur qui ont beaucoup sacrifié afin de m'assurer le climat favorable et les conditions idéales de travail.*

***A** tous mes amis, pour leur aide et leur coopération dans l'élaboration de ce mémoire.*

REMERCIEMENTS

Au terme de ce travail, je tiens tout d'abord à exprimer ma gratitude à Monsieur ***Georges Dionne***, directeur de mon mémoire, pour la confiance qu'il m'a témoignée et pour sa disponibilité. Ses précieux conseils, sa grande rigueur et ses encouragements m'ont amené à parfaire mes aptitudes de recherche. Ce fut un honneur pour moi de travailler avec Georges Dionne qui se distingue par son professionnalisme et la richesse de ses connaissances.

J'aimerais également remercier Monsieur ***Martin Boyer***, directeur de l'atelier de recherche en finance et lecteur de ce travail. Ses judicieux commentaires ont permis d'améliorer la qualité de ce mémoire et d'enrichir mes réflexions.

J'adresse mes sincères remerciements à Monsieur ***Michel Patry***, lecteur de ce mémoire, pour l'intérêt et la confiance qu'il a témoigné à mon égard.

Mes remerciements les plus affectueux s'adressent aussi à mes parents, mes frères, ma sœur et tous mes amis étudiants à Montréal qui ont fait preuve de beaucoup de compréhension à mon égard et qui m'ont aidé d'une façon ou d'une autre à achever ce mémoire.

Enfin, je ne peux pas oublier de témoigner ma reconnaissance et mes vifs remerciements à la Chaire de Gestion des Risques pour le soutien financier durant mes études de maîtrise.

TABLE DES MATIÈRES

Titres

LISTE DES TABLEAUX

LISTE DES ANNEXES

INTRODUCTION

Conçus comme des moyens de gestion efficaces des fonds publics, les marchés publics sont ordonnés par des règles assurant l'équité d'accès et de traitement des firmes participant à l'enchère. Ainsi, compte tenu de la spécificité de cet instrument, le Gouvernement définit les contrats engagés dans les marchés publics, et ce en spécifiant les règles d'attribution du marché et les règles de paiement.

Néanmoins, le contrat engagé confronte les firmes participantes à l'enchère avec des incertitudes. Ces incertitudes peuvent être *ex post*, et porter sur la valeur des coûts d'exécution, comme elles peuvent être *ex ante* et porter aussi sur l'issue de la procédure. Par conséquent, il n'est pas possible d'élaborer un contrat complet, qui détermine les paiements dans tous les états de la nature. Donc, le paiement est le résultat d'un contrat incomplet.

À quoi s'ajoute l'asymétrie informationnelle, au détriment du Gouvernement et en faveur des offreurs. En effet, au cours de l'enchère, le gouvernement ignore les coûts réels des firmes participantes à l'enchère. Ceux-ci peuvent être affectés non seulement par la compétence ou l'efficacité de la firme soumissionnaire, mais aussi, une fois le contrat attribué, par les efforts consentis par la firme engagée pour réduire les coûts de réalisation du projet public. Ces deux problèmes d'asymétrie d'information sont connus dans la littérature économique sous les noms de la sélection adverse et du risque moral.

Ainsi, ces incertitudes sur les coûts de réalisation et sur l'issue de la procédure confèrent un rôle essentiel à l'attitude des firmes soumissionnaires vis-à-vis du risque. Le Gouvernement doit donc concevoir un contrat optimal tout en tenant compte de cette attitude, qu'il ne peut pas observer.

Les marchés publics présentent donc un ensemble de caractéristiques typiques : contrats incomplets, risque moral, sélection adverse, incertitudes *ex ante* et *ex post*. Ces problèmes bien connus depuis le développement de la théorie de l'agence (Holmstrom (1979), Shavell (1979), Grossman et Hart (1983)) s'ajoutent à ceux qui résultent de la mise en compétition. En effet, si le contrat ne concerne *ex post* qu'une seule firme, *ex ante* plusieurs offreurs potentiels sont susceptibles de répondre à la demande du Gouvernement.

La théorie des enchères issue des travaux de Vickrey (1961) et développée par Holt (1980), Myerson (1981), Riley et Samuelson (1981), Milgrom et Weber (1983), Mc Afee et Mc Millan (1986, 1987), Laffont et Tirole (1986), permet de comprendre les stratégies des offreurs dans une enchère et, de définir, dans différents environnements, la procédure optimale et, surtout ce qui nous concerne, la règle de paiement optimal.

Toutefois, jusqu'à une époque très récente, les analyses concernant les marchés publics se situaient dans le cadre de la sélection adverse pure (Sherer (1962), Mc Call (1970), Baron (1972), Holt (1982)). Ce n'est que depuis la seconde moitié des années 80, que des études traitant simultanément la sélection adverse et le risque moral sont apparues. Certaines ont été réalisées par Mc Afee et Mc Millan (1986) dans le cadre d'une classe de contrats linéaires et par Laffont et Tirole (1986) dans le cadre général.

Ces recherches ont permis, à l'instar d'une autre étude de Mc Afee et Mc Millan (1987), de renouveler l'analyse des marchés publics en adoptant un point de vue normatif, caractérisant ainsi les contrats optimaux.

Dans leurs articles, Mc Afee et Mc Millan (1987) et Laffont et Tirole (1986) ont étudié les caractéristiques des contrats optimaux en présence des deux problèmes. Ils ont réussi à montrer dans le cas où les deux parties sont neutres au risque, que le contrat optimal est un contrat linéaire *incitatif*. Selon ces deux études, le paramètre de partage des coûts n'est pas constant mais il dépend du type de la firme sélectionnée.

Contrairement à leur modèle de 1987, Mc Afee et Mc Millan (1986) ont supposé la linéarité des contrats comme une hypothèse *ad hoc*, pour montrer que le niveau optimal de partage du risque, exprimé par le paramètre optimal de partage des coûts α, est le résultat d'un arbitrage entre trois effets : l'effet du risque moral, l'effet de partage du risque et l'effet de la compétition des enchères. Ainsi en cas de neutralité vis-à-vis du risque des agents, ils ont expliqué le calcul du paramètre de partage des coûts par l'existence de l'effet de la compétition des enchères. Selon eux, cet effet opère dans le même sens que l'effet de partage du risque.

En outre, ils ont montré d'une part que le paramètre de partage des coûts n'est jamais égal à 1 et, d'autre part, que lorsque le nombre des agents est très important, l'effet de la compétition des enchères est négligeable. Donc, ce paramètre est seulement déterminé par l'arbitrage entre l'effet du risque moral et l'effet de partage du risque. Il ne tend vers zéro que lorsque les agents sont neutres au risque.

À la suite de l'étude du modèle de Mc Afee et Mc Millan (1986) et de leur simulation, nous pouvons poser les questions suivantes :

Est-ce que l'effet nouveau de la compétition des enchères, suggéré par Mc Afee et Mc Millan (1986), n'est pas un substitut de l'effet de l'aversion au risque ?

Est-ce que le contrat dans lequel le paramètre de partage des coûts est nul (contrat *fixed price*), n'est pas un contrat optimal en présence d'aversion au risque des agents ? Autrement dit jusqu'à quel point le théorème de Mc Afee et Mc Millan (1986) est-il toujours vrai ?

L'objectif de ce travail est de répondre à ces questions tout en cherchant à trouver le niveau optimal de partage du risque entre les deux parties. À cette fin, en négligeant les incertitudes *ex post* , nous allons étendre l'application de Mc Afee et Mc Millan (1986).

Dans l'extension, le niveau de partage du risque entre les deux parties résultera de l'attitude différente des deux parties envers le risque : le Gouvernement sera considéré neutre au risque alors que, contrairement à l'application de Mc Afee et Mc Millan (1986), les firmes privées auront une aversion pour le risque relative constante.

Notre étude est alors structurée de la façon suivante :

Dans une première partie, nous présenterons essentiellement la revue de la littérature. Le premier chapitre étudie le cadre théorique et les problèmes associés à la conception d'un contrat optimal. Le deuxième chapitre présente un contrat linéaire optimal, les contrats élaborés en pratique ainsi que les récentes contributions dans ce domaine. Enfin il discute de l'importance de l'audit. Dans le troisième chapitre, nous proposerons une présentation du modèle de Mc Afee et Mc Millan (1986) et de celui de Laffont et Tirole (1986). Enfin une comparaison des modèles et des commentaires sur leurs mérites respectifs seront donnés.

Ce travail vise à explorer l'effet de l'aversion au risque des firmes sur le niveau optimal de partage du risque, définissant ainsi le contrat optimal. C'est pourquoi, au niveau de la deuxième partie, nous présenterons dans le quatrième chapitre la réplication de la simulation du

Mc Afee et Mc Millan (1986), puis la démarche de Mougeot et Neagelen (1993). Pour ensuite montrer l'importance de cet effet dans les deux chapitres suivants. Ainsi, nous présenterons dans le sixième chapitre le cas spécial de Mc Afee et Mc Millan (1986), qui tient compte de l'aversion au risque des offreurs. Et, enfin, en utilisant la démarche de Mougeot et Naegelen (1993), nous établirons un modèle, qui essaye de répondre à nos questions et qui constitue l'apport de cette recherche. Le septième chapitre présentera ce modèle et son illustration, ainsi qu'une simulation à partir des données du modèle Mc Afee et Mc Millan (1986) et des commentaires.

CHAPITRE 1

INCERTITUDES ET INCITATIONS

1.1.Introduction

Par le passé, seul le Gouvernement assurait l'exécution des tâches d’intérêt général. Récemment, le pouvoir législatif a permis aux entités publiques de faire appel aux marchés publics, et ce en signant des contrats avec des firmes privées, en vue de la réalisation des projets publics. Ces marchés publics s'effectuent principalement au moyen de procédures d'enchères (appel d’offres).

Selon Mc Afee et Mc Millan (1987), la part du revenu national consacrée aux dépenses du Gouvernement associées aux appels d’offres pour des marchés publics, représente environ 15 pour cent du revenu national, du moins dans les pays d’Amérique du Nord. Alors que dans les pays d’Europe, selon Mougeot et Naegelen (1993), les transactions liées aux marchés publics représentent 15 pour cent de la production intérieure ; ce qui montre l’importance des marchés publics dans l’économie des pays.

Néanmoins, durant ces dernières années, et face au déficit budgétaire et à une crise des finances publiques, nous assistons à la privatisation des secteurs autrefois considérés d’intérêts publics. Le Gouvernement non seulement confie l'exécution des projets à des firmes privées mais aussi, leur permet l'exploitation de ces projets.

À cet effet, une étude comparative entre ces différentes alternatives fera l’objet de la première section. Nous utiliserons le regard nouveau que donne la théorie des coûts de transactions entre exécuter soi-même et confier l'exécution à une autre partie.

Puis, nous allons nous concentrer sur l’alternative de confier l’exécution à une firme privée. C’est pourquoi, nous présenterons à la deuxième section les différents risques encourus en faisant recours à une autre partie pour l'exécution d'un projet, et la définition d'un contrat incomplet.

La relation Gouvernement- firmes privées entre dans le contexte relation Principal-Agent. Il sera donc nécessaire de présenter les problèmes générés par cette relation. Cette partie fera l'objet de la troisième section.

Enfin, le Gouvernement confie l'exécution du projet au moyen de procédures d'enchères, c'est pourquoi la dernière section sera consacrée à la théorie des enchères, et les incertitudes que peuvent confronter les firmes participantes à l'enchère.

1.2.Coûts de transaction et structures des modes de gestion

C'est Coase (1937), qui fut le précurseur de la théorie des coûts de transaction. Par la suite, Olivier E. Williamson (1975) a poursuivi la recherche dans cette voie. En fait, Williamson (1975) a commencé à comparer, en terme des coûts de transaction, le recours à la sous-traitance sur le marché à la solution de l'intégration des prestations (solution de hiérarchie). En effet, selon Williamson (1975), lors de l'organisation d'un échange entre deux parties, la première solution (solution du marché) génère des coûts de transaction externes, qui sont les dépenses utilisées pour la conception et le suivi du contrat, alors que la deuxième solution génère des coûts d'organisation ou de transactions internes.

Ultérieurement, Olivier E. Williamson a introduit entre les cas polaires du marché et de hiérarchie des solutions intermédiaires dites hybrides, formant ainsi les trois types de structures des modes de gestion. Les solutions hybrides couvrent les contrats de franchises et les conventions de partenariat.

En fixant à des niveaux moyens deux attributs des transactions, l'incertitude et la fréquence, Williamson (1991) a esquissé l'ensemble optimal des trois catégories de solution en fonction de la spécificité des actifs mis en œuvre.

Il est à noter que le terme actif est utilisé dans un sens très large : il peut correspondre à un équipement dédié à une compétence spécifique, comme il peut correspondre à tout autre actif corporel.

Ensuite, Williamson (1991) a fait varier le niveau d'incertitude lié à toute transaction entre deux parties contractantes. Il a montré que l'augmentation de l'incertitude peut détériorer l'efficacité de toutes les structures des modes de gestion. En fait, la solution hybride est la plus susceptible, car elle ne peut pas être faite unilatéralement (comme le cas de la solution du marché) ou par commandement (comme le cas de la solution de hiérarchie), elle exige un consentement mutuel. La solution hybride devient non viable lorsque l'incertitude devient importante.

En conclusion, il nous semble que le message principal à retenir de ces travaux est qu'il n'y a pas de supériorité systématique d'un mode de gestion sur un autre, du privé par rapport au public. Suivant les cas, il conviendra d'acquérir les prestations sur le marché (marchés publics classiques), de les réaliser dans le cadre d'une convention de partenariat de longue durée ou de les réaliser soi-même.

Dans ce qui suit, nous allons essayer d'identifier les risques encourus à l'occasion de délégation de l'exécution à une firme privée. Par conséquent, nous allons montrer que l'élaboration d'un contrat d'exécution qui tient compte de tous ces risques et incertitudes est presque impossible; c'est pourquoi des contrats incomplets sont souvent élaborés.

1.3.Identification des risques

L'identification des risques est essentielle pour la conception d'un contrat d'exécution d'un projet. Les risques sont spécifiques à chaque projet, néanmoins, l'identification des risques est utile pour l'allocation de ces risques entre les parties contractantes.

Il y a neuf catégories de raisons attribuées à l'échec d'un projet (Hoffman (1989)). Trois causes de cet échec concernent la phase de conception et la phase de construction : retard dans les délais d'achèvement de la phase de construction, augmentation dans les fonds exigibles pour compléter la construction, et insolvabilité ou manque d'expérience de la part de la firme engagée ou d'un fournisseur potentiel. Les six autres risques généralement existent durant les périodes de commencement et opérationnelles d'un projet : échec technologique ou obsolescence, changements des lois en vigueur, pertes inassurées, non-disponibilité ou augmentation des prix des matières premières, baisse de la demande ou du prix de l'output, et négligence opérationnelle.

Au niveau de cette section nous allons établir seulement la liste des risques encourus durant la phase d'exécution du projet (la phase de construction), puisque les contrats de délégation d'exécution sont l'objet de cette recherche.

Augmentation des coûts de construction

Le risque que la construction d'un projet coûtera plus que le montant prévu pour cette phase, est le risque le plus important pour les deux parties contractantes. En effet, selon l'étude de Castle (1975), dans 71% des projets étudiés il a eu dépassement des coûts prévus.

Les coûts réalisés au cours de la phase d'exécution excéderont les coûts prévus pour plusieurs raisons, incluant les plans de l'ingénierie et de conception inadéquates, inflation, fluctuations des taux de change...

Le risque de l'accroissement des coûts de construction peut résulter de l'accroissement des coûts du service de la dette durant la phase d'exécution, de l'indisponibilité des fonds suffisants pour compléter la construction, et même, s'ils sont disponibles, la firme engagée est incapable de payer les intérêts ainsi que le principal d'une dette additionnelle exigée pour poursuivre l'exécution du projet.

Retard dans les délais d'achèvement de la construction

Ce risque est parmi les risques les plus vécus. En effet, Caste (1975) a constaté que 59% des projets étudiés ont souffert d'un retard dans les délais d'achèvement. Par exemple, dans le cas du projet d'Eurotunnel, la phase de construction ne s'est achevée qu'en 1994, alors qu'elle était prévue fin 1992.

Le retard dans les délais d'achèvement peut aboutir à un accroissement des coûts de construction du projet et à une augmentation concomitante des coûts du service de la dette.

Expérience et ressources de la firme contractante

L'expérience et la réputation de la firme engagée peuvent être considérées comme un garant de l'achèvement dans le temps de la phase d'exécution. Ainsi, la firme contractante doit avoir les ressources financières nécessaires pour supporter les provisions contractuelles reliées aux paiements des dommages, aux garanties de l'exécution, aux indemnités, et aux obligations d'auto-assurance.

Au-delà des ressources financières, la firme contractante doit posséder des ressources techniques et humaines suffisantes pour satisfaire les exigences de l'autre partie, qui est le Gouvernement dans notre cas. Le risque potentiel est que la firme contractante soit incapable d'accomplir sa tâche, et ce soit parce qu'elle a un engagement faible dans l'industrie, soit qu'elle possède des ressources insuffisantes ou qu'elle souffre d'un manque d'expérience et de connaissance.

Matériaux de construction

Le risque le plus vécu dans les pays industrialisés, est le risque de la non-disponibilité des matériaux de construction, nécessaires pour l'exécution du projet. En fait, le prix et le temps nécessaires pour la fabrication des ces matériaux ou le transport peuvent affecter les économies de la même manière que les accroissements du coût et les retards dans les délais d'achèvement.

Facilité du site

Les conditions préexistantes à propos du site d'un projet peuvent affecter les coûts de construction à la hausse, spécialement lorsque le site engendre des problèmes imprévus. Par exemple, les problèmes de conditionnement du site peuvent affecter le prix du projet ou le programme de construction. En outre, les opérations incluant les formations géologiques et les autres conditions souterraines du site peuvent aussi augmenter les coûts de construction ou retarder l'achèvement prévu de la phase de construction.

Technologie

C'est le risque de faire recours durant la phase de construction à des technologies non déjà testées. En effet, dans ce cas il est difficile de connaître l'efficacité du processus employé. Néanmoins, nous pouvons minimiser ce risque dans le cas où la firme engagée utilise une nouvelle technologie tout en offrant une garantie de performance de cette technologie au Gouvernement.

Environnement politique et législatif

Même si notre recherche concerne les projets publics, les risques politiques et législatifs sont inhérents à tout projet que se soit public ou privé. Ce risque résulte d'un changement politique ou des lois en vigueur. Il concerne surtout les pays moins développés. Il peut être par exemple une action indirecte gouvernementale sous forme d'une augmentation des taxes ou d'un changement des lois d'exportation et d'importation dans le cas des matériaux de construction importés.

Force majeure

"Force majeure" est le terme utilisé généralement pour se référer à un événement au-delà du contrôle des parties contractantes, incluant incendie, inondation, guerre et grève...

contrat Gouvernement-firme privée ‘’contrat incomplet’’

L'engagement des deux parties contractantes (Gouvernement; firme privée) est concrétisé par un contrat. Or le contrat confronte les deux parties avec des incertitudes. Ces incertitudes portent sur les coûts d’exécution *ex post* et sur l’issue du contrat lui-même. Par conséquent, les contrats Gouvernement-firmes privées sont nécessairement incomplets.

En effet, il n’est généralement pas possible de rédiger un contrat complet, qui tient compte des incertitudes et de la divergence d’intérêts des deux parties. L’élaboration des contrats contingents à de très nombreux événements serait coûteuse. En outre, il existe des états de la nature qui sont difficiles à prévoir, par les deux parties contractantes.

1.4.Relation Principal-Agent

La combinaison entre le partage du risque et le risque moral constitue le problème dans la littérature économique connu sous le nom du problème Principal-Agent (Holmstrom (1979), Shavell (1979), Grossman et Hart (1983)).

Dans le problème Principal-Agent, le principal délègue l'exécution d'une tâche à l'agent. Le revenu de l'agent ou son coût dépend de deux variables : le niveau d'effort de l'agent, et un élément aléatoire qui est au-delà du contrôle de l'agent.

Néanmoins, l'agent connaît son niveau d'effort et aussi l'effet de la variable aléatoire sur son revenu ; alors que le principal est supposé incapable d'observer l'effort de ce dernier. Par conséquent, le principal ne peut pas, à partir des observations sur le revenu de l'agent, déduire quel est le niveau d'effort choisi par l'agent.

C'est **l'asymétrie d'information** qui est l'élément crucial dans le problème Principal-Agent. Si le principal est capable d'observer l'effort de l'agent, il peut facilement concevoir un schéma de récompenses optimal, qui induit un niveau approprié d'effort de l'agent. Le schéma de récompenses optimal est le paiement d'un montant égal à la production marginale.

En présence d'asymétrie d'information, le principal ne peut pas dénouer les conséquences de l'effort de l'agent des conséquences de la variable aléatoire; ainsi le paiement de l'agent en se référant à sa production marginale est infaisable.

Les économistes tranchent typiquement le problème Principal-Agent en deux étapes : la première étape est l'évaluation de la meilleure action de l'agent pour un contrat donné, alors que la deuxième étape est l'identification de la structure optimale du contrat. Le principal conçoit le contrat, qui lui est optimal et répond aux exigences de l'agent.

1.5.Théorie des enchères

Dans le problème standard Principal-Agent, il y a un agent particulier, qui exécute le projet, alors que dans un contrat Gouvernement-Firme privée, un autre élément apparaît : le Gouvernement (le principal) est capable de choisir une firme particulière (agent) parmi un ensemble des firmes possibles (agents potentiels).

En effet, si le contrat ne concerne *ex post* qu'une firme, *ex ante* plusieurs firmes sont susceptibles de répondre à la demande du Gouvernement. La théorie des enchères, issue des travaux de W. Vickrey (1961) et développée par Holt (1980), Myerson (1981), Riley et Samuelson (1981), Milgrom et Weber (1983), Mc Afee et Mc Millan (1986, 1987), permet de comprendre les stratégies des firmes privées dans un appel d'offres, de définir, dans des différents états de la nature, la procédure optimale et, surtout pour ce qui nous concerne, la règle de paiement optimale.

En pratique, la forme d'enchère la plus utilisée pour l'allocation des marchés publics est l'enchère sous pli fermé au premier prix, c'est une enchère où les firmes placent sous pli fermé leurs offres, et la moins offrante remporte le projet.

Néanmoins, dans certains cas, le Gouvernement sélectionne l'offre ''économiquement la plus avantageuse'', ceci implique une appréciation multidimensionnelle des soumissions en fonction du prix, des performances et d'un ensemble de paramètres exprimant la qualité de l'exécution (résistance, propriétés physico-chimiques, qualités esthétiques...) ou de la firme (localisation, service après vente, réputation, délais d'achèvement...).

Dans la suite de ce travail, nous supposons que la forme d'enchères appliquée par le gouvernement est celle qui sélectionne le prix le plus bas. En fait, celle-ci suppose que l'offre de l'agent est un paramètre mesurant son efficacité : ce paramètre peut être son espérance de coût.

Cependant, lors d'un appel d'offres, chaque firme est confrontée pour formuler son prix d'offre aux incertitudes suivantes :

- Incertitude sur ses propres coûts notamment sur les coûts qu'elle aura effectivement à supporter en cours d'exécution de la convention si elle sort vainqueur de la compétition.
- Incertitude sur le nombre des concurrents.
- Incertitude sur les coûts et prix des concurrents.
- Incertitude sur les préférences du Gouvernement, en particulier sur sa demande de qualité.

À quoi s'ajoute l'asymétrie informationnelle, au détriment du Gouvernement et en faveur des offreurs. En fait, au cours de l'appel d'offres, le Gouvernement ignore les coûts réels des firmes. Ceux-ci peuvent être affectés non seulement par la compétence ou l'efficacité de la firme, mais aussi, une fois le contrat attribué, par les efforts consentis par la firme gagnante pour réduire les coûts de réalisation du projet public.

1.6.Collusion lors de l'appel d'offres

Lorsque le Gouvernement lance un appel d'offres, il est supposé que les firmes participantes à la compétition n'agissent pas d'une manière coopérative. C'est à dire, qu'elles ne peuvent pas arriver à un arrangement pour augmenter leurs offres.

Il y a trois justifications pour cette hypothèse : premièrement, les ententes sont illégales. Deuxièmement, les firmes en question doivent former un cartel qui désigne le vainqueur de chaque marché, et donc doivent établir le montant de toutes offres et résoudre le problème de partage de la rente ainsi obtenue. Enfin, la collusion a une durée de vie limitée : les profits élevés, gagnés grâce à l'entente, attirent des nouveaux concurrents, et par conséquent, la compétition engendrée tend à détruire tout arrangement collusoire.

Néanmoins, le fait que les arrangements collusoires peuvent persister quelque temps, constitue pour le Gouvernement un sérieux problème à court terme. Le contrat proposé au niveau de cette recherche ne tient pas compte des actions jointes des offreurs. En fait, le Gouvernement peut prendre des actions pour rendre la collusion difficile : poursuites judiciaires, encourager la compétition, et ce en fournissant des informations sur les procédures ou les critères d'attribution et les technologies requises.

Il est à noter que, même en absence d'une collusion, la compétition entre les offreurs rend leurs prix moins élevés, et donc minimise les coûts espérés du Gouvernement.

1.7.Conclusion

Les incertitudes sur les coûts réalisés de l’exécution et les incertitudes concernant l’élaboration des offres, confèrent un rôle essentiel à l’attitude des offreurs vis-à-vis du risque. Le Gouvernement doit définir des contrats en fonction de cette attitude.

Traditionnellement, il est supposé que le Gouvernement est moins riscophobe que les firmes privées. En effet, dû d'une part à la dilution du risque sur les nombreuses activités du Gouvernement, et d'autre part à la dilution du financement sur des nombreux contribuables, il est considéré en général que le Gouvernement est neutre face au risque.

Inversement, lorsque les projets en question représentent une taille importante relativement au chiffre d'affaires des firmes privées, ces dernières sont supposées riscophobes; toutefois des firmes ayant des activités diversifiées peuvent se comporter de façon neutre pour des projets publics de petite taille.

Pour définir les règles de paiements, le Gouvernement doit connaître le comportement des firmes vis-à-vis du risque, chose qui à priori est impossible. Nous montrerons au niveau de ce travail que les règles des paiements conduisent à des résultats différents selon ce comportement.

CHAPITRE 2

LE CONTRAT OPTIMAL

2.1.Introduction

Dans ce chapitre, nous allons essayer de dériver la forme du contrat Gouvernement-Firme théoriquement optimal, tout en tenant compte des trois effets suivants : L'effet de partage du risque, l'effet du risque moral et l'effet de la compétition des enchères.

En outre, le contrat optimal Gouvernement-Firme privée doit tenir compte de l'attitude des firmes participantes à l'enchère vis-à-vis du risque. Donc, le contrat optimal est le résultat d'un arbitrage entre les effets de ces phénomènes.

En pratique, le pouvoir législatif prévoit des clauses liant le paiement final du Gouvernement à une combinaison de l'offre de la firme et des coûts réalisés. Ainsi, après avoir présenté les différents types de contrats prévus par les législations américaines ou canadiennes, nous allons essayer de définir le contrat linéaire optimal. Notons que cette partie sera plus élaborée au niveau des chapitres suivants.

La plupart des recherches dans le domaine des contrats de délégation ont été réalisées dans le cadre d'analyse des contrats de défense ; c'est pourquoi une troisième section présentera les dernières contributions dans ce domaine.

Une partie importante du paiement final repose sur les coûts réalisés. Il convient de disposer d'informations fiables sur ses coûts, d'où l'importance de l'audit. La quatrième partie abordera l'audit et les conséquences des coûts qu'il engendre.

2.2.Les types de contrats

En cherchant à définir le contrat le plus complet, le «Federal Acquisition Regulation System» offre plusieurs types de contrats (voir tableau 1). Certains paramètres de ces contrats exigent des négociations *ex ante* et d'autres exigent des négociations *ex post*.

Premièrement, il y a le contrat *firm fixed price*. Il présente l'arrangement de paiement le plus rigoureux. Dans ce type de contrat, c'est la firme elle-même qui fixe le paiement, et ce en se référant à son expérience pour bien estimer ses coûts. Il s'applique lorsque les incertitudes sont moins élevées, par conséquent la firme peut à partir des informations extérieures faire des estimations correctes. Dans ce type de contrat, le prix peut être l'objet d'une négociation *ex ante*.

Si les deux parties constatent que les coûts peuvent subir des fluctuations, le contrat devient alors un contrat *fixed price* avec ajustement économique du prix. Ce type de contrat utilise généralement des indices sur la main d'œuvre et sur les matériaux spécifiques, pour déterminer le prix, et ce selon un accord sur la formule de paiement.

En pratique, la flexibilité de chaque contrat dépend du nombre des catégories d'indices et de leurs importances ; mais elle est limitée par la préspécification explicite des éventualités et des formules de paiements.

Lorsque les éventualités sont insuffisamment quantifiables pour utiliser des indices, les parties peuvent s'entendre dès le départ pour spécifier un prix maximal à ne pas dépasser (*not to exceed price initially*), laissant ainsi aux négociations futures la détermination d'un prix de la firme au-dessous du scellé.

Néanmoins, si les deux parties anticipent que des catégories des coûts peuvent subir des fluctuations durant la période de l'arrangement, elles peuvent dégager le prix scellé par indexation partielle du prix sur des indices des coûts préspécifiés.

Lorsque la performance contractuelle évoque des éventualités imprévues ou non quantifiables, les parties peuvent adopter un arrangement de partage des coûts, et ce pour donner au contractant une incitation afin qu'il minimise ses coûts. Dans un contrat *incitatif fixed price* (*firm target*), les parties négocient de façon *ex ante* un coût objectif, une formule d'ajustement du profit, et un paramètre de partage des coûts. Si les coûts sont tenus au-dessous de l'objectif, le contractant reçoit une partie de l'économie, contrairement si les coûts excèdent l'objectif, le contractant supporte une portion de l'excès.

Si les éventualités imprévues sont importantes, les parties peuvent être incapables de déterminer des objectifs *ex ante*. Le résultat est un contrat *incitatif fixed price* (*successive targets*) dans lequel les deux parties négocient les coûts objectifs et le profit objectif compte tenu des informations acquises. Les négociations sont généralement non structurées et la détermination des objectifs finaux est sans entrave dans les intérêts de chaque partie.

En outre, deux catégories principales sont prévues par la réglementation américaine :
Les contrats *cost plus incentive fee* et les contrats *cost plus award fee*. Dans les premiers, le paiement est égal aux coûts observés *ex post* plus une redevance, qui est fonction de la relation entre ces coûts et les coûts objectifs.

Alors que dans les deuxièmes, le paiement est égal aux coûts observés plus une redevance. Cette redevance est formée de deux parties, une redevance fixe et une prime variant avec le résultat obtenu par rapport au critère déterminé initialement. Il est à noter que dans ces deux derniers contrats, l'appréciation est faite unilatéralement par le gouvernement.

Tableau 1 : **LES TYPES DE CONTRATS**

Types	Négociation *ex ante*	Négociation *ex post*
Firm fixed price (FFP)	• Prix	• Le contractant est supposé ayant assez d'expérience pour bien estimer ses coûts, donc pas de négociation *ex post* pour modifier le prix
Fixed price avec ajustement économique du prix (EP / EPA)	• Prix • Formule d'ajustement économique basée sur des coûts des matériaux actuels ou indexés	• Seulement un ajustement de la formule au prix spécifié *ex ante*
Prix à ne pas dépasser (*not to exceed price*) (NTE)	• Prix scellé qui ne peut être excédé dans le paiement du contractant. • Un niveau de production auquel le prix de la firme est à négocier	• Prix de la firme
Incitatif fixed price (objectif de la firme) (FPIF)	• Coûts objectifs, profit objectif, prix objectif. • Formule de partage du risque	• Les coûts finaux, le profit final et le prix final
Incitatif fixed price (objectifs successifs) (FPIS)	• Les objectifs finaux concernant les coûts, le profit et le prix. • Formule de partage des coûts. • Niveau de production auquel les objectifs de la firme sont à négocier	• Les objectifs de la firme concernant les coûts, le profit et le prix. • Les coûts finaux, le profit final et le prix final.

Source : Crocker et Reynolds (1993)

2.3.Les contrats linéaires

Les revues de littérature en ce qui concerne la relation Principal-Agent, admettent la possibilité d'un ajustement de prix du contrat. Si l'agent est plus riscophobe que le principal, alors il est dans l'intérêt des deux parties de partager le risque. Le contrat optimal est celui qui échange le partage du risque contre le risque moral.

Arrow (1985, p 48), en évaluant la théorie du Principal-Agent, a noté que les relations observées en réalité diffèrent de celles prédites par la théorie.

Most importantly, the theory tends to very complex fee functions. It turns out to be difficult to establish even what would appear to be common-sense properties of monotonicity and the like. We do not find such complex relations in reality.

Holmstrom et Milgrom (1987) ont fait la même remarque. Ainsi, le contrat optimal qui échange le risque moral contre le partage du risque peut être relativement simple.

Néanmoins, Mc Afee et Mc Millan (1987) ont proposé un modèle fournissant une explication d'un ajustement du prix du contrat sans évoquer l'aversion au risque. En effet, en supposant que le principal et les agents sont neutres au risque, Mc Afee et Mc Millan (1987) ont réussi à montrer que le contrat optimal, qui échange le risque moral contre la sélection adverse est un contrat linéaire en revenus.

De même Laffont et Tirole (1986), en traitant l'effet du risque moral et l'effet de la sélection adverse et en supposant les deux parties contractantes neutres au risque, ont réussi à montrer que l'allocation optimale est linéaire en coûts, et ce quelle que soit la distribution des coûts.

Il est clair que les contrats linéaires ont des avantages d'ordre pratique dans la simplicité d'utilisation et ils possèdent une simplicité analytique, c'est pourquoi les modèles de contrat imposent parfois la linéarité comme une hypothèse *ad hoc* (Mc Afee et Mc Millan (1986), Stiglitz (1974), Weitzman (1980)).

2.3.1.Forme

Le paiement dans un contrat linéaire Gouverenement-firme privée est sous la forme suivante :

$$P = \alpha c + \beta b + \gamma \text{, où} \qquad (1)$$

P est le paiement espéré à l'agent. Il dépend du coût *ex post* du projet, c, et de l'offre de l'agent sélectionnée, b ; α, β et γ sont constants.

Si $\alpha = 1$ et $\beta = 0$, l'équation (1) définit un contrat *cost plus* et γ représente alors le profit.

Si $\alpha = 0$ et $\beta = 1$, c'est un contrat *fixed-price.*

Si $0 < \alpha < 1$ et $\beta = 1 - \alpha$, c'est un contrat *incitatif* dans lequel l'agent est responsable d'une fraction $(1 - \alpha)$ de l'accroissement des coûts.

Bien que le contrat linéaire de l'équation (1) semble donner au principal trois paramètres à contrôler (α, β et γ), le seul paramètre d'importance est le paramètre de partage des coûts α.

Si $\alpha < 1$, alors les coûts réalisés par le contractant ne sont pas entièrement couverts par le principal. Ainsi, plus le coût espéré de la firme est élevé plus celle-ci est incitée à faire une offre élevée. D'où, les offres révèlent les coûts espérés relatifs : En sélectionnant la firme qui possède l'offre la plus basse, le principal choisit la firme la plus efficace. Inversement, sous un contrat *cost-plus* ($\alpha = 1$), il n'y a aucune motivation pour la firme inefficace de faire une offre plus élevée que la firme efficace

Les paramètres β et γ sont sans importance, la modification de la valeur engendrera un même paiement, car, si deux ou plus d'offreurs se concurrencent sur le contrat, une augmentation de γ induit une égale diminution dans chaque offre. Pour la même raison, une modification de la valeur de β (avec $\beta > 0$) engendrera le même paiement. β doit être strictement positif pour que le paiement soit relié positivement à l'offre sélectionnée. Donc le contrat est linéaire :

$$P = b + \alpha (c - b),$$

où le paiement est égal à l'offre plus une fraction de l'accroissement ou de la réduction des coûts.

2.3.2.Le contrat linéaire optimal

Dans un contrat linéaire, le paiement dépend de l'offre de la firme contractante et des coûts réalisés. Ainsi, le Gouvernement doit théoriquement offrir un contrat qui minimise son paiement espéré, et qui doit tenir compte des effets suivants :

L'effet de partage du risque : Dans un contrat *cost plus* ($\alpha = 1$), le Gouvernement prend tout le risque de l'accroissement des coûts à sa charge. Inversement, dans un contrat *fixed price* ($\alpha = 0$), c'est la firme contractante qui supporte tout le risque. Si la firme est riscophobe, elle inclut une prime dans son offre, ce qui tend à augmenter le paiement espéré par le Gouvernement.

L'effet du risque moral et de la sélection adverse : Dans un contrat *fixed price*, la firme est incitée à faire l'effort maximal pour réduire ses coûts. En effet, dans ce type de contrat, elle supporte toutes les conséquences de son effort.

Inversement, dans un contrat *cost plus*, la firme n'a pas d'intérêt à exercer des efforts pour diminuer ses coûts.

L'effet de la compétition des enchères : Mc Afee et Mc Millan (1986) ont montré que l'effet de la compétition des enchères opère dans le même sens que l'effet de partage du risque.

Lors d'un appel d'offres pour des contrats *fixed price*, chaque firme participante est incitée à offrir un prix bas pour gagner la compétition.

Néanmoins, un contrat *cost plus* n'est pas optimal en présence de la compétition des enchères, car le principal ne réussira pas à sélectionner la firme la plus efficace avec une probabilité de $\frac{n-1}{n}$.

Ainsi, en cherchant à minimiser son paiement espéré, le Gouvernement doit par le biais de α concevoir un contrat optimal qui réalise un arbitrage entre ces différents effets. Cette partie sera plus développée au cours des chapitres suivants.

2.4.Dernières contributions dans le domaine des contrats de délégation

La plupart des contributions dans le domaine des contrats de délégation sont effectuées dans le cadre des contrats du département américain de défense (DOD). Parmi les récentes analyses de la politique de profit du DOD, citons celle de Nachbar (1994), connu sous le nom de «*weighted guidelines*»[1]. Elle permet au planificateur de négocier les redevances (par conséquence, les profits nominaux) pour des contrats d'acquisition à source unique.

Selon Nachbar (1994), même après la mise en vigueur de la loi encourageant l'élaboration des contrats de délégation en compétition en 1986, 60 pour cent des contrats engagés sont faits en tenant compte du *guideline*.

Le paiement fait par la DOD, dans un contrat de délégation, est constitué d'un remboursement des coûts réalisés et d'un *markup*. Dans le «*weighted guideline*», nous trouvons une spécification des différents *markups* sur des facteurs, incluant le remboursement du fond de roulement, terrain, bâtiment et équipement. Néanmoins, le *guideline* présente des faiblesses, à savoir, d'une part il présente les paiements en valeur nominale et d'autre part il les présente distinctement pour le risque technique et le risque contractuel, alors qu'il aurait dû les présenter en prenant en considération le niveau du risque total, qui est exprimé comme le produit de ces deux risques. La structure des *markups* semble être incorrecte.

Cependant, comme le note Nachbar (1994), la signification empirique de cette imperfection est incertaine. En fait, le *guideline* permet au planificateur de mettre des bornes aux *markups*, ce qui entraîne une politique de profit cohérente, tenant compte du risque et du coût d'opportunité, et réduisant ainsi les coûts administratifs de la négociation d'un contrat.

Rogerson (1989) a montré que le traitement des coûts par le «*weighted guidelines*» crée des distorsions qui peuvent affecter l'issue même des délégations. En effet, une fraction importante des coûts sont difficiles à attribuer à des projets particuliers mais ils sont regroupés dans des pools d'accroissements des coûts. Les coûts indirects sont généralement une proportion de la main d'œuvre directe. Les incitations dans un contrat *cost plus* vont permettre aux contractants de modifier le mixe de l'input. Ainsi selon Rogerson (1989), si l'incitation n'est pas suffisamment importante, la firme contractante peut employer un surplus de main d'œuvre sur des projets et donc transférer une grande proportion des coûts indirects aux contrats *cost plus*. En

[1] Cette contribution de Nachbar résume beaucoup de ces articles, incluant un mémoire non publiée de Osband et un rapport de Rogerson (1992).

outre, la firme peut modifier son rapport main d'œuvre / capital, et ce en variant son processus de production.

Rogerson (1989) a présenté une estimation approximative de la magnitude de cet effet d'incitation. Il a utilisé des données sur quatre grandes firmes aérospatiales pour montrer qu'une firme, en subissant un dollar supplémentaire des coûts de la main d'œuvre directe dans un contrat à source unique de délégation, peut générer un revenu supplémentaire de 1,44 $.

Dans son deuxième article, Rogerson (1991) a traité le contrat de délégation dans un contexte multipériodique. Il a montré que le profit généré d'un contrat est le prix de l'activité innovatrice. En fait, il a estimé le profit économique associé à un contrat à 5 pour cent de la valeur totale du contrat. Ce résultat n'exprime pas seulement le taux de rendement des investissements en recherche et développement mais aussi l'effort déployé par la firme pour réduire ses coûts.

La contribution de Bower et Osband (1991) a démontré l'importance de prendre une perspective multipériodique sur le processus de délégation dans les contrats de la DOD. Ainsi, ils ont reconnu explicitement l'interdépendance des contrats. En effet, les contrats sont souvent renégociés dans la période subséquente. Par ailleurs, la firme initialement engagée va employer une technologie et des avantages en coûts pertinentes, pour rendre la compétition à la phase d'exécution infaisable.

Les firmes participantes à l'enchère savent que le gain de la compétition initiale leur permet d'avoir des contrats subséquents, qui sont habituellement des contrats *cost plus*. Donc, le comportement des firmes en compétition pendant l'étape initiale tient compte des profits subséquents. Les firmes les moins efficaces vont se concurrencer agressivement pendant l'étape initiale.

Bower et Osband (1991) ont démontré que le *markup* optimal se ramène au ratio des coûts totaux encourus à la première période par opposition à la deuxième période. En outre, ces deux auteurs ont généralisé leur analyse en incluant les effets *incitatifs* de l'apprentissage (*learning by doing*). Ils ont montré que le *markup* optimal est celui qui résulte d'un arbitrage entre l'effet de la compétition des enchères et les incitations pour la firme à s'engager dans l'apprentissage à faible coûts.

Bien que le paiement est le premier souci du Gouvernement, il est clair que la plupart des contrats en compétition sont multi-dimentionnels. Che (1994) a généralisé le modèle de Bower et Osband (1991), en permettant aux firmes de choisir le niveau de la qualité offerte. Il a utilisé le même modèle que Bower et Osband (1991) tout en supposant des concepts aléatoires dans la première étape. Ainsi, il a trouvé que la fixation du prix basé sur les coûts constitue un faible handicap pour les firmes efficaces, car les firmes sont capables d'exagérer la qualité pour avoir des profits élevés dans un environnement *cost plus* subséquent. Donc, cette exagération a pour effet d'accroître la probabilité de gagner la compétition dans la première étape et aussi bien d'accroître les profits dans la deuxième étape.

La conclusion essentielle de Che (1994) est qu'en théorie, la conception du contrat optimal doit considérer le prix et la qualité dans un environnement d'enchère, et en particulier, le Gouvernement doit être capable de s'engager dans une méthodologie d'évaluation, qui tient compte des ramifications en coûts de long terme des décisions initiales de la conception.

Stole (1994) a considéré des mécanismes alternatifs pour renforcer le rôle joué par les firmes rivales, et ce lorsque la firme gagnante de la compétition réalise des avantages en coûts significatifs. L'intensification de la compétition réduit la rente informationnelle gagnée par la firme engagée.

En pratique, la meilleure offre et la seconde meilleure offre se rapprochent significativement. Donc, pour minimiser les rentes informationnelles, le Gouvernement est obligé de mettre des mécanismes alternatifs pour générer plus de compétition.

Il existe plusieurs politiques alternatives, incluant les contrats à source duale, la partenariat entre les firmes, et les transferts technologiques. En ce qui concerne les transferts technologiques, Stole (1994) a montré qu'ils peuvent prendre trois formes : premièrement, la firme engagée peut être obligée de retourner les données techniques au Gouvernement. Alternativement, le contrat peut obliger la firme à transférer la technologie nécessaire à la seconde firme. Finalement, les clauses du contrat peuvent contenir des commissions prédéterminées pour accorder l'utilisation de la technologie à une autre firme.

Néanmoins, comme l'a noté Stole (1994), les transferts technologiques présentent beaucoup d'interrogations telles que, sous quelles conditions la deuxième firme engagée est choisie ? Cette deuxième firme est-t-elle obligée d'utiliser la conception initiale ou d'utiliser sa propre technologie ? Enfin, comment la politique des transferts affectera-t-elle les incitations dans l'étape initiale ?

Donc, lors de la conception du contrat, le Gouvernement doit tenir compte de toutes ces interrogations. Enfin, Stole (1994) a indiqué que la politique concernant l'autorisation des transferts technologiques, doit être modifiée, lorsque l'investissement initial de la première firme engagée en technologie est inobservable.

En pratique la DOD emploie des contrats *incitatifs cost plus*, avec possibilité de renégocier le contrat par la firme engagée dans des dates futurs. Ainsi, en se préoccupant de la perte engendrée, Bower (1993) a dérivé un contrat optimal à deux périodes. En fait, grâce à des séries de simulations, il a montré la performance de son contrat optimal. En particulier Bower (1993) a démontré que l'utilisation d'un contrat *incitatif* correctement calibré, plutôt qu'un contrat *cost plus* ou un contrat *fixed price*, peut réalisé une économie de 10 pour cent.

2.5.L'audit

Notre analyse suppose que l'objectif du Gouvernement est d'avoir un projet d'une qualité adéquate, au prix le plus bas possible. Cette hypothèse ignore le fait que le Gouvernement doit procéder à un contrôle de la firme contractante, en faisant de l'audit.

L'audit peut engendrer des coûts, qui peuvent être non négligeables par rapport à la valeur du contrat de l'exécution. Ainsi, dans ce qui suit nous allons essayer de voir l'effet de la forme du contrat sur la probabilité d'audit, les fréquences de l'audit par rapport aux niveaux acceptables des pénalités et le coût de l'audit par rapport à l'attitude de la firme contractante vis-à-vis du risque.

2.5.1.Coût de l'audit et forme du contrat

La définition des contrats optimaux est effectuée en négligeant le coût de l'audit, alors qu'en pratique toutes les observations à posteriori sont coûteuses et les auditeurs sont rémunérés.

La décision de procéder à l'audit doit résulter d'un arbitrage entre le coût de l'audit et le gain résultant du mécanisme *incitatif* en utilisant les informations disponibles.

Ainsi, en admettant que le coût de l'audit est significatif, il en résulte un changement de la forme du contrat optimal. En effet, selon Mc Afee et Mc Millan (1988) si le contrat est proche d'un contrat *fixed price* (α proche de zéro), la firme a peu d'incitations à augmenter ses dépenses. Une faible probabilité d'audit suffira à dissuader la firme, donc le coût moyen de l'audit est faible.

D'après l'exemple de Mc Afee et Mc Millan (1988), dans un contrat *incitatif* la probabilité doit être telle que :

$$\Pr ob(\text{audit}) \geq \frac{\alpha}{\left(\frac{\text{pénalité}}{\text{gain}} + \alpha\right)}$$

où <u>gain </u>est la différence entre les coûts annoncés et les coûts encourus réellement alors que <u>pénalité</u> est la pénalité appliquée exigible en cas de détection des comportements déviants.

Il est à noter que si nous tenons compte de la détérioration de la réputation de la firme en cas de détection d'une non-conformité, la probabilité peut alors être inférieure à cette valeur.
Donc, quand α augmente, la probabilité de détection d'un comportement déviant doit augmenter. Le coût de l'audit augmente avec α.

2.5.2.Pénalité et fréquence de l'audit

Puisque l'observation de l'ensemble des coûts est coûteuse, il convient d'auditer seulement certains coûts et ce en procédant à un audit aléatoire.

L'audit est une vérification *ex post* des coûts annoncés. Il incite la firme à minimiser ses coûts, si l'observation n'est pas conforme au coût escompté compte tenu de l'annonce et de l'effort optimal, une pénalité sera appliquée. L'audit peut être associé à une pénalité, et l'étendue de cette pénalité conditionne la fréquence de l'audit.

Baron et Besanko (1984), en abordant seulement de sélection adverse, ont montré que lorsque les coûts sont inférieurs à un certain seuil, il n'est pas rentable de faire de l'audit. Alors qu'au-dessus de ce seuil il est rentable de le faire. Même, ils ont suggéré d'appliquer une pénalité égale à la pénalité maximale lorsque l'audit ne confirme pas l'annonce.

En présence de risque moral, la définition d'un seuil d'audit est insuffisante, toutes firmes ayant un coût inférieur au seuil, annoncera ce seuil. Donc, un audit aléatoire doit être réalisé pour les annonces bases.

La probabilité d'audit peut être considérée comme une caractéristique du contrat optimal au même titre que le paramètre de partage des coûts.

2.5.3.Coût de l'audit et attitude vis-à-vis du risque

Toute stratégie de surévaluation des coûts est une stratégie risquée et peut engendrer des conséquences néfastes pour la firme contractante. En supposant que cette firme est riscophobe, la probabilité de réalisation de l'audit est relativement faible par rapport au cas de la neutralité. En effet, selon Mc Afee et Mc Millan (1988), la firme riscophobe ne procédera à la surévaluation de ses coûts que si ceci lui permet d'avoir des revenus espérés élevés.

Ainsi, la probabilité de réalisation d'un audit est conditionnée par les attitudes des contractants vis-à-vis du risque, par la forme du contrat et par les pénalités. En outre, lorsque l'observation est coûteuse, la fréquence des contrôles devient aussi un élément essentiel au même titre que le paramètre de partage des coûts et les pénalités.

CHAPITRE 3

LE CONTRAT OPTIMAL EN PRÉSENCE DU RISQUE MORAL ET DE LA SÉLECTION ADVERSE

3.1.Introduction

Jusqu'à une époque très récente, les analyses concernant les marchés publics se situaient dans le cadre de la sélection adverse pure (Sherer (1962), Mc Call (1970), Baron (1972), Holt (1982)). Ce n'est que depuis la seconde moitié des années 1980, que des études prenant en compte à la fois le problème de la sélection adverse et le problème du risque moral sont apparus. Certaines ont été réalisées par Mc Afee et Mc Millan (1986) et Samuelson (1986) dans le cadre d'une classe de contrats linéaires et par Laffont et Tirole (1986) dans le cadre général.

Ces recherches ont permis, à l'instar d'une autre étude de Mc Afee et Mc Millan (1987), de renouveler l'analyse des marchés publics en adoptant un point de vue normatif, caractérisant ainsi les contrats optimaux.

En effet, Samuelson (1986) a montré que, sous des conditions générales, incluant les hypothèses de la neutralité du Gouvernement et de l'aversion au risque des firmes participantes à la compétition, un contrat *incitatif* est supérieur aux autres formes de contrats (contrat *cost plus* et contrat *fixed price*).

Dans un contrat *incitatif* uniforme, le principal fixe le paramètre de partage des coûts commun pour toutes les firmes. Ce paramètre est défini tel que le bénéfice marginal de la sélection dû à un accroissement du paramètre de partage des coûts égalise le coût marginal, dû à un accroissement du risque assumé par la firme contractante.

Samuelson (1986) a montré aussi que pour tout contrat *incitatif* uniforme, il existe un contrat ''*signalling*'' qui lui est supérieur. Sous un contrat ''*signalling*'' l'offre des firmes contient la rétribution ainsi que le paramètre de partage des coûts, et le principal sélectionne l'offre qui minimise son paiement espéré.

Samuelson (1986) a indiqué que si les firmes peuvent influencer par leurs actions la distribution des coûts, alors le problème du risque moral résultant suggère d'augmenter le paramètre de partage des coûts.

Cependant, l'analyse de Samuelson (1986) ne donne pas des valeurs optimales au paramètre de partage des coûts ; mais plus les agents sont riscophobes (ou alternativement plus le projet est risqué) et plus la valeur de ce paramètre est élevé, de même plus il y a des coûts contrôlables par la firme et plus ce paramètre est élevé. En outre, une augmentation dans le nombre des firmes participantes à la compétition, accroît le paramètre optimal de partage des coûts.

Dans ce qui suit, nous allons présenter le modèle de Mc Afee et Mc Millan (1986) ainsi que le modèle normatif de Laffont et Tirole (1986), puis une comparaison et des commentaires seront faits.

Enfin, une présentation du modèle de Laffont et Tirole (1993), concernant le menu des contrats fera l'objet de la dernière section.

3.2.Le modèle de Mc Afee et Mc Millan (1986)

Dans cet article, Mc Afee et Mc Millan (1986) ont développé une modélisation permettant de caractériser les contrats de construction gouvernement-firmes privées optimaux en présence d'incertitude et d'asymétrie informationnelle. Tout en admettant la linéarité des contrats comme une hypothèse *ad hoc*.

3.2.1.Modèle linéaire

Le modèle suppose qu'il y a n ($n>1$) agents capables d'exécuter le contrat.

Soit l'agent i sélectionné, le coût *ex post* du projet c_i a trois composantes:

$c_i = c_i^* + w - \varepsilon$

avec c_i^* : le coût espéré de l'agent i,

w : une variable aléatoire représentant les coûts imprévus qui surviennent au cours du projet, et ε: représentant l'effort de l'agent pour réduire ses coûts réels.

c_i^* est connu par l'agent i mais ignoré par les autres agents. Il est caractérisé par la fonction de répartition $G(c_i^*)$ et la fonction de densité $g(c_i^*) = G'(c_i^*)$.

Soient $c_l \equiv \inf \{c/\ g(c) > 0\}$ et $c_h \equiv \sup \{c/\ g(c) > 0\}$ avec $c_h > c_l$.

Tous les agents sont supposés faire face à la même fonction de répartition des coûts imprévus $F(w)$ et la fonction de densité $f = F'$, avec $E(w) = 0$ (la valeur espérée des coûts imprévus est nulle).

Fournir un effort ε engendre une désutilité pour la firme, dont l'équivalent monétaire sera supposé mesuré par une fonction $h(\varepsilon)$ croissante et convexe. La convexité de $h(\varepsilon)$, soit $h''(\varepsilon) > 0$, correspond à l'hypothèse selon laquelle l'effort est de plus en plus coûteux à la marge (les efforts font décroître les rendements).

La fonction $h(\varepsilon)$, contrairement à l'effort de l'agent ε, est en connaissance commune du gouvernement et de la firme.

Ce modèle suppose que le principal (le gouvernement) est neutre au risque, et qu'il conçoit un contrat linéaire qui minimise le paiement espéré à l'agent:

$$P = b + \alpha (c - b) \qquad (2)$$

Le paiement est égal à l'offre plus une fraction de l'accroissement ou de la réduction des coûts.

3.2.2.Optimisation

Les agents sont supposés riscophobes et ont la même fonction d'utilité U.

Si l'agent i est sélectionné, il choisira un niveau d'effort ε_i pour maximiser l'espérance d'utilité de son profit, $EU(\pi_i)$.

Le profit π_i est:

$$\pi_i = \alpha c_i + (1 - \alpha)b_i - c_i - h(\varepsilon_i)$$

$$= (1 - \alpha)(b - c_i^* - w) + k_i, \qquad (3)$$

$$k_i = (1 - \alpha)\varepsilon_i - h(\varepsilon_i) \qquad (4)$$

Une fois que l'agent i a obtenu le contrat, il choisira ε_i qui maximise l'utilité espérée de son profit $\left(\frac{\partial \, EU(\pi_i)}{\partial \, \varepsilon_i} = 0\right)$

$$0 = EU'(\pi_i)(1 - \alpha - h'(\varepsilon_i)) \qquad (5)$$

$$\text{ainsi } \varepsilon_i = h'^{-1}(1 - \alpha) \qquad (6)$$

Donc, le niveau d'effort est une fonction du paramètre de partage des coûts, α, en particulier, ε_i diminue lorsque α augmente, c'est à dire que plus la part payée des coûts par le gouvernement est importante, plus l'effort fait par l'agent pour réduire les coûts est faible.

Un équilibre de Nash symétrique du jeux de l'offre est caractérisé par une fonction d'offre B tel que $b_j = B(c_j^*)$ (avec $i \neq j$). Si B est une fonction strictement monotone, alors la probabilité que la firme i ait l'offre la plus basse est la probabilité telle que :
$B(c_j^*) > b_i$.

Donc, la probabilité pour que la firme i soit sélectionnée avec l'offre b_i , est :
$[1 - G(B^{-1}(b_i))]^{n-1}$.

Les agents sont supposés avoir une aversion au risque absolue constante :

$$U(x) = \frac{1 - \exp(-\lambda x)}{\lambda} \qquad \text{avec } \lambda \geq 0.$$

Ainsi, λ mesure le niveau d'aversion au risque : $\lambda = -\frac{U''}{U'}$.

Lemme 1:

Avec une aversion au risque absolue constante et la contrainte que $\alpha \in [\,0,\ 1)$, le profit maximum espéré de l'agent sélectionné est:

$$E\pi_i(c_i^*) = -\frac{1}{\lambda}\left[\mathrm{Log}(n\text{-}1) - (n\text{-}1)\mathrm{Log}(1 - G(c_i^*)) - \mathrm{Log}\left(\int_{-\infty}^{+\infty} e^{\lambda(1-\alpha)w} f(w)\, dw\right) + \mathrm{Log} \int_{c_i^*}^{c_h} e^{-\lambda(1-\alpha)(c-c_i^*)} (1\text{-}G(c))^{n-2} g(c)\, dc \right]. \qquad (7)$$

L'utilité espérée correspondante est:

$$EU(c_i^*) = [1 - G(c_i^*)]^{-(n-1)}\ e^{\lambda(1-\alpha)c_i^*}(1-\alpha) \int_{c_l}^{c_h} [1-G(c)]^{n-1} e^{-\lambda(1-\alpha)c}\, dc. \quad (8)$$

La condition de premier ordre (8) définie l'espérance de l'utilité *ex ante.*

3.2.3.Le contrat linéaire optimal

En supposant que le principal est neutre au risque et en admettant les résultats du lemme1, le contrat optimal est celui qui minimise, par le biais de α, le paiement espéré du principal.

Si l'agent avec le coût c* fait l'offre la plus basse, le paiement espéré du principal est :

$T(c^*) = E((1-\alpha).B(c^*) + \alpha c\ ).$

Donc, le paiement total moyen du principal est :

$$\tau = n \int_{c_l}^{c_h} T(c^*)\,[1-G(c^*)]^{n-1} g(c^*)\, dc^*.$$

<u>*Théorème 2 :*</u>

Si tous les agents sont riscophobes, le principal minimise son paiement espéré total en choisissant α, qui satisfait :

$$0 = \frac{\alpha}{h''(h'^{-1}(1-\alpha))} - \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} w\, e^{\lambda(1-\alpha)w} f(w)\, dw}{\int_{-\infty}^{+\infty} e^{\lambda(1-\alpha)w} f(w)\, dw} -$$

$$n.\int_{c_l}^{c_h} \frac{\int_{c^*}^{c_h} e^{-\lambda(1-\alpha)(c-c^*)}(c-c^*)[1-G(c)]^{n-2} g(c)\, dc}{\int_{c^*}^{c_h} e^{-\lambda(1-\alpha)(c-c^*)}[1-G(c)]^{n-2} g(c)\, dc}[1-G(c^*)]^{n-1} g(c^*)\, dc^*. \quad (9)$$

Si les agents sont neutres au risque, α doit satisfaire :

$$0 = \frac{\alpha}{h''(h'^{n-1}(1-\alpha))} - n \int_{c_l}^{c_h} \int_{c^*}^{c_h} [1-G(c)]^{n-1} dc\ g(c^*)\, dc^* \qquad (10)$$

En effet, le second terme disparaît car en cas de neutralité vis-à-vis du risque l'effet des coûts imprévus est négligeable. Donc le α optimal ne tient plus compte du terme exprimant cet effet.

Le premier terme dans (9) est $\frac{\partial[h(\varepsilon)-\varepsilon]}{\partial\alpha}$, et le deuxième et troisième termes correspondent à $\frac{\partial E(\pi_i)}{\partial\alpha}$.

Les trois termes en (9) correspondent respectivement aux trois effets séparés de α sur les actions des agents : L'effet du risque moral, l'effet de partage du risque et l'effet de la compétition des enchères.

L'effet du risque moral : Pour interpréter l'effet du risque moral, définissons $[\varepsilon - h(\varepsilon)]$, comme étant le rendement social de l'effort net de sa désutilité. Le premier terme de l'équation (9) correspond à la dérivation de ce terme par rapport à α, donc, il mesure la variation marginale du rendement social de l'effort net de sa désutilité, suite à une variation de α.

L'effet de partage du risque : La réalisation des coûts imprévus *w* réduit le profit de l'agent de $(1-\alpha)w$ et engendre une désutilité :

$$\varphi(\alpha) \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} e^{\lambda(1-\alpha)w} f(w)\, dw \qquad (11)$$

Le coût en dollars au principal dû à l'exposition de l'agent au risque (c'est la prime de risque) est $-\frac{1}{\lambda}\text{Log } \varphi(\alpha)$. Ainsi, le gain marginal du principal suite à la réduction de l'exposition au risque de l'agent, qui est la mesure de l'effet de partage du risque, est :

$$p(\alpha) \equiv \frac{\partial\left(-\frac{1}{\lambda}\text{Log } \varphi(\alpha)\right)}{\partial \alpha}.$$

$p(\alpha)$ est le deuxième terme dans l'équation (9). Si les agents sont neutres au risque, alors ils sont indifférents entre l'exposition ou la non exposition au risque, ce qui entraîne la disparition de l'effet de partage du risque. Donc, ce terme disparaît (l'équation (10)).

L'arbitrage entre l'effet du risque moral et l'effet de partage du risque correspond au problème standard Principal-Agent.

Il est à noter que si nous ignorons l'effet de la compétition des enchères, alors α est entre 0 et 1et plus précisément $\alpha=0$ si les agents sont neutres au risque.

L'effet de la compétition des enchères : Au contraire du problème standard Principal-Agent, en ce qui concerne l'ambiguïté de sa solution lorsqu'il s'agit d'un agent neutre au risque, dans le modèle de Mc Millan et Mc Afee (1986), l'échange entre deux effets demeure dans le cas d'un agent neutre au risque : L'effet du risque moral s'échange contre l'effet de la compétition des enchères.

L'effet de la compétition des enchères opère dans le même sens que l'effet de partage du risque.

Par la suite, les deux auteurs avancent ce qui suit :

<u>Le théorème 3 :</u>

Pour tout nombre fini d'agents, le terme de compétition des enchères est strictement positif et tend vers 0 lorsque n tend vers l'infini.

Par vérification $\alpha=1$ ne peut jamais être solution de (9), donc le contrat *cost-plus* n'est jamais optimal.

En respectant le théorème précédant, avec un nombre important d'offreurs (d'agents), l'effet de la compétition des enchères s'annule car le profit de chaque offreur est proche de zéro pour n'importe quel α.

En supposant les agents neutres au risque, α tend vers zéro lorsque n tend vers l'infini autrement dit, α reste strictement supérieur à zéro même s'il existe un nombre important d'offreurs. Toutefois, le contrat *fixed-price* ($\alpha=0$) peut être optimal, et ce si et seulement si les offreurs sont neutres au risque et ont les mêmes coûts espérés.

3.3.Le modèle de Laffont et Tirole (1986)

Les études récentes adoptent des schémas simples, très proches des contrats effectivement pratiqués. Néanmoins, ces mécanismes sont *ad hoc*.

Laffont et Tirole (1986), dans leur article, ont développé une théorie normative de laquelle se dérivent des schémas *incitatifs* optimaux. Cette théorie normative étudie la performance des schémas *ad hoc*, et teste la base des intuitions de ces schémas.

3.3.1.Le modèle

Soit une firme neutre au risque, qui produit un seul output q au coût (monétaire) c, tel que :

$c = (\beta - e)q + \varepsilon$

la variable $e \geq 0$ est le niveau d'effort émis par la firme pour décroître le coût marginal initial β.
ε est une variable aléatoire de moyenne 0, qui dénote les coûts imprévus.
L'output n'est pas vendu par la firme, mais il s'agit d'un bien public qui fourni aux consommateurs un surplus S (q) ($S' > 0$, $S'' < 0$).

Le gouvernement (planificateur), neutre au risque, ne connaît pas la vraie valeur du paramètre β, notée $\hat{\beta}$, mais il a seulement des anticipations représentées par une distribution de probabilités uniforme sur $[\underline{\beta}, \overline{\beta}]$.

À la fin du contrat, le planificateur est supposé capable d'observer les coûts encourus par la firme. En conséquence il rembourse la totalité des coûts et paye un transfert monétaire net t.
La fonction d'utilité du manager de la firme est $U = E(t) - \varphi(e)$, avec $\varphi(e)$ représentant la désutilité de l'effort ($\varphi'(e) > 0$ et $\varphi''(e) > 0$).

Le paiement global de la firme est (t + S); il est supposé que le planificateur ne peut obtenir ce montant que par un mécanisme de distorsion (taxe par exemple) de sorte que le coût social d'une unité monétaire est $1+\lambda$ avec $\lambda \geq 0$.

Le bien-être du consommateur résultant de l'activité de la firme est alors:
$S(q) - (1+\lambda)E(t + c)$

En information parfaite (α, β, λ et S(.) sont connus), le planificateur devra résoudre le problème suivant :

$$\max_{(q,\, e,\, t)} \{S(q) - (1+\lambda)E(t + c) + U\} = \{S(q) - (1+\lambda)[\varphi(e) + (\beta - e)\, q] - \lambda U\} \qquad (12)$$

$$\text{avec } U \geq 0 \qquad (13)$$

La contrainte (13) est dite la contrainte de rationalité individuelle. Elle montre que la fonction d'utilité du manager doit être positive pour obtenir la participation de la firme au projet.

Les conditions de premier ordre du problème (12) sont:

$$U = 0 \qquad (14)$$

$S'(q) = (1 + \lambda)(\beta - e)$ (15)

$\varphi'(e) = q$ (16)

Soit l'hypothèse suivante qui permet à la solution de ce problème d'optimisation (le cas d'information parfaite) d'exister et d'être unique.

Hypothèse 1:

i- $S'(0) > (1+\lambda)[\bar{\beta} - \varphi'^{-1}(0)]$

ii- $\varphi'(\underline{\beta}) > \bar{q}$ avec $\bar{q}$ défini par $S'(\bar{q}) = 0$

iii- $S''\varphi'' + (1+\lambda) < 0$.

La partie (i) implique que le surplus marginal, au cas où il n'y a pas de production n'est pas trop faible; alors que la partie (ii) implique qu'il est trop coûteux en terme d'effort de réduire le coût marginal à zéro et ce quelque soit le coût marginal initial, et enfin la partie (iii) exige assez de convexité dans un problème à information parfaite.

3.3.2.Le problème d'optimisation de la firme

Le problème de la firme est de chercher à l'équilibre les variables de décision :

$[\beta = \hat{\beta}$ et $e = e(\hat{\beta})]$qui maximisent $\{Et\,[\beta, (\hat{\beta} - e)q(\beta) + \varepsilon\,] - \varphi(e)\}$.

Soit une classe de déviation de l'équilibre $[\beta, e(\beta)]$ pour la firme $\hat{\beta}$: Elle annonce β et fait l'effort $\tilde{e}(\beta|\hat{\beta}) = e(\beta) + \hat{\beta} - \beta$. L'ensemble des déviations $[\beta, \tilde{e}(\beta|\hat{\beta})]$ est appelé *l'ensemble de dissimulation* (concealment set) pour la firme $\hat{\beta}$.

En certitude, les déviations outre que celles appartenant à l'ensemble de dissimulation peuvent être détectées par le planificateur.

Le problème d'optimisation de la firme devient:

chercher $\hat{\beta}$ qui maximise $U(\beta|\hat{\beta}) \equiv S(\beta) - j\,[\tilde{e}(\beta|\hat{\beta})]$ (17)

La condition de premier ordre est[2] :

$$\dot{S}(\beta) - \varphi'[\tilde{e}(\beta|\hat{\beta})]\,\dot{\tilde{e}}(\beta|\hat{\beta}) = 0 \qquad (18)$$

d'où, en utilisant la définition de $\tilde{e}$,

$$\dot{S}(\beta) - \varphi'[e(\beta)][\dot{e}(\beta) - 1] = 0 \qquad (19)$$

La condition de deuxième ordre est :

$$\dot{e}(\beta) \leq 1 \text{ pour tout } \beta \qquad (20)$$

D'après la condition (20), le coût moyen de la firme est décroissant.

La condition de premier ordre (19) est équivalente à l'équation suivante :

$$\dot{U}(\beta) = -\varphi'[e(\beta)] \qquad (21)$$

Ainsi, l'augmentation de l'utilité de la firme, engendrée par une diminution de β, est égale à la désutilité marginale de l'effort.

Il est supposé que les conditions (9) et (10) sont nécessaires et suffisantes.

3.3.3.Le problème d'optimisation du planificateur

Après transformation, le problème d'optimisation du planificateur devient :

$$\text{Max } E\int_{\underline{\beta}}^{\bar{\beta}} (S[q(\beta)] - (1+\lambda)\{\varphi[e(\beta)] + [\beta - e(\beta)]q(\beta) + \varepsilon\} - \lambda U(\beta))\,d\beta \qquad (22)$$

sujet à :

$$\dot{U}(\beta) = -\varphi'[e(\beta)] \qquad (21)$$

$$U(\bar{\beta}) = 0 \qquad (23)$$

La transformation consiste premièrement à l'ignorance de la contrainte $\dot{e}(\beta) \leq 1$ et deuxièmement à remplacer la contrainte suivante :

$$U(\beta) \geq 0 \qquad (24)$$

Par la contrainte $U(\bar{\beta}) = 0$ (23)

[2] Les variables désignées par un point au dessus sont des dérivés par rapport à β.

En effet, d'après l'équation (21), U est décroissante en β donc la contrainte (24) est satisfaite si et seulement si $U(\bar{\beta}) \geq 0$ et comme le bien-être est décroissant avec U, nous pouvons alors remplacer (24) par (23).

Soit l'<u>*Hypothèse 2*</u> suivante : L'optimum de la transformation du problème d'optimisation du planificateur est unique.

L'hypothèse 2 est satisfaite tant que ni λ ni $(\bar{\beta} - \underline{\beta})$ ne sont trop élevés. Autrement dit, si le coût social d'une unité monétaire ou l'intervalle des anticipations du planificateur est trop élevé, alors l'hypothèse 2 est insatisfaite.

Il est à noter que la solution du problème transformé est celle du problème d'optimisation du planificateur.

Selon les deux hypothèses 1 et 2, plus la firme est efficace, plus elle maximise son effort pour la réduction de son coût de production.

3.3.4.Réalisation de l'optimisation globale

Deux cas peuvent se poser : D'une part, s'il n'existe pas de coûts imprévus ($\varepsilon \equiv 0$) alors seulement les déviations à l'intérieur de *l'ensemble de dissimulation* peuvent ne pas être détectées et donc la solution du problème d'optimisation du planificateur devient la solution du problème d'optimisation global, d'autre part, s'il y a des coûts imprévus, alors le problème d'optimisation global devient :

Chercher $\{\hat{\beta}, e^*(\hat{\beta})\}$ qui maximise $E\{t[\beta, (\hat{\beta} - e)q(\beta) + \varepsilon] - j\ (e)\}$

Avec $Et\{\hat{\beta}, [\hat{\beta} - e^*(\hat{\beta})]q^*(\hat{\beta}) + \varepsilon\} = S(\hat{\beta})$

et où $\{\hat{\beta}, e^*(\hat{\beta})\}$ sont les variables de décision optimales pour la firme.

Par la suite, nous supposons que le planificateur donne à la firme la fonction du transfert, linéaire en coût observé, suivante :

$$t(\beta, c) = S^*(\beta) + K^*(\beta)[c^*(\beta) - c] \qquad (25)$$

$$\text{Avec } K^*(\beta) = \frac{\varphi'[e^*(\beta)]}{q^*(\beta)} \qquad (26)$$

En utilisant cette fonction de transfert, l'optimisation du problème global par rapport à e permet d'avoir e = $e^*(\beta)$ alors que celle par rapport à β permet d'avoir $\beta = \hat{\beta}$, avec condition de deuxième ordre $\dot{e}^*(\beta) \leq 0$ (27).

Ainsi, Laffont et Tirole (1986) ont montré qu'avec les hypothèses 1 et 2, l'allocation optimale peut être réalisée par un schéma *incitatif* linéaire en coût :
$t(\beta,c) = S^*(\beta) + K^*(\beta)[c^*(\beta) - c]$

Cependant, pourquoi la condition (27) est-elle plus restrictive que la condition (20)?
Laffont et Tirole (1986) ont expliqué cette restriction comme suit :

En cas de certitude des coûts, ce qui est le cas de la condition (20), le mécanisme engendré pénalise seulement les déviations appartenant à *l'ensemble de dissimulation* alors que dans ce dernier cas la linéarité du schéma en coûts permet d'une part à la firme de faire plus de déviations et d'autre part limite la possibilité de pénalisation des déviations outre que celles appartenant à *l'ensemble de dissimulation* . Donc, il faut que la condition (27) soit plus restrictive que la condition (20).

Laffont et Tirole (1986) ont montré que le schéma linéaire est le seul schéma réalisant une allocation optimale et ce quelque soit la distribution de l'incertitude du coût (avec moyenne zéro).

3.3.5.Les conclusions de Laffont et Tirole (1986)

En présence de risque moral, le contrat *incitatif* résulte d'un échange entre deux effets : Un effet militant en faveur d'une pleine révélation des coûts (contrat *cost plus*) et un autre effet militant en faveur d'une maximisation de l'effort de la firme (contrat *fixed price*). Ainsi, le contrat *incitatif* est le contrat optimal.

Cependant, le remboursement partiel du coût de la firme entraîne un effort sous optimal et par conséquent un coût marginal excessif et un output sous optimal.

En effet, Laffont et Tirole (1986) ont montré qu'en présence d'asymétrie d'information (pour tout $\beta \in (\underline{\beta}, \overline{\beta}]$), nous aurons un output faible et un niveau d'effort faible.

Il est à noter que l'observation des coûts permet, en faisant supporter une partie de ses coûts au manager, de lui faire révéler plus facilement son paramètre $\hat{\beta}$. Toutefois comme il supporte qu'une partie des coûts, il va fournir un niveau d'effort plus faible.
Soit l'*<u>Hypothèse 3</u>*, admettant que φ ''/ φ 'est décroissante. Cette hypothèse met une restriction sur la dérivé troisième de la fonction du coût.

Laffont et Tirole (1986) ont montré que quelque soit la distribution liée à l'incertitude des coûts, l'allocation optimale est réalisée à travers un schéma linéaire tel que :
$\bar{t}(q, c) = \bar{S}(q) + \bar{K}(q)[\bar{c}(q) - c]$
avec $\bar{c}(q)$, le coût espéré optimal avec q et $0 < \bar{K}(q) \leq 1$ donnés.

Et en outre :

- i- $\bar{S}(q)$ est une fonction croissante de q.
- ii- Si l'hypothèse 3 est satisfaite, alors $\bar{K}(q)$ est une fonction croissante de q.
- iii- Lorsque l'incertitude devient petite ($(\underline{\beta}, \overline{\beta})$ tend vers 0), K converge vers 1 (contrat *fixed price*).

Par ailleurs, $\bar{K}$, la fraction des coûts supportée par la firme, dépend de l'importance du projet. La partie (ii) montre qu'avec l'hypothèse 3, la fraction (1- $\bar{K}$) des coûts remboursés décroît avec l'output.

En effet, les deux auteurs ont associé ceci d'une part à l'effet d'échelle : La réduction de coût marginal intéresse plus les grandes firmes ; donc le planificateur doit les encourager à réduire leurs coûts, en faisant $\bar{K}$ élevé (maximiser l'effort) or $\bar{K}$ est une fonction de la quantité produite q, et particulièrement, $\bar{K}q$ est élevé pour les grandes firmes (l'effet d'échelle).

Et d'autre part, ils l'ont associé à la possibilité de rupture du contrat : Le transfert est obtenu en posant la contrainte de rationalité individuelle $U(\overline{\beta}) = 0$ et la contrainte sur l'utilité

$\dot{U}(\beta) = -\varphi'[e(\beta)]$. Ainsi, un niveau élevé d'effort pour une firme inefficace (β près de $\bar{\beta}$) entraîne une utilité élevée. Donc, le planificateur doit encourager plus les firmes efficaces (en effet, à l'optimum il n'y a pas de déformation de l'effort pour $\beta = \underline{\beta}$). En particulier, pour un projet à taille fixe, $(1 - \bar{K})$ décroît toujours avec β.

Les deux auteurs ont montré que lorsque l'incertitude devient faible, l'effet militant en faveur d'une pleine révélation de l'information ne tient plus. Donc, seulement le problème du risque moral reste pertinent, et avec l'hypothèse de la neutralité envers le risque, le contrat converge vers un contrat *fixed price*.

Dans le cas où nous demandons à la firme d'annoncer son coût moyen espéré c^a, l'allocation optimale devient :

$\tilde{t}(c^a,c) = \tilde{S}(c^a) + \tilde{K}(c^a)(c^a - c)$; $\tilde{S}(c^a)$, $\tilde{q}(c^a)$ et $\tilde{K}(c^a)$ sont des fonctions décroissantes et $0 < \tilde{K} \leq 1$.

La récompense *ex post* et la pente du schéma (c^a-c) décroisent avec le coût annoncé. Le transfert et le paramètre de partage des coûts sont positivement corrélés.

Une demande élevée correspond à un output élevé, donc le contrat optimal ressemble plus à un contrat *fixed price* lorsque la demande de l'output augmente.

En changeant la variable d'échelle, qui est le niveau d'output par la qualité, le modèle et ses conclusions ne changent pas tant que la qualité est observable *ex post*. Donc plus le planificateur est intéressé par la qualité, plus le contrat ressemble à un contrat *fixed price*. Cependant, il y a possibilité d'autres conclusions surtout lorsque la qualité est observable et non vérifiable, c'est pourquoi lorsque le niveau de qualité importe beaucoup au planificateur (les contrats de défense et de construction) le contrat ressemble plus à un contrat *cost plus*.

Laffont et Tirole (1986), en présence d'aversion au risque du manager, ont montré que la fraction des coûts remboursés augmente avec le coefficient d'aversion au risque.

3.4.Commentaires et comparaison des deux articles

Bien que les deux articles ont étudié les caractéristiques des contrats optimaux en présence du risque moral et de la sélection adverse, traitant ainsi le même sujet, ils ont adopté deux méthodes différentes :

D'une part, nous avons le modèle de Laffont et Tirole (1986), qui en adoptant un point de vue normatif, a cherché à maximiser le bien-être des consommateurs. Ils ont introduit l'utilité du projet de construction pour l'ensemble des consommateurs, ce qui est difficile à appréhender empiriquement.

Et d'autre part, nous avons le modèle de Mc Afee et Mc Millan (1986), qui a cherché à minimiser le paiement espéré du gouvernement, ce qui entraîne la maximisation du bien-être des consommateurs en conséquence.

Contrairement au modèle de Laffont et Tirole (1986), Mc Afee et Mc Millan (1986) ont simulé leur modèle à des contrats *fixed price* du Ministère des Ressources Naturelles de l'Ontario. Ils ont réussi à réduire le paiement espéré du Ministère de 58.6% .

Les deux modèles ont supposé que le principal est neutre au risque, cependant en ce qui concerne l'agent, dans le modèle de Laffont et Tirole (1986), il est considéré neutre au risque alors que dans le modèle de Mc Afee et Mc Millan (1986), il est supposé riscophobe.

Il est à noter que la simulation de ces derniers auteurs, a supposé que l'agent est neutre au risque. Ils ont expliqué le calcul du paramètre de partage des coûts, par l'existence d'un effet nouveau : Effet de la compétition des enchères.

En fait, l'enchère ne révèle pas les coûts et le Gouvernement ne retient pas nécessairement la firme la plus efficace, chaque participant étant incité à offrir un prix bas pour gagner l'appel d'offres. L'effet de la compétition des enchères opère dans le même sens que l'effet de partage du risque.

Dans leur conclusion, Mc Afee et Mc Millan (1986) ont mentionné que le paramètre de partage des coûts optimal est toujours différents de 0 (contrat *fixed price*) et de 1 (contrat *cost plus*).

Laffont et Tirole (1986), en maximisant l'utilité espéré de la firme, ont montré que l'allocation optimale est réalisée par un schéma *incitatif* linéaire en coûts, et ce quelque soit la distribution de l'incertitude des coûts.

Ils ont montré aussi que la fraction des coûts réalisés, qui est remboursée par le planificateur (le paramètre de partage des coûts), n'est pas constante mais elle décroît avec l'output de la firme et croit avec le coût annoncé.

Ainsi selon eux, plus la fraction des coûts réalisés, supportée par la firme contractante, est élevé, plus la firme est efficace. En conséquence, la firme la plus efficace choisit un contrat *fixed price*. En outre, le transfert (la récompense *ex post*) est décroissante en coût réalisé. Il est corrélé positivement avec le paramètre de partage des coûts.

Il est à noter qu'en présence d'aversion au risque du manager, Laffont et Tirole (1986) ont montré que la fraction remboursée à la firme croit avec le coefficient d'aversion au risque.

Dans une autre étude, Mc Afee et Mc Millan (1987) ont proposé un modèle normatif. En supposant que le principal et les agents sont neutres au risque, ils ont réussi à montrer que le contrat optimal, qui échange le risque moral contre la sélection adverse, est un contrat linéaire en revenus. Par la suite Mc Afee et Mc Millan (1987) ont montré que le paramètre de partage des coûts du contrat linéaire optimal, doit être croissant avec le type de la firme sélectionnée.

Selon Mc Afee et Mc Millan (1987) le contrat linéaire est optimal si et seulement si le coût marginal d'information baisse. En ajustant l'effort de façon optimale, la capacité est croissante.

Lorsque les revenues sont non stochastiques, Mc Afee et Mc Millan (1987) ont suggéré que le contrat optimal non linéaire. En fait, l'avantage d'un contrat non linéaire est qu'il permet au principal d'utiliser ses connaissances concernant la distribution des revenues, en induisant l'agent à choisir l'action désirée.

L'incertitude en ce qui concerne les revenues, consolide le cas de l'utilisation des contrats linéaires. En effet, les besoins en information sont relativement réduits par rapport aux autres types de contrats. Dans un contrat linéaire le principal a besoin seulement de connaître la moyenne des revenues, et non la distribution entière.

Enfin, notons qu'en constatant l'existence d'une corrélation des variations du paramètre de partage des coûts avec l'output et le coût annoncé, Laffont et Tirole (1986) ont suggéré la possibilité de présenter à la firme contractante un menu des contrats linéaires dans lequel nous trouvons l'allocation optimale.

3.5.Le menu des contrats

3.5.1.Le modèle de Laffont et Tirole : cas de deux types

Dans cette section, nous supposons que β, le paramètre d'efficience de la firme, appartient à deux points $\{\underline{\beta}, \bar{\beta}\}$ avec $\bar{\beta} > \underline{\beta}$. Soit $\Delta\beta \equiv \bar{\beta} - \underline{\beta}$.

Le planificateur observe le coût réalisé c et donne à la firme un transfert net t. Le contrat est conçu sur la base d'une paire de deux variables (coût , transfert). Ainsi, le planificateur offre un menu séparateur de contrats :

$\{t(\underline{\beta}), c(\underline{\beta})\}$ pour le type $\underline{\beta}$ et $\{t(\bar{\beta}), c(\bar{\beta})\}$ pour le type $\bar{\beta}$

Pour simplifier la notation, soit $\underline{t} \equiv t(\underline{\beta})$ et $\underline{c} \equiv c(\underline{\beta})$.

L'utilité ou la rente de chaque type de firmes est :

$\bar{U} = \bar{t} - \varphi(\bar{\beta} - \bar{c})$ pour le type $\bar{\beta}$ (firme du type inefficace) ;

$\underline{U} = \underline{t} - \varphi(\underline{\beta} - \underline{c})$ pour le type $\underline{\beta}$ (firme du type efficace).

L'offre du planificateur induit les firmes à faire de **l'autosélection** : Dans le menu des contrats, le contrat désigné pour le type $\underline{\beta}$ (respectivement le type $\bar{\beta}$) est le préféré par le type $\underline{\beta}$ (respectivement le type $\bar{\beta}$).

Donc, le choix fait par les firmes doit satisfaire les contraintes d'incitation (IC) (ou contraintes d'auto-sélection) suivantes :

$$\underline{t} - \varphi(\underline{\beta} - \underline{c}) \geq \bar{t} - \varphi(\underline{\beta} - \bar{c}) \quad (28)$$

$$\bar{t} - \varphi(\bar{\beta} - \bar{c}) \geq \underline{t} - \varphi(\bar{\beta} - \underline{c}) \quad (29)$$

En additionnant ces deux inéquations, nous aurons :

$\varphi(\underline{\beta} - \bar{c}) + \varphi(\bar{\beta} - \underline{c}) - \varphi(\underline{\beta} - \underline{c}) - \varphi(\bar{\beta} - \bar{c}) \geq 0$

Or, nous savons que $\varphi'' > 0$ et $\bar{\beta} > \underline{\beta}$, ce qui implique que :

$\bar{c} \geq \underline{c}$

D'après les contraintes d'incitation, c est non décroissante en β.

Les contraintes de rationalité individuelle (IR), pour chaque type de firmes, sont :

$$\underline{U} \geq 0 \quad (30)$$

$$\bar{U} \geq 0 \quad (31)$$

Il est à noter que l'offre est *pooling*, lorsque $(\underline{c}\ ,\ \underline{t})$ et $(\bar{c}\ ,\ \bar{t})$ sont identiques. Ce cas constitue un cas spécial du modèle : les contraintes d'incitation sont automatiquement satisfaites et seulement les contraintes de rationalité individuelle seront considérées.

Le planificateur a une distribution à priori sur les valeurs de β, tel que,
$\nu = \Pr(\beta = \underline{\beta})$. Il va choisir le contrat qui maximise le bien-être social espéré :

$\psi = \nu.\psi(\underline{\beta}) + (1- \nu).\psi(\bar{\beta})$

Sous les contraintes IC et IR.

Cependant, d'une part, comme la firme du type efficace peut imiter la firme du type inefficace, nous pouvons ignorer la contrainte (30) et d'autre part nous allons négliger la contrainte (29). C'est pourquoi, nous allons retenir seulement la contrainte IR du type inefficace et la contrainte IC du type efficace.

La contrainte IC du type efficace peut être écrite sous la forme suivante :

$$\underline{U} \geq \bar{t} - \varphi(\underline{\beta} - \bar{c})$$

$$\geq \bar{U} + \phi(\bar{e}) \qquad (32)$$

avec ϕ une fonction croissante, définie telle que :

$$\phi(e) \equiv \varphi(e) - \varphi(e - \Delta\beta) \qquad (33)$$

et $\bar{e} = \bar{\beta} - \bar{c}$ (34)

La fonction $\phi(.)$ détermine la rente de la firme efficace (relativement de la firme inefficace), et ce en mesurant l'économie de la désutilité de l'effort associée à l'usage d'une meilleure technologie.

Ce qui implique, premièrement que $\phi(.)$ est croissante, et deuxièmement que la firme dérive plus de rentes informationnelles sous un schéma *incitatif* plus puissant (entraînant un effort élevé) que sous un schéma *incitatif* moins puissant.

Le problème d'optimisation du planificateur est :

$$\underset{\{\underline{c}, \bar{c}, \underline{U}, \bar{U}\}}{\mathrm{Max}} \left\{ \nu\left[S - (1+\lambda)(\underline{c} + \varphi(\underline{\beta} - \underline{c})) - \lambda\underline{U}\right] + (1-\nu)\left[S - (1+\lambda)(\bar{c} + \varphi(\bar{\beta} - \bar{c})) - \lambda\bar{U}\right]\right\} \qquad (35)$$

sujet à (31) et (32).

Les conditions de premier ordre sont :

$$\varphi'(\underline{\beta} - \underline{c}) = 1 \text{ ou } \underline{e} = e^* \qquad (36)$$

$$\varphi'(\bar{\beta} - \bar{c}) = 1 - \frac{\lambda}{1+\lambda} . \frac{\nu}{1-\nu} .\phi'(\bar{\beta} - \bar{c}) \text{ ce qui implique que } \bar{e} < e^* \qquad (37)$$

Il est à noter que la contrainte négligée (29) est satisfaite par la solution. Cette contrainte peut être écrite comme suit :

$$\bar{U} \geq \underline{U} - \varphi(\bar{\beta} - \underline{c}) \qquad (38)$$

ou

$0 \geq \varphi(\bar{\beta} - \bar{c}) - \varphi(\bar{\beta} - \underline{c})$ (39)

Ce qui est vrai ; comme $\bar{e} < \underline{e}$ de (36) et (37) (avec $\bar{c} \geq \underline{c}$), et $\varphi' > 0$.

Pour S large et $\varphi''' \geq 0$, le menu optimal dans le cas de l'information incomplète est définie par (36) et (37). Ce qui entraîne :

i- Un niveau efficace de l'effort et une rente positive pour le type $\underline{\beta}$.

ii- Un sous effort et aucune rente pour le type $\bar{\beta}$.

La capacité du type efficace à imiter le type inefficace oblige le planificateur à laisser une rente au type efficace. La rente, $\phi(\bar{e})$, est une fonction du niveau d'effort requis du type inefficace.

Ainsi, si le planificateur insistait sur le *first best* de l'effort, où $\bar{c} = \bar{\beta} - e^*$, le résultat va être une rente plus élevée pour le type efficace (car $\phi' > 0$). Pour réduire la rente, le planificateur doit réduire le niveau d'effort exigé du type inefficace.

Donc, l'asymétrie d'information oblige le principal à laisser des rentes coûteuses à l'agent. Pour alléger ces coûts, les allocations sont déformées des allocations *first best* envers des schémas *incitatifs* moins puissants. Ces distorsions constituent la réponse du planificateur face à l'asymétrie d'information.

Si le planificateur décide de désengager la firme inefficace, le contrat optimal pour le type $\underline{\beta}$ doit être $\{t = \varphi(e^*)\ ,\ c = \underline{\beta} - e^*\}$. En d'autres termes, comme le type efficace ne peut avoir aucune rente en imitant le type inefficace, le planificateur peut extraire la rente.

Le gain pour le planificateur est une rente plus base pour le type $\underline{\beta}$ alors que la perte est aucune production du bien si la firme est du type $\bar{\beta}$.

En conclusion, le planificateur préfère garder les deux types de firmes si et seulement si :

$$\nu\left\{S - (1+\lambda)\left[\underline{\beta} - e^* + \varphi(e^*)\right] - \lambda\,\phi(\bar{e})\right\} + (1-\nu)\left\{S - (1+\lambda)\left[\bar{\beta} - \bar{e} + \varphi(\bar{e})\right]\right\} \geq \nu\left\{S - (1+\lambda)\left[\underline{\beta} - e^* + \varphi(e^*)\right]\right\}$$

La dérivée de la partie droite de cette inéquation par rapport à S est 1, et celle de la partie gauche est seulement ν. Ce qui implique que le désengagement de la firme inefficace aura lieu que pour des valeurs faibles de S.

S est faible lorsqu'il existe des substituts du bien produit c'est à dire il existe une compétition sur le marché des produits. En effet, la compétition réduit le surplus social attaché à la production du bien, ce qui transforme le désengagement du type inefficace en une option attractive et réduit en même temps la rente du type efficace.

Dans une extension du modèle de Laffont et Tirole, Picard (1987) a montré sous des hypothèses restrictives que le mécanisme optimal est quadratique et que nous pouvons approximer un mécanisme optimal par un paiement quadratique.

3.5.2.La valeur de la communication dans le menu de contrats

Dans un menu de contrats, le principal offre à l'agent un menu de schémas de rémunération selon les différents états de nature prévus. Par la suite, l'agent choisit la fonction de rémunération qui maximise sa rente. Ainsi, l'agent envoie un message au principal et sa rente devient une fonction du message envoyé.

La question qui se pose : Est ce qu'il est pertinent d'offrir à l'agent un menu de contrats ?
Est ce que la communication a de la valeur dans un menu de contrats ?

Sachant que l'agent possède une information privée, si les coûts observés ne donnent aucune information sur le paramètre d'efficacité de l'agent, la communication a de la valeur, et ce pour deux raisons :

Dans certains cas, le menu des contrats permet au principal de faire un meilleur choix des actions efficaces sans pour autant payer à l'agent une rente informationnelle excessive. Alternativement, le menu des contrats peut avoir de la valeur même si l'agent ne changera pas l'action choisie.

Dans tous les cas, la valeur de la communication résulte entièrement d'une réduction dans la rente informationnelle de l'agent ; la communication n'améliore pas l'efficacité de l'arrangement contractuel.
Finalement, un menu de contrats peut avoir de la valeur, s'il induit un meilleur partage du risque entre les deux parties.

Ainsi, avec un menu de contrats, l'agent peut sélectionner une fonction de rémunération adaptée à son environnement actuel. Ce qui permet au principal d'éviter le problème du risque moral sans payer à l'agent une rente additionnelle. Cependant, ceci n'est pas toujours vrai : Melumad et Reichelstein (1989) ont démontré que les contraintes d'auto-sélection peuvent être tellement restrictives qu'aucun menu de contrats domine le contrat unique optimal (n'engendrant aucune communication).

Melumad et Reichelstein (1989) ont montré que dans certaines circonstances la borne supérieure de la valorisation de la communication peut être atteinte par un menu de contrats linéaires. Ainsi, la pleine valeur de la communication peut être capturée par un menu de schémas linéaires.

Néanmoins, Melumad et Reichelstein (1989) ont, aussi, montré que le menu de contrats n'a aucune valeur si l'agent possède une information parfaite. Comme l'agent anticipe les coûts observés avec certitude, la performance d'un menu de contrats *incitatif* peut être répliquée par un contrat unique.

Donc, la communication n'a aucune valeur lorsque la condition *spanning* est satisfaite : Les coûts observés sont de bons indicateurs du paramètre d'efficacité (si la structure des coûts stochastiques est suffisamment ''fine'').

Enfin, selon Melumad et Reichelstein (1989), en présence d'aversion au risque, le menu des contrats a de la valeur, et ce pour deux raisons : premièrement, dans l'état de nature intermédiaire, il y a encore possibilité de remédier au choix d'action inefficace. Deuxièmement, le menu des contrats peut réduire le risque imposé à l'agent dans l'état de nature élevée. Cependant, comme dans le cas de la neutralité envers le risque, l'agent trouve trop coûteux de remédier au choix d'action inefficace.

Il est à noter que l'analyse précédente sur les menus des contrats est basée sur une perspective de contrôle pure : le principal n'a aucun intérêt dans l'information de l'agent, mais cette information est déduite afin de réaliser des contrats plus efficaces.

CHAPITRE 4

REPLICATION DU MODÈLE DE MC AFEE ET MC MILLAN (1986)

4.1.Introduction

D'après Mc Afee et Mc Millan (1986), l'enchère peut être considérée comme un jeu non coopératif à information incomplète (jeu bayésien), dans lequel le but du Gouvernement est d'assurer la sélection de la firme la plus efficace. Sous un contrat *fixed price* ou un contrat *incitatif* (dans lequel α est strictement inférieur à 1), plus les coûts espérés de la firme sont faibles, et plus son offre est basse. Donc, le Gouvernement en sélectionnant l'offre la plus basse, sélectionne la firme la plus efficace.

Dans le cas d'un contrat *cost plus* ($\alpha = 1$), cet argument ne tient plus, car les coûts réalisés de la firme sont complètement couverts par le Gouvernement. Les coûts espérés des firmes ne sont pas pertinents dans la détermination de leurs offres. Plus α est large, et plus l'offre de chaque firme participante à l'enchère est basse. Plus α est faible, et plus la firme contractante déploierait des activités réduisant ses coûts, néanmoins ceci peut entraîner le déclin de la qualité du projet.

Mc Afee et Mc Millan (1986) ont montré que le contrat optimal est réalisé suite à un arbitrage entre l'effet du risque moral, l'effet de partage du risque et l'effet de la compétition des enchères. Ainsi, il dépend des facteurs suivantes : l'incertitude associé au projet, la variance des coûts espérés des offreurs, la compétition des enchères, la capacité de la firme contractante à réduire ses coûts et les attitudes des firmes participantes à l'enchère envers le risque (théorème 2).

Dans ce qui suit, nous allons présenter les échantillons de la simulation de Mc Afee et Mc Millan (1986) ainsi que ses hypothèses; puis une présentation de leurs résultats et des interprétations seront faites.

4.2.Les échantillons

Le tableau 2 présente les données pour un échantillon de contrats de grosses constructions signés par le Ministère des services du gouvernement de l'Ontario. Ces contrats sont tous de types contrat *fixed price*. Il y a 21 contrats, alors que le nombre d'offreurs varie de 1 à 31, la moyenne étant 11,4.

Tableau 2

Les contrats de grosses constructions du Ministère des services du gouvernement (1982/83)

Contrats	Nombres d'offreurs	L'offre la plus basse	L'offre la plus élevée	Coût espéré le plus bas: Cl	Coût espéré le plus élevé: Ch
1	8	260175	335290	263703	374076
2	8	2429000	2647000	2574963	2895290
3	18	312093	407923	333688	447092
4	12	545900	578000	586635	628020
5	31	56940	84242	61963	92056
6	12	2709555	3420000	2851174	3767120
7	15	1255000	1526000	1338820	1670656
8	11	503000	676759	521054	750416
9	5	198800	312200	155537	368162
10	3	26900	34500	18605	41405
11	1	210000	210000		
12	9	599637	833700	603776	932927
13	8	887000	1064000	917525	1177606
14	12	705000	1069000	722160	1191450
15	13	360500	586822	368746	654792
16	14	353402	525649	368559	582593
17	10	299732	374400	312325	413726
18	17	347828	464766	370573	510351
19	16	1620000	2044000	1727719	2240288
20	7	594000	828828	573054	938342
21	7	218800	294134	213782	334079

La troisième et la quatrième colonne du tableau 2 montrent pour chaque contrat, l'offre la plus basse et l'offre la plus élevée, alors que les cinquième et sixième colonnes présentent respectivement le coût espéré le plus élevé et le coût espéré le plus bas pour les 21 projets.

Tableau 3

Les contrats de maintenance et de construction : Ministère des transports et des communications de l'Ontario, 1984

Contrats	Nombres d'offreurs	L'offre la plus basse	L'offre la plus élevée	Coût espéré le plus faible: Cl	Coût espéré le plus élevé: Ch
1	2	674223	688442	674320	759634
2	4	1085020	1385220	938604	1605715
3	4	48345	58852	44061	67410
4	1	134046	134046		
5	1	105939	105939		
6	2	152741	158097	144570	176706
7	2	213142	213614	228612	231444
8	7	4142150	5202600	4165916	5833693
9	3	448520	539469	359524	632371
10	3	1061000	1094050	1101472	1200622
11	5	522524	694054	475069	796688
12	4	108596	134706	97015	155037
13	4	34800	62200	16228	77117
14	4	1094750	1391880	951520	1611809
15	4	355211	627802	171178	776936
16	5	515408	648013	487759	736394
17	7	440642	623777	422474	707351
18	5	1658000	1768700	1735427	1941860
19	4	93571	123736	77606	144639
20	4	55800	64800	53297	73297
21	3	194090	163460	114209	322319
22	1	158160	158160		
23	3	921000	945695	961772	1035692

Il est à noter que n'ayant aucune indication sur la méthode de calcul de ces coûts espérés, nous allons dans la suite de ce travail admettre ces résultats et ensuite les utiliser.

Le tableau 3 présente les données pour un échantillon de contrats *fixed price* de maintenance et de construction engagés par le Ministère des transports et des communications de l'Ontario. Les données sont classées de la même manière que dans le tableau 2. Notons que le nombre d'offreurs pour ces contrats est dans la plupart des cas inférieur au nombre d'offreurs pour des contrats de grosses constructions du Ministère. Pour les 23 contrats, le nombre varie de 1 à 7, avec une moyenne de 3,6.

Tableau 4

Les contrats du Ministère des ressources naturelles de l'Ontario, 1983/84

Contrats	Nombres d'offreurs	L'offre la plus basse	L'offre la plus élevée	Coût espéré le plus bas: Cl	Coût espéré le plus élevé: Ch
1	4	162450	248805	180197	495160
2	3	364693	662438	-60413	886822
2'	4	329005	662438	95342	836305
3	4	228760	249158	231383	276708
4	3	131579	146040	122315	165698
5	8	117400	420000	56151	500788
6	5	145742	272672	91092	329086
7	3	398400	437680	376560	494400
8	10	1713000	3351146	1594992	3819635
9	10	829700	1397570	807918	1579099
10	8	173540	376800	104075	315895
11	7	121780	190349	111475	218137
12	5	200700	264424	183604	303086
13	4	160820	231770	118463	276130
14	9	25276	60444	20642	70097
15	8	38000	79392	31401	92222
16	8	31500	75650	23729	88602
17	6	17500	34860	12275	41440
18	8	35238	59700	32374	68318
19	9	37756	73199	34082	83924
20	10	242201	358610	243583	401670

Dans la ligne 2, l'agent qui a l'offre la plus basse est disqualifié.
Dans la ligne 2, les coûts espérés sont calculés en ignorant cette offre ; alors que dans la ligne 2', il est inclus.

Le tableau 4 présente des données analogues aux tableaux précédents. Il concerne des projets du Ministère des ressources naturelles. Dans cet échantillon, le nombre d'offreurs varie de 3 à 10, et la moyenne est de 6,6.

En ce qui concerne les hypothèses de la simulation, elles sont les suivantes : premièrement, les firmes sont supposées neutres au risque, le Gouvernement n'a aucun intérêt à protéger la firme contractante du risque. Deuxièmement, le Gouvernement emploie fréquemment de l'audit, et ce afin que les firmes ne lui chargent pas des matériaux et de la main d'œuvre non utilisés dans le projet. Troisièmement, les coûts des firmes sont distribués d'une manière uniforme. Et enfin, quatrièmement, l'effet du risque moral peut être présenté par une fonction quadratique.

Étant donné ces hypothèses, le paramètre optimal de partage des coûts α ainsi que la forme du contrat optimal, dépendent du nombre de firmes participantes à l'enchère, de l'écart entre le coût espéré le plus élevé et le coût espéré le plus bas, et de l'effet du risque moral (voir l'annexe 1).

4.3.La mesure de l'effet du risque moral

Dans le contexte d'un contrat Gouvernement-firme privée, le risque moral s'étend aux efforts consentis par la firme contractante pour réduire les coûts de réalisation du projet public.

Dans un contrat *fixed price*, la firme contractante supporte toutes les conséquences de son effort. Selon l'analyse théorique, sous un tel contrat, le Gouvernement n'intensifie pas la compétition et en outre il oblige la firme contractante à supporter tout le risque. Alors qu'un contrat *cost plus* stimule d'avantage la compétition, néanmoins la firme contractante n'a aucun intérêt à déployer des efforts pour réduire ses coûts. Donc, une mesure de l'effet du risque moral est la différence en pourcentage entre les coûts de production sous un contrat *cost plus* et les coûts de production sous un contrat *fixed price*.

De nombreuses études faites sur des contrats militaires des États Unis, ont essayé de mesurer cette différence. Selon Scherer (1964), l'observation aléatoire laisse supposer que les coûts sous un contrat *fixed price* sont typiquement d'environ 10 pour cent plus faibles que les coûts sous un contrat *cost plus*. De même, Moore (1967) a présenté une estimation similaire.

Koch (1980), en étudiant l'effet de la régulation sur les coûts de production dans le secteur d'électricité, a estimé la mesure de l'effet du risque moral à 10 pour cent. Néanmoins, dans leur simulation Mc Afee et Mc Millan (1988) ont supposé que la différence en pourcentage entre les coûts de production sous un contrat *cost plus* et les coûts de production sous un contrat *fixed price* est de l'ordre de 15 pour cent.

4.4.Présentation et analyse des résultats

Les résultats reportés dans les tableaux 5, 6 et 7 correspondent respectivement aux données des tableaux 2, 3 et 4. La cinquième colonne des tableaux 5, 6 et 7 présente le paramètre optimal de partage des coûts pour chaque contrat.

Tableau 5

Le paramètre optimal de partage des coûts
Les contrats du Ministère des services du gouvernement de l'Ontario

Contrats	Nombres d'offreurs	Coût espéré le plus bas: Cl	Coût espéré le plus élevé: Ch	Alpha optimal
1	8	263703	374076	0,22
2	8	2574963	2895290	0,08
3	18	333688	447092	0,09
4	12	586635	628020	0,03
5	31	61963	92056	0,07
6	12	2851174	3767120	0,12
7	15	1338820	1670656	0,08
8	11	521054	750416	0,17
9	5	155537	368162	0,64
10	3	18605	41405	0,92
11	1			
12	9	603776	932927	0,24
13	8	917525	1177606	0,16
14	12	722160	1191450	0,20
15	13	368746	654792	0,21
16	14	368559	582593	0,16
17	10	312325	413726	0,15
18	17	370573	510351	0,10
19	16	1727719	2240288	0,09
20	7	573054	938342	0,32
21	7	213782	334079	0,30

Source : tableau 2, page 60

Tableau 6

Le paramètre optimal de partage des coûts
Les contrats du Ministère des transports et des communications de l'Ontario

Contrats	Nombres d'offreurs	Coût espéré le plus bas: Cl	Coût espéré le plus élevé: Ch	Alpha optimal
1	2	674320	759634	0,25
2	4	938604	1605715	0,55
3	4	44061	67410	0,46
4	1			
5	1			
6	2	144570	176706	0,40
7	2	228612	231444	0,03
8	7	4165916	5833693	0,24
9	3	359524	632371	0,72
10	3	1101472	1200622	0,14
11	5	475069	796688	0,45
12	4	97015	155037	0,50

13	4	16228	77117	0,99
14	4	951520	1611809	0,55
15	4	171178	776936	0,99
16	5	487759	736394	0,38
17	7	422474	707351	0,34
18	5	1735427	1941860	0,12
19	4	77606	144639	0,62
20	4	53297	73297	0,36
21	3	114209	322319	0,99
22	1			
23	3	961772	1035692	0,12

Source : tableau 3, page 61

En ce qui concerne les contrats du Ministère des services du gouvernement (tableau 5), le paramètre optimal de partage des coûts calculé varie entre 0,03 et 0,92. Alors que dans le cas des contrats du Ministère des transports et des communications (tableau 6), le paramètre optimal de partage des coûts varie entre 0,03 et 0,99. Enfin, concernant les contrats du Ministère des ressources naturelles (tableau 7), le paramètre optimal varie entre 0,22 et 0,99.

Il est à noter que pour certains paramètres calculés, l'économie réalisée à la suite de l'utilisation d'un contrat *incitatif* au lieu d'un contrat *fixed price* est négligeable, c'est pourquoi dans ces cas, le contrat *fixed price* est approprié.

Tableau 7

Le paramètre optimal de partage des coûts
Les contrats du Ministère des ressources naturelles de l'Ontario

Contrats	Nombres d'offreurs	Coût espéré le plus bas: Cl	Coût espéré le plus élevé: Ch	Alpha optimal
1	4	180197	495160	0,85
2	3	-60413	886822	0,99
2'	4	95342	836305	0,99
3	4	231383	276708	0,22
4	3	122315	165698	0,44
5	8	56151	500788	0,66
6	5	91092	329086	0,80
7	3	376560	494400	0,40
8	10	1594992	3819635	0,35
9	10	807918	1579099	0,30
10	8	104075	315895	0,50
11	7	111475	218137	0,41
12	5	183604	303086	0,44
13	4	118463	276130	0,76
14	9	20642	70097	0,47
15	8	31401	92222	0,49

16	8	23729	88602	0,54
17	6	12275	41440	0,67
18	8	32374	68318	0,39
19	9	34082	83924	0,40
20	10	243583	401670	0,24

Source : tableau 4, page 62

Dans les tableaux 5, 6 et 7, nous remarquons l'existence des contrats qui ont des valeurs de α trop proches de 1. Ainsi, le contrat optimal est un contrat *incitatif* trop proche d'un contrat *cost plus*. Moins α est proche de 1, et plus les offres sont révélatrices des coûts espérés, donc la firme qui a le coût espéré le plus bas soumet l'offre le plus basse. En fait, les contrats estimés optimaux sont trop proches (mais ne sont pas) des contrats *cost plus* car les gains du Gouvernement attribués à l'intensification de la compétition l'emportent sur les pertes subies d'une moindre incitation de la firme contractante à réduire ses coûts.

À l'issue de cette simulation, la valeur de α optimal dépend de trois facteurs : le nombre de firmes participantes à la compétition, l'écart entre le coût espéré le plus élevé et le coût espéré le plus bas, et l'importance du risque moral.

En effet, plus le nombre d'offreurs est élevé, plus le contrat optimal est proche d'un contrat *fixed price* (α = 0). Une démonstration de cette conclusion a été faite dans l'annexe 8.a. Notons que les contrats du Ministère des services du gouvernement le vérifient bien; à titre d'exemple que pour le contrat 5 avec 31 firmes participantes à l'enchère, le α optimal est de l'ordre de 0,07.

D'autant plus, Mc Afee et Mc Millan (1986) dans leur analyse théorique montrent que lorsque le nombre d'offreurs est très important, l'effet de la compétition des enchères est négligeable. α est déterminé par l'arbitrage entre l'effet du risque moral et l'effet de partage du risque. Donc, selon eux, α ne tend vers zéro que lorsque les agents sont neutres au risque. La vérification empirique de cette proposition fera l'objet de la simulation notre modèle.

D'après la simulation du modèle de Mc Afee et Mc Millan (1986), nous constatons encore que plus l'écart entre le coût espéré le plus élevé et le coût espéré le plus bas est faible, plus le contrat est proche d'un contrat *fixed price*. En fait, ce faible écart est dû à une compétition intense. Et enfin, plus l’effet du risque moral est important, et plus le contrat est proche d’un contrat *fixed price*.

CHAPITRE 5

LA DÉMARCHE DE MOUGEOT ET NAEGELEN (1993)

5.1.Présentation

Mougeot et Naegelen (1993) ont adopté une nouvelle démarche, tout en évoquant les problèmes suivants: problème du risque moral, problème de sélection adverse, les incertitudes *ex post* liées à la valeur qu'auront les coûts de production, et les incertitudes *ex ante* qui portent sur l'issue même de l'enchère.

En fait, la démarche de Mougeot et Naegelen (1993) consiste à chercher la stratégie d'équilibre bayésien symétrique. Ainsi, en se plaçant du point de vue de l'agent, la stratégie d'équilibre est celle qui maximise l'espérance d'utilité du profit de chaque agent.

La stratégie des agents dépend de leur attitude vis-à-vis du risque. Si les agents sont neutres au risque, ils cherchent à maximiser ce qui suit :

$$E\pi = \left[E\left((1-\alpha)\left(b_i - c^*_i - w + \varepsilon_i\right)\right) - h(\varepsilon_i)\right]\left[1 - G\left(b^{-1}(b_i)\right)\right]^{n-1}$$

Avec $c_i = c_i^* + w - \varepsilon_i$ et $E(w) = 0$.

La stratégie optimale maximisant ce profit, pour tout c_i^*, vérifie:

$$b\left(c_i^*\right) = c_i^* + \frac{\int_{c_i^*}^{c_h} (1 - G(s))^{n-1} ds}{\left(1 - G\left(c_i^*\right)\right)^{n-1}} - \frac{(1-\alpha)\varepsilon_i - h(\varepsilon_i)}{1-\alpha}.$$

et

$$b(c_h) = c_h - \frac{(1-\alpha)\varepsilon_i - h(\varepsilon_i)}{1-\alpha}.$$

La démonstration de la démarche de Mougeot et Naegelen (1993) est présentée à l'annexe 2.

L'offre de chaque agent est composée de son coût espéré plus un *mark up* stratégique diminué d'un terme exprimant l'arbitrage entre la réduction du coût et le coût de la réduction.

Cette stratégie n'est pas définie en α = 1, car l'offre est indépendante du coût espéré dans le cas d'un contrat *cost plus*. Dans un contrat *fixed price* (α = 0), l'offre de chaque agent est réduite d'un montant $\left(\varepsilon_i - h(\varepsilon_i)\right)$, qui est le rendement social de l'effort net de sa désutilité selon Mc Afee et Mc Millan (1986).

Ainsi, du point de vue du Gouvernement, son paiement moyen est :

$$\overline{p} = n\int_{c_l}^{c_h} t(c^*)\left(1 - G(c^*)\right)^{n-1} g(c^*)\,dc^* .$$

Donc, le paiement moyen optimal est tel que:

$$\frac{d\overline{p}}{d\alpha} = n\int_{c_l}^{c_h}\left[\frac{\alpha}{h''\left(h'^{-1}(1-\alpha)\right)} - \frac{\int_{c^*}^{c_h}(1-G(s))^{n-1}ds}{\left(1-G(c^*)\right)^{n-1}}\right]\left(1 - G(c^*)\right)^{n-1} g(c^*)\,dc^* = 0 .$$

et,

$$\alpha = n h''\left(h'^{-1}(1-\alpha)\right)\int_{c_l}^{c_h}\int_{c^*}^{c_h}(1-G(s))^{n-1}ds\ g(c^*)\,dc^* .$$

Ce qui est l'équation (16) de l'article de Mc Afee et Mc Millan (1986).

Le paramètre de partage des coûts, en cas de neutralité vis-à-vis du risque, exprime l'égalité entre l'effet de la compétition des enchères et l'effet du risque moral.

5.2.Illustration

Dans le cas où les coûts espérés seraient distribués sur $[c_l c_h]$ selon une loi uniforme et les agents sont neutres au risque, la situation se résume ainsi :

Soit h une fonction quadratique telle que:

$h(\varepsilon) = \dfrac{\varepsilon^2}{2d}$ où d est une constante.

L'offre optimale de l'agent est :

$$b(c_i^*) = \frac{c_h + c_i^*(n-1)}{n} - \frac{(1-\alpha)d}{2} .$$

Voir l'annexe 3, pour la démonstration.

L'offre optimale de chaque agent est croissante en α (avec $0 \leq \alpha < 1$) ; plus α est élevé, et plus l'offre est élevée. En outre, plus la compétition est intense, et moins l'offre est élevée, ce qui entraîne un faible écart entre les deux bornes de la distribution uniforme.

Par la suite, le paiement moyen du gouvernement est:

$$\overline{p} = \alpha^2 \frac{d}{2} - \alpha \frac{(c_h - c_l)}{n+1} + c_l + \frac{2(c_h - c_l)}{n+1} - \frac{d}{2}.$$

Le terme en α^2 exprime l'effet du risque moral : C'est le coût marginal de l'accroissement de α. Alors que le terme en α représente l'effet de la compétition des enchères : c'est le bénéfice marginal de l'accroissement de α.

α^*, qui minimise le paiement moyen $\overline{p}$, est égal à :

$$\alpha^* = \frac{(c_h - c_l)}{d(n+1)}.$$

C'est le même α que celui calculé par Mc Afee et Mc Millan (1986).

Par ailleurs,

$$\overline{p} = c_l - \frac{(c_h - c_l)^2}{2(n+1)^2 d} + \frac{2(c_h - c_l)}{n+1} - \frac{d}{2}.$$

Il est à noter que l'offre de chaque agent est toujours plus élevée dans le cas d'un contrat *incitatif*, par rapport à celle dans le cas d'un contrat *fixed price* . Néanmoins, le paiement qui en résulte est toujours plus faible.

Dans le cadre de l'hypothèse de la neutralité des agents vis-à-vis du risque, l'écart entre le prix dans un contrat *fixed price* et le prix dans le contrat *incitatif* optimal, est :

$$\overline{p}_0 - \overline{p}_{\alpha^*} = \frac{(c_h - c_l)^2}{2(n+1)^2 d}.$$

Cet écart est décroissant avec le nombre de concurrents. Il est croissant avec l'écart entre le coût le plus bas et le coût le plus élevé, décroissant avec le paramètre d.

CHAPITRE 6

CAS SPÉCIAL DU MODÈLE DE MC AFEE ET MC MILLAN (1986)

Mc Afee et Mc Millan (1986), dans un cas spécial, ont supposé dans un premier temps que la distribution du coût de la firme est exponentielle (40) et que la fonction de la désutilité engendrée par l'effort est quadratique ($h'' = h_0$), pour chercher dans un deuxième temps le paramètre optimal de partage des coûts α et l'effet du changement des paramètres exogènes sur le α optimal. Nous étudierons ce cas au niveau de ce chapitre.

$G(c^*) = 1 - e^{-\mu(c^* - c_l)}$ avec $\mu > 0$. (40)

6.1.Le contrat linéaire optimal

Selon Mc Afee et Mc Millan (1986), avec une aversion au risque absolue constante et la contrainte que $0 \leq \alpha < 1$, le profit maximum espéré de l'agent sélectionné est :

$$E\pi = \frac{1}{\lambda} \operatorname{Log}\left(\varphi(\alpha).\left(1 + \frac{\lambda\,(1-\alpha)}{\mu\ (n-1)}\right)\right).$$

L'utilité espérée correspondante est :

$$E\,U = \frac{(1-\alpha)}{\lambda\,(1-\alpha) + (n-1)\,\mu}.$$

La démonstration du lemme 1 avec une distribution exponentielle est présentée à l'annexe 4.

Donc, l'utilité espérée et le profit espéré sont décroissants en n et α : plus le nombre d'offreurs est important, plus leurs offres sont basses et plus leurs profits *ex post* sont faibles.

L'utilité espérée et le profit espéré sont décroissants en μ. Avec $\frac{1}{\mu^2}$ mesurant la variance de la distribution des coûts, ceci implique que les profits augmentent avec la variance des coûts espérés.

Par la suite, sachant que le principal est neutre au risque, et qu'il cherche, par le biais de α, à minimiser son paiement espéré, et ce en tenant compte du comportement de l'agent ($E\pi_i$, $EU(\pi_i)$), α, qui minimise le paiement espéré du principal, doit satisfaire l'équation suivante :

$$\frac{\alpha}{h_0} - \lambda(1-\alpha)\sigma^2 - \frac{1}{\mu(n-1)+\lambda(1-\alpha)} = 0.$$

Ce qui est l'équation (27) de l'article de Mc Afee et Mc Millan (1986). $\frac{\alpha}{h_0}$ est la mesure de l'effet du risque moral.

Ainsi, la différence entre le coût de production espéré suite à un contrat *cost plus* et le coût espéré suite à un contrat *fixed price*, est $\frac{1}{h_0}$. Donc $\frac{1}{h_0}$ mesure l'effet maximum du risque moral.

$-\lambda(1-\alpha)\sigma^2$ est la mesure de l'effet de partage du risque.

Et $\frac{-1}{\mu(n-1)+\lambda(1-\alpha)}$ est la mesure de l'effet de la compétition des enchères.

La dérivation de cette équation est présentée à l'annexe 5.

Il est à noter que $\alpha = 1$ n'est pas une solution au problème puisqu'elle élimine l'effet de partage du risque. En outre, le contrat *fixed price* ($\alpha = 0$) n'est un contrat optimal que si et seulement si $\lambda = 0$ et $n = \infty$.

6.2.L'effet du changement des paramètres exogènes sur le paramètre optimal de partage des coûts

En supposant l'égalité (41), Mc Afee et Mc Millan (1986) ont utilisé le théorème de la fonction implicite et le fait que $M'(\alpha) > 0$ pour voir les effets des paramètres exogènes sur le paramètre optimal de partage des coûts (voir annexe 5).

$$M(\alpha) = \frac{\alpha}{h_0} - \lambda(1-\alpha)\sigma^2 - \frac{1}{\mu(n-1)+\lambda(1-\alpha)}. \qquad (41)$$

$\frac{\partial \alpha}{\partial \sigma^2} > 0$: est la croissance de la variance des coûts imprévus. Elle augmente la valeur optimale de α. Plus cette variance est élevé, plus les agents riscophobes doivent être protégés du risque.

$\frac{\partial \alpha}{\partial \frac{1}{\mu}} > 0$: La croissance de la variance des coûts espérés des agents augmente α optimal. Plus la variance est grande et plus la compétition des enchères est faible, donc α doit être augmenté en compensation.

$\frac{\partial \alpha}{\partial n} < 0$: Plus le nombre des firmes participantes à l'enchère est élevé et plus le α optimal est petit. Plus la compétition des enchères est importante et plus le principal est capable d'utiliser α pour compenser le risque moral.

$\frac{\partial \alpha}{\partial h_0} > 0$: Plus les rendements sont sensibles à l'effort, plus le α optimal est grand. Comme indiqué, $\frac{1}{h_0}$ mesure l'effet maximum du risque moral ; donc plus h_0 est élevé moins le principal utilisera α pour inciter l'agent à réduire son coût.

Le signe de $\frac{\partial \alpha}{\partial \lambda}$ est ambigu : Plus l'agent sélectionné est riscophobe et plus le besoin d'un partage du risque est important (α va augmenter). Cependant, plus les agents sont riscophobes moins ils seront nombreux à participer à l'enchère, et donc le principal ne va pas mettre α élevé pour augmenter la compétition des enchères.

CHAPITRE 7

LE MODÈLE PROPOSÉ

7.1.Introduction

Il apparaît normal de supposer que les agents sont riscophobes dans le domaine des marchés publics. En effet, les incertitudes *ex post* sur les coûts de réalisation du projet et les incertitudes *ex ante* concernant l'issue même de l'enchère le confirment. Néanmoins, les recherches dans le domaine des marchés publics n'ont définit que des solutions analytiques générales dans le cadre de cette hypothèse, alors que seuls des solutions numériques ou partielles sont obtenues avec d'autres hypothèses (neutralité vis-à-vis du risque).

Le but de ce chapitre est d'essayer, dans un premier temps, de définir une solution analytique dans le cas de l'aversion au risque des agents, et dans un deuxième temps d'utiliser les données de McAfee et Mc Millan (1986) pour faire une simulation empirique.

Pour cette fin, nous supposons que les agents ont une aversion relative au risque constante. Ainsi, la fonction d'utilité de chaque agent est telle que :

$$U(\pi_i) = \pi_i^r$$

avec r tel que (1-r) est la mesure d'Arrow-Pratt d'aversion au risque relative constante.

$$EU(\pi_i) = E(\pi_i^r)$$

Plus r est proche de zéro, et plus les agents sont averses au risque.

Ensuite, les agents considèrent que les incertitudes *ex post* liées aux coûts sont négligeables (les coûts imprévus sont nuls). Donc, seuls les incertitudes *ex ante* qui portent sur l'issue de la procédure, sont envisageables.

Pour cela, nous supposons que le coût de la firme ne dépend pas d'une variable aléatoire :

$$c_i = c_i^* - \varepsilon_i$$

Avec, c_i^* le coût espéré de chaque agent et ε_i l'effort de chaque agent pour réduire ses coûts réels.

Notons bien que la simulation du modèle de Mc Afee et Mc Millan (1986), présentée dans le chapitre 4, peut revenir à supposer que les coûts imprévus sont nuls. Ce qui nous permet au niveau de ce chapitre de faire une comparaison directe de nos résultats avec ceux du Mc Afee et Mc Millan (1986).

7.2.Présentation du modèle

Nous chercherons la stratégie d'équilibre bayésien symétrique. Cette stratégie est celle qui maximise l'espérance d'utilité du profit de chaque agent dans le contexte de l'aversion au risque.

Ainsi, la stratégie d'équilibre symétrique est définie telle que :

$$E\pi = \left[E\left((1-\alpha)\left(b_i - c^*{}_i + \varepsilon_i\right)\right) - h(\varepsilon_i)\right]^r \left[1 - G\left(b^{-1}(b_i)\right)\right]^{n-1}.$$

Lorsque les agents sont riscophobes, ils modifient leur arbitrage entre la maximisation du profit et la probabilité de gagner. En donnant plus de poids à la probabilité de gagner, leur offre est révisée à la baisse.

En effet, la stratégie optimale est telle que :

$$b\left(c_i^*\right) = c_i^* + \frac{\int_{c_i^*}^{c_h} \left(1 - G(s)\right)^{\frac{n-1}{r}} ds}{\left(1 - G\left(c_i^*\right)\right)^{\frac{n-1}{r}}} - \frac{(1-\alpha)\varepsilon_i - h(\varepsilon_i)}{1-\alpha}.$$

Nous pouvons vérifier pour r = 1

$$b\left(c_i^*\right) = c_i^* + \frac{\int_{c_i^*}^{c_h} \left(1 - G(s)\right)^{n-1} ds}{\left(1 - G\left(c_i^*\right)\right)^{n-1}} - \frac{(1-\alpha)\varepsilon_i - h(\varepsilon_i)}{1-\alpha}.$$

La démonstration est présentée à l'annexe 6.

Comme dans le cas de la neutralité vis-à-vis du risque, l'offre de chaque agent est formée de son coût espéré plus un *mark up* moins un terme, qui exprime l'arbitrage entre la réduction des coûts réels et le coût de cette réduction. Néanmoins, dans le cas où les agents sont riscophobes le *mark up* est plus faible et décroît lorsque le degré d'aversion au risque augmente, c'est à dire lorsque les agents deviennent moins riscophobes.

En ce qui concerne le Gouvernement, son paiement est:

$$t\left(c^*\right) = (1-\alpha)b\left(c^*\right) + \alpha c\,.$$

Le paiement moyen est:

$$\overline{p} = n\int_{c_l}^{c_h} t\left(c^*\right)\left(1-G\left(c^*\right)\right)^{n-1} g\left(c^*\right) dc^*\,.$$

Donc, le paiement moyen optimal est tel que:

$$\frac{d\overline{p}}{d\alpha} = n\int_{c_l}^{c_h}\left[\frac{\alpha}{h''\left(h'^{-1}(1-\alpha)\right)} - \frac{\int_{c^*}^{c_h}(1-G(s))^{\frac{n-1}{r}}ds}{\left(1-G\left(c^*\right)\right)^{\frac{n-1}{r}}}\right]\left(1-G\left(c^*\right)\right)^{n-1} g\left(c^*\right) dc^* = 0\,.$$

Ainsi,

$$\alpha = n h''\left(h'^{-1}(1-\alpha)\right)\int_{c_l}^{c_h}\int_{c^*}^{c_h}(1-G(s))^{\frac{n-1}{r}}\left(1-G\left(c^*\right)\right)^{\frac{(n-1)(r-1)}{r}} ds\, g\left(c^*\right) dc^*\,.$$

Nous pouvons vérifier pour r = 1

$$\alpha = n h''\left(h'^{-1}(1-\alpha)\right)\int_{c_l}^{c_h}\int_{c^*}^{c_h}(1-G(s))^{n-1} ds\, g\left(c^*\right) dc^*\,.$$

Ce qui est l'équation (16) de l'article de Mc Afee et Mc Millan (1986).

Comme dans le cas de la neutralité vis-à-vis du risque des agents, le paramètre optimal de partage des coûts exprime l'égalité entre l'effet du risque moral et l'effet de la compétition des enchères. Néanmoins, ce paramètre dans le cas de l'aversion au risque tient compte du comportement de chaque agent face à l'incertitude concernant l'élaboration de son offre, ce qui nous semblerait plus réaliste.

7.3. Illustration

Nous considérons le cas où les coûts espérés seraient distribués sur $[c_l c_h]$ selon une loi uniforme et les agents sont riscophobes, la situation se résume ainsi :

Soit h une fonction quadratique telle que:

$h(\varepsilon) = \frac{\varepsilon^2}{2d}$ où d est une constante.

L'offre optimale de l'agent est :

$$b\left(c_i^*\right)=\frac{rc_h+c_i^*(n-1)}{n-1+r}-\frac{(1-\alpha)d}{2}.$$

L'offre optimale de chaque agent est linéaire et croissante par rapport au coût espéré et décroissante par rapport au nombre de participants à l'enchère. Elle est croissante par rapport à r (le degré d'aversion relative au risque). Moins les agents sont riscophobes et plus leurs offres sont élevées. Finalement elle est croissante par rapport à α, plus α est élevé et plus l'offre est élevée.

Ainsi, l'écart entre les deux bornes de la distribution peut être faible, et ce soit parce que les agents ont une aversion au risque élevée, ou soit que la compétition des enchères est intense.

Le paiement moyen du Gouvernement est:

$$\overline{p}=(1-\alpha)\left(\frac{rc_h}{n-1+r}-\frac{d(1+\alpha)}{2}\right)+\left(\frac{n((n-1)+r\alpha)}{n-1+r}\right)\left(\frac{c_l}{n}+\frac{c_h-c_l}{n(n+1)}\right).$$

Ainsi, α qui minimise le paiement moyen $\overline{p}$ du Gouvernement est :

$$\alpha=\frac{r\,(c_h-c_l)\,n}{d(n+1)(n-1+r)}.$$

Voir l'annexe 7, pour la démonstration.

Nous pouvons vérifier que pour r =1 (cas de neutralité vis-à-vis du risque)

$$\alpha=\frac{(c_h-c_l)}{d(n+1)}.$$

Ce qui est le α calculé par Mc Afee et Mc Millan (1986).

Étant donné les hypothèses de cette illustration, le paramètre optimal de partage des coûts α ainsi que la forme du contrat optimal, dépendent du nombre d'agents participants à l'enchère, de la différence entre le coût estimé le plus élevé et le coût estimé le plus bas, le degré d'aversion relative et l'effet du risque moral.

Dans ce qui suit nous allons présenter la simulation de cette illustration aux données de Mc Afee et Mc Millan (1988).

7.4.Simulation

Au niveau de cette section, nous allons présenter les résultats de la simulation du modèle proposé. Nous calculerons le paramètre optimal de partage des coûts, selon les différentes valeurs de r (degré d'aversion relative au risque).

En ce qui concerne les coûts espérés, au niveau de l'annexe 9, une présentation de la méthode de calcul sera faite. En outre, l'annexe 10 contient les valeurs estimées de ces coûts, selon le degré d'aversion relative au risque. Enfin, notons que la mesure du l'effet du risque moral est la même que celle de Mc Afee et Mc Millan (1988).

7.4.1.Présentation et analyse des résultats

Les résultats reportés dans les tableaux 8, 9 et 10 correspondent respectivement aux données des tableaux 2, 3 et 4. La troisième colonne des tableaux 8, 9 et 10 présente le paramètre optimal de partage des coûts pour chaque contrat, dans le cas de la neutralité des agents vis-à-vis du risque (r = 1). Ce résultat est identique à celui trouvé par Mc Afee et Mc Millan (1986).

Il est à noter que le but de cette recherche est, d'une part, de trouver le paramètre optimal de partage des coûts en présence de l'aversion des agents au risque, et d'autre part de voir si l'aversion au risque a le même effet que la compétition des enchères. Ainsi, la quatrième, la cinquième et la sixième colonnes des tableaux 8, 9 et 10 présentent les α optimaux, qui correspondent aux données de Mc Afee et Mc Millan (1988), et ce selon le degré d'aversion relative au risque des agents.

A partir de ces résultats, nous constatons que plus les agents sont riscophobes (r tend vers zéro), et plus le paramètre optimal de partage des coûts tend vers zéro. En effet, le α optimal des contrats du Ministère des services du Gouvernement (tableau 8) pour r égal à 1, varie entre 0,03 et 0,92 ; alors que pour r égal à 0,5, il varie entre 0,02 et 0,46 et pour r égal à 0,03, il varie entre 0,01 et 0,28, et enfin pour r égal à 0,01, varie entre 0,00 et 0,09.

Tableau 8

Le paramètre optimal de partage des coûts en fonction de l'aversion au risque
Les contrats du Ministère des services du gouvernement de l'Ontario

		r = 1	r = 0,5	r = 0,3	r = 0,1
Contrats	**Nombres d'offreurs**	**Alpha optimal**	**Alpha optimal**	**Alpha optimal**	**Alpha optimal**
1	8	0,22	0,11	0,07	0,02
2	8	0,08	0,04	0,02	0,01
3	18	0,09	0,04	0,03	0,01
4	12	0,03	0,02	0,01	0,00
5	31	0,07	0,03	0,02	0,01
6	12	0,12	0,06	0,04	0,01
7	15	0,08	0,04	0,02	0,01
8	11	0,17	0,08	0,05	0,02
9	5	0,64	0,32	0,19	0,06
10	3	0,92	0,46	0,28	0,09
11	1				
12	9	0,24	0,12	0,07	0,02
13	8	0,16	0,08	0,05	0,02
14	12	0,20	0,10	0,06	0,02
15	13	0,21	0,10	0,06	0,02
16	14	0,16	0,08	0,05	0,02
17	10	0,15	0,07	0,04	0,01
18	17	0,10	0,05	0,03	0,01
19	16	0,09	0,04	0,03	0,01
20	7	0,32	0,16	0,10	0,03
21	7	0,30	0,15	0,09	0,03

Source : tableau 2, page 60

En ce qui concerne les contrats du Ministère des transports et des communications (tableau 9), pour r égal à 1 (neutralité des agents vis-à-vis du risque), le paramètre optimal de partage des coûts varie entre 0,03 et 0,99 ; pour r égal à 0,5, ce paramètre varie entre 0,01 et 0,54 ; pour r égal à 0,3, il varie entre 0,01 et 0,32, et pour r égal à 0,1, il varie entre 0,00 et 0,11.

Il est à noter que la simulation est arrêtée pour un degré d'aversion relative au risque r égal à 0,1, car il nous apparaît bien clair que plus r tend vers zéro c'est à dire plus les agents participants à l'enchère sont riscophobes, plus le contrat optimal est un contrat *fixed price*.

Tableau 9

Le paramètre optimal de partage des coûts en fonction de l'aversion au risque
Les contrats du Ministère des transports et des communications de l'Ontario

		r = 1	r = 0,5	r = 0,3	r = 0,1
Contrats	**Nombres d'offreurs**	**Alpha optimal**	**Alpha optimal**	**Alpha optimal**	**Alpha optimal**
1	2	0,25	0,12	0,07	0,02
2	4	0,55	0,28	0,17	0,06
3	4	0,46	0,23	0,14	0,05
4	1				
5	1				
6	2	0,40	0,20	0,12	0,04
7	2	0,03	0,01	0,01	0,00
8	7	0,24	0,12	0,07	0,02
9	3	0,72	0,36	0,22	0,07
10	3	0,14	0,07	0,04	0,01
11	5	0,45	0,22	0,13	0,04
12	4	0,50	0,25	0,15	0,05
13	4	0,99	0,53	0,32	0,11
14	4	0,55	0,27	0,16	0,05
15	4	0,99	0,52	0,31	0,10
16	5	0,38	0,19	0,11	0,04
17	7	0,34	0,17	0,10	0,03
18	5	0,12	0,06	0,04	0,01
19	4	0,62	0,31	0,19	0,06
20	4	0,36	0,18	0,11	0,04
21	3	0,99	0,54	0,32	0,11
22	1				
23	3	0,12	0,06	0,04	0,01

Source : tableau 3, page 61

Enfin, concernant les contrats du Ministère des ressources naturelles (tableau 10), le α optimal, au cas où r égal à 1, varie entre 0,22 et 0,99 ; alors que pour r égal à 0,5, il varie entre 0,11 et 0,89 ; pour r égal à 0,3, il varie entre 0,07 et 0,53 ; et pour r égal à 0,1, il varie entre 0,02 et 0,18.

Tableau 10

Le paramètre optimal de partage des coûts en fonction de l'aversion au risque
Les contrats du Ministère des ressources naturelles de l'Ontario

		r = 1	r = 0,5	r = 0,3	r = 0,1
Contrats	**Nombres d'offreurs**	**Alpha optimal**	**Alpha optimal**	**Alpha optimal**	**Alpha optimal**
1	4	0,85	0,42	0,25	0,08
2	3	0,99	0,89	0,53	0,18
2'	4	0,99	0,59	0,35	0,12
3	4	0,22	0,11	0,07	0,02
4	3	0,44	0,22	0,13	0,04
5	8	0,66	0,33	0,20	0,07
6	5	0,80	0,40	0,24	0,08
7	3	0,40	0,20	0,12	0,04
8	10	0,35	0,18	0,11	0,04
9	10	0,30	0,15	0,09	0,03
10	8	0,50	0,25	0,15	0,05
11	7	0,41	0,20	0,12	0,04
12	5	0,44	0,22	0,13	0,04
13	4	0,76	0,38	0,23	0,08
14	9	0,47	0,24	0,14	0,05
15	8	0,49	0,24	0,15	0,05
16	8	0,54	0,27	0,16	0,05
17	6	0,67	0,34	0,20	0,07
18	8	0,39	0,19	0,12	0,04
19	9	0,40	0,20	0,12	0,04
20	10	0,24	0,12	0,07	0,02

Source : tableau 4, page 62.

7.4.2.Commentaires

L'illustration de notre modèle, nous montre que la valeur du α optimal dépend de quatre facteurs : le nombre de firmes participantes à la compétition, l'écart entre le coût espéré le plus élevé et le coût espéré le plus bas, le degré d'aversion relative au risque et l'importance du risque moral.

En effet, d'après nos résultats, plus le nombre d'agents participants à l'enchère est important, plus le contrat optimal est proche d'un contrat *fixed price* (α = 0). En outre, au niveau de l'annexe 8.b, nous présentons la démonstration analytique de cette proposition.

Selon l'analyse théorique de Mc Afee et Mc Millan (1986), le paramètre de partage des coûts (α optimal) ne tend vers zéro que lorsque les agents sont neutres au risque. Ainsi, ils ont suggéré l'existence d'un lien de causalité de deux sens entre l'effet de la compétition des enchères et le paramètre α optimal : d'une part, pour rendre la concurrence plus intense, le Gouvernement peut mettre α proche de1 et d'autre part dans le but de diminuer son paiement espéré dans le cas où la compétition est intense le Gouvernement peut diminuer la valeur de α.

Néanmoins, en présence d'aversion au risque des agents, nous avons constaté que plus les agents sont riscophobes, plus le α optimal tend vers zéro. Donc, même lorsque les agents sont riscophobes le contrat optimal va tendre vers un contrat *fixed price*. En ce qui concerne le lien de causalité proposé par Mc Afee et Mc Millan (1986), il tient encore en présence d'aversion au risque des agents : une compétition intense entraîne une valeur de α proche de zéro, alors qu'une valeur de α proche de 1 aura un effet plus important sur la compétition des enchères lorsque les agents sont riscophobes, par rapport à celui de la neutralité vis-à-vis du risque des agents.

Comme dans le cas des résultats de Mc Afee et Mc Millan (1988), nous constatons que plus l'écart entre le coût espéré le plus élevé et le coût espéré le plus bas est faible, plus le contrat est proche d'un contrat *fixed price*. Ce faible écart peut être dû soit à une compétition intense ou soit une aversion au risque élevé. Enfin, plus l'effet du risque moral est important, plus le contrat est proche d'un contrat *fixed price*.

ANNEXE 1

Le Calcul de a optimal en cas de neutralité au risque

Selon le Théorème 2 de McAfee et Mc Millan (1986) :

Si tous les agents sont riscophobes, le principal minimise son paiement espéré total en choisissant α, qui satisfait :

$$0 = \frac{\alpha}{h''(h'^{-1}(1-\alpha))} - \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} w.e^{\lambda(1-\alpha)w}.f(w).dw}{\int_{-\infty}^{+\infty} e^{\lambda(1-\alpha)w} f(w).dw} -$$

$$n.\int_{c_l}^{c_h} \frac{\int_{c^*}^{c_h} e^{-\lambda(1-\alpha)(c-c^*)}(c-c^*).[1-G(c)]^{n-2}.g(c).dc}{\int_{c^*}^{c_h} e^{-\lambda(1-\alpha)(c-c^*)}[1-G(c)]^{n-2}.g(c).dc}[1-G(c^*)]^{n-1} g(c^*)dc. \quad (8)$$

En supposant que les agents sont neutres au risque et que G est une distribution des coûts uniforme, le théorème 2 devient, comme suit :

$$0 = \alpha.d - n.\int_{c_l}^{c_h} \frac{\int_{c^*}^{c_h}(c-c^*).\left[\frac{c_h-c}{c_h-c_l}\right]^{n-2}.\frac{1}{c_h-c_l}.dc}{\int_{c^*}^{c_h}\left[\frac{c_h-c}{c_h-c_l}\right]^{n-2}.\frac{1}{c_h-c_l}.dc}.\left[\frac{c_h-c^*}{c_{hh}-c_l}\right]^{n-1}.\frac{1}{c_h-c_l}dc^*$$

Soit $A(c^*)=\frac{1}{(c_h-c_l)^{n-1}}\int_{c^*}^{c_h}(c-c^*)(c_h-c)^{n-2}dc$, $u(c) = (c - c^*)$ et $v'(c) = (c_h - c)^{n-2}$

=>

$$A(c^*) = \frac{1}{(c_h-c_l)^{n-1}}\left[\left[-(c-c^*).\frac{1}{n-1}(c_h-c)^{n-1}\right]_{c^*}^{c_h} + \frac{1}{n-1}\int_{c^*}^{c_h}(c_h-c)^{n-1}dc\right]$$

<=>

$$A(c^*) = \frac{1}{(c_h-c_l)^{n-1}}\frac{1}{n-1}\left[-\frac{1}{n}(c_h-c)^n\right]_{c^*}^{c_h}$$

<=>

$$A(c^*) = \frac{(c_h-c^*)^n}{(c_h-c_l)^{n-1}}\frac{1}{n-1}\frac{1}{n}.$$

soit $B(c^*) = \dfrac{1}{(c_h - c_l)^{n-1}} \int_{c^*}^{c_h} (c_h - c)^{n-2} dc$

<=>

$$B(c^*) = \frac{1}{(c_h - c_l)^{n-1}} \left[-\frac{1}{n-1} (c_h - c)^{n-1} \right]_{c^*}^{c_h}$$

<=>

$$B(c^*) = \frac{(c_h - c^*)^{n-1}}{(c_h - c_l)^{n-1}} \frac{1}{n-1} .$$

Donc, $\dfrac{A(c^*)}{B(c^*)} = \dfrac{1}{n}(c_h - c^*)$

Et le théorème 2 devient, alors :

$$0 = \alpha d - n \int_{c_l}^{c_h} \frac{1}{n}(c_h - c^*) \frac{(c_h - c^*)^{n-1}}{(c_h - c_l)^n} dc^*$$

<=>

$$0 = \alpha d - \frac{1}{(c_h - c_l)^n} \left[-\frac{1}{n+1} (c_h - c^*)^{n+1} \right]_{c_l}^{c_h}$$

<=>

$$0 = \alpha d - \frac{(c_h - c_l)}{n+1}$$

<=>

$$\alpha = \frac{(c_h - c_l)}{d(n+1\ \ )} .$$

ANNEXE 2

La démarche de Mougeot et Naegelen (1993)

La démarche de Mougeot et Naegelen (1993) consiste à chercher la stratégie d'équilibre bayesien symétrique. Celle-ci est la stratégie, qui maximise l'espérance d'utilité du profit de l'agent.

Si les agents sont neutres au risque, ils cherchent à maximiser ce qui suit :

$$EU(\pi_i(b_i)) = \left[E\left((1-\alpha)\left(b_i - c^*{}_i - w + \varepsilon_i\right)\right) - h(\varepsilon_i)\right]\left[1 - G\left(b^{-1}(b_i)\right)\right]^{n-1}$$

Avec $c_i = c_i^* + w - \varepsilon_i$ et comme $E(w) = 0$, il vient:

$$EU(\pi_i(b_i)) = \left[\left((1-\alpha)\left(b_i - c^*{}_i + \varepsilon_i\right)\right) - h(\varepsilon_i)\right]\left[1 - G\left(b^{-1}(b_i)\right)\right]^{n-1}.$$

L'offre qui maximise $EU\pi_i(b_i)$ satisfait la condition de première ordre suivante:

$$-(n-1)\left((1-\alpha)\left(b_i - c_i^* + \varepsilon_i\right) - h(\varepsilon_i)\right)\left[1 - G\left(b^{-1}(b_i)\right)\right]^{n-2} g\left(b^{-1}(b_i)\right) b'^{-1}(b_i)$$
$$+ (1-\alpha)\left[1 - G\left(b^{-1}(b_i)\right)\right]^{n-1} = 0$$

Si $b(.)$ est la stratégie d'équilibre symétrique, nous aurons $b_i = b(c_i)$, pour tout c_i et comme $b'^{-1}(b_i) = \dfrac{1}{b'(c_i)}$.

Donc, la stratégie optimale maximisant ce profit, pour tout c_i^* vérifie ce qui suit:

$$(1-\alpha)\left|\left(1 - G\left(c_i^*\right)\right)\ b'\left(c_i^*\right) - b\left(c_i^*\right)(n-1)\left(1 - G\left(c_i^*\right)\right)^{n-2} g\left(c_i^*\right)\right| =$$
$$\frac{d\left(1 - G\left(c_i^*\right)\right)^{n-1}}{dc_i^*}\left[-(1-\alpha)\varepsilon_i + h(\varepsilon_i) + (1-\alpha)c_i^*\right]$$

Par suite, en intégrant:

$$(1-\alpha)\int_{c_i^*}^{c_h} d\left(b(s)(1-G(s))^{n-1}\right) = (1-\alpha)\int_{c_i^*}^{c_h} s\,d(1-G(s))^{n-1} - \left((1-\alpha)\varepsilon_i - h(\varepsilon_i)\right)\int_{c_i^*}^{c_h} d(1-G(s))^{n-1}$$

avec $b(c_h) = c_h - \dfrac{(1-\alpha)\varepsilon_i - h(\varepsilon_i)}{1-\alpha}$.

Donc,

$$(1-\alpha)b\left(c_i^*\right)\left(1 - G\left(c_i^*\right)\right)^{n-1} =$$
$$(1-\alpha)c_i^*\left(1 - G\left(c_i^*\right)\right) + (1-\alpha)\int_{c_i^*}^{c_h}(1-G(s))^{n-1}ds - \left((1-\alpha)\varepsilon_i - h(\varepsilon_i)\right)\left(1 - G\left(c_i^*\right)\right)^{n-1}$$

Ainsi,

$$b\left(c_i^*\right) = c_i^* + \frac{\int_{c_i^*}^{c_h} \left(1 - G(s)\right)^{n-1} ds}{\left(1 - G\left(c_i^*\right)\right)^{n-1}} - \frac{(1-\alpha)\varepsilon_i - h(\varepsilon_i)}{1-\alpha}.$$

Le paiement du Gouvernement est:

$$t\left(c^*\right) = (1 - \alpha)\, b\left(c^*\right) + \alpha\, c$$

$$t\left(c^*\right) = (1-\alpha) b\left(c^*\right) + \alpha\left(c^* + w - \varepsilon\right)$$

$$t\left(c^*\right) = c^* + (1-\alpha)\frac{\int_{c^*}^{c_h} \left(1 - G(s)\right)^{n-1} ds}{\left(1 - G\left(c^*\right)\right)^{n-1}} + h(\varepsilon) - \varepsilon.$$

Le paiement moyen est donc:

$$\overline{p} = n\int_{c_l}^{c_h} t\left(c^*\right)\left(1 - G\left(c^*\right)\right)^{n-1} g\left(c^*\right) dc^*.$$

Le paiement moyen optimal est tel que:

$$\frac{d\overline{p}}{d\alpha} = n\int_{c_l}^{c_h}\left[\frac{\alpha}{h''\left(h'^{-1}(1-\alpha)\right)} - \frac{\int_{c^*}^{c_h}\left(1 - G(s)\right)^{n-1} ds}{\left(1 - G\left(c^*\right)\right)^{n-1}}\right]\left(1 - G\left(c^*\right)\right)^{n-1} g\left(c^*\right) dc^* = 0.$$

Donc

$$\alpha = n h''\left(h'^{-1}(1-\alpha)\right)\int_{c_l}^{c_h}\int_{c^*}^{c_h}\left(1 - G(s)\right)^{n-1} ds\; g\left(c^*\right) dc^*.$$

ANNEXE 3

Illustration : dans le cas où les agents sont neutres au risque

Dans le cas où les coûts espérés seraient distribués sur $[c_l c_h]$ selon une loi uniforme et les agents sont neutres au risque.

Soit h une fonction quadratique telle que:

$h(\varepsilon) = \dfrac{\varepsilon^2}{2d}$ où d est une constante.

L'effort qui maximise le profit est tel que:

$\dfrac{d\pi}{d\varepsilon} = (1-\alpha) - \dfrac{\varepsilon}{d} = 0$ d'où $\varepsilon = d(1-\alpha) = h'^{-1}(1-\alpha)$

Donc

$$b(c_i^*) = \frac{c_h + c_i^*(n-1)}{n} - \frac{(1-\alpha)\varepsilon_i - h(\varepsilon_i)}{1-\alpha} = \frac{c_h + c_i^*(n-1)}{n} - \frac{(1-\alpha)d}{2}.$$

Nous avons le paiement du Gouvernement, qui est:

$t(c^*) = (1-\alpha)b(c^*) + \alpha c$

en moyenne $c = c^* - d(1-\alpha)$

Le paiement moyen est:

$$\overline{p} = n\int_{c_l}^{c_h} t(c^*)(1-G(c^*))^{n-1} g(c^*)dc^*.$$

Donc

$$\overline{p} = \int_{c_l}^{c_h} n\left[\left(\frac{c_h}{n} + \frac{c^*(n-1)}{n} - \frac{(1-\alpha)d}{2}\right)(1-\alpha) + \alpha c^* - \alpha d(1-\alpha)\right](1-G(c^*))^{n-1} g(c^*)\,dc^*$$

<=>

$$\overline{p} = (1-\alpha)\left(c_h - \frac{(1+\alpha)nd}{2}\right)\int_{c_l}^{c_h}(1-G(c^*))^{n-1} g(c^*)\,dc^* +$$

$$\int_{c_l}^{c_h}\left[(1-\alpha)c^*(n-1) + \alpha n c^*\right](1-G(c^*))^{n-1} g(c^*)\,dc^*$$

<=>

$$\overline{p} = (1-\alpha)\left(\frac{c_h}{n} - \frac{d(1+\alpha)}{2}\right) + \left(\frac{n-1+\alpha}{n}\right)\left[\frac{c_l(n+1)+(c_h-c_l)}{n+1}\right]$$

<=>

$$\overline{p} = \alpha^2 \frac{d}{2} - \alpha \frac{(c_h - c_l)}{n+1} + c_l + \frac{2(c_h - c_l)}{n+1} - \frac{d}{2}.$$

α^*, qui minimise le paiement moyen $\overline{p}$, est:

$$\alpha^* = \frac{(c_h - c_l)}{d(n+1)}.$$

Par ailleurs,

$$\overline{p} = c_l - \frac{(c_h - c_l)^2}{2(n+1)^2 d_1} + \frac{2(c_h - c_l)}{n+1} - \frac{d}{2}.$$

Et donc, l'écart entre le prix dans un contrat *fixed price* et prix dans le contrat *incitatif* optimal

$$\overline{p}_0 - \overline{p}_{\alpha^*} = \frac{(c_h - c_l)^2}{2(n+1)^2 d}.$$

ANNEXE 4

Démonstrations

D'après l'article de Mc Afee et Mc Millan (1986), nous avons :

<u>Lemme 1</u>:

Avec une aversion au risque absolue constante et $0 \leq \alpha < 1$, le profit maximum espéré de l'agent sélectionné est:

$$E\pi_i(c_i^*) = -\frac{1}{\lambda}\left[\mathrm{Log}(n-1) - (n-1)\mathrm{Log}(1-G(c_i^*)) - \mathrm{Log}\left(\int_{-\infty}^{+\infty} e^{\lambda(1-\alpha)w} f(w)\,dw\right)\right]$$
$$-\frac{1}{\lambda}\left[\mathrm{Log}\int_{c_i^*}^{c_h} e^{-\lambda(1-\alpha)(c-c_i^*)}(1-G(c))^{n-2} g(c)\,dc\right]$$

L'utilité espérée correspondante est:

$$EU(c_i^*) = \left[1-G(c_i^*)\right]^{-(n-1)} e^{\lambda(1-\alpha)c_i^*}(1-\alpha)\int_{c_i^*}^{c_h}\left[1-G(c)\right]^{n-1} e^{-\lambda(1-\alpha)c} dc\,.$$

Si la distribution du coût de la firme est exponentielle :

$G(c^*) = 1 - e^{-\mu(c^*-c_l)}$ avec $\mu > 0$.

Le profit maximum espéré de l'agent sélectionné, devient :

$$E\pi(c^*) = \frac{1}{\lambda}\mathrm{Log}\left(\varphi(\alpha).\left(1+\frac{\lambda(1-\alpha\ )}{\mu(n-1)}\right)\right).$$

L'utilité espérée correspondante devient alors :

$$EU(c^*) = \frac{(1-\alpha)}{\mu(n-1)+\lambda(1-\alpha)}\,.$$

1ère démonstration

Nous avons d'après le lemme 1 :

$$E\pi_i(c_i^*) = -\frac{1}{\lambda}\left[\mathrm{Log}(n-1) - (n-1)\mathrm{Log}(1-G(c_i^*)) - \mathrm{Log}\left(\int_{-\infty}^{+\infty} e^{\lambda(1-\alpha)w} f(w)\,dw\right)\right]$$
$$-\frac{1}{\lambda}\left[\mathrm{Log}\int_{c_i^*}^{c_h} e^{-\lambda(1-\alpha)(c-c_i^*)}(1-G(c))^{n-2} g(c)\,dc\right]$$

<=>

$$E\pi(c^*) = -\frac{1}{\lambda}\left[\mathrm{Log}(n-1) - (n-1)\mathrm{Log}\,e^{-\mu(c^*-c_1)} - \mathrm{Log}\varphi(\alpha)\right]$$
$$-\frac{1}{\lambda}\left[\mathrm{Log}\int_{c^*}^{c_h} e^{-\lambda(1-\alpha)(c-c^*)} e^{-\mu(c-c_1)(n-2)} \mu e^{-\mu(c-c_1)}\,dc\right]$$

<=>

$$E\pi(c^*) = -\frac{1}{\lambda}\left[\mathrm{Log}(n-1) + \mu(n-1)(c^* - c_1) - \mathrm{Log}\varphi(\alpha)\right]$$
$$-\frac{1}{\lambda}\left[\mathrm{Log}\mu\int_{c^*}^{c_h} e^{-\lambda(1-\alpha)(c-c^*)} e^{-\mu(c-c_1)(n-1)}\,dc\right]$$

<=>

$$E\pi(c^*) = -\frac{1}{\lambda}\left[\mathrm{Log}(n-1) + \mu(n-1)(c^* - c_1) - \mathrm{Log}\varphi(\alpha)\right]$$
$$-\frac{1}{\lambda}\left[\mathrm{Log}\mu\int_{c^*}^{c_h} e^{-\lambda(1-\alpha)c+\lambda(1-\alpha)c^*} e^{-\mu(n-1)c+\mu(n-1)c_1}\,dc\right]$$

<=>

$$E\pi(c^*) = -\frac{1}{\lambda}\left[\mathrm{Log}(n-1) + \mu(n-1)(c^* - c_1) - \mathrm{Log}\varphi(\alpha)\right]$$
$$-\frac{1}{\lambda}\left[\lambda(1-\alpha)c^* + \mu(n-1)c_1 + \mathrm{Log}\mu\int_{c^*}^{c_h} e^{-(\lambda(1-\alpha)c+\mu(n-1))c}\,d\;\;c\right]$$

<=>

$$E\pi(c^*) = -\frac{1}{\lambda}\left[\text{Log}(n-1) + (\lambda(1-\alpha)+\mu(n-1))c^* - \text{Log}\varphi(\alpha)\right]$$
$$-\frac{1}{\lambda}\left[\text{Log}\mu\int_{c^*}^{c_h} e^{-(\lambda(1-\alpha)c+\mu(n-1))c}\, d\ \ c\right]$$

Il est à noter que, selon la remarque (14) de l'article Mc Afee et Mc Millan (1986), pour avoir un continuum d'équilibres il faut que la borne supérieure soit infinie. Ainsi, c_h va être remplacé par $+\infty$.En outre, on va utiliser la formule suivante :

$$\int_b^a f(x)dx = -\int_a^b f(x)dx$$

Donc, nous aurons :

$$E\pi(c^*) = -\frac{1}{\lambda}\left[\text{Log}(n-1) + (\lambda(1-\alpha)+\mu(n-1))c^* - \text{Log}\varphi(\alpha)\right]$$
$$-\frac{1}{\lambda}\left[\text{Log}-\mu\int_{+\infty}^{c_i} e^{-(\lambda(1-\alpha)c+\mu(n-1))c}\, dc\right]$$

<=>

$$E\pi(c^*) = -\frac{1}{\lambda}\left[\text{Log}(n-1) + (\lambda(1-\alpha)+\mu(n-1))c^* - \text{Log}\varphi(\alpha)\right]$$
$$-\frac{1}{\lambda}\text{Log}\frac{\mu}{\lambda(1-\alpha)+\mu(n-1)}\left[e^{-(\lambda(1-\alpha)+\mu(n-1))c}\right]_{+\infty}^{c^*}$$

<=>

$$E\pi(c^*) = -\frac{1}{\lambda}\left[\text{Log}(n-1) - \text{Log}\varphi(\alpha) + \text{Log}\frac{\mu}{\lambda(1-\alpha)+\mu(n-1)}\right]$$

<=>

$$E\pi(c^*) = \frac{1}{\lambda}\operatorname{Log}\varphi(\alpha) - \frac{1}{\lambda}\left[\operatorname{Log}(n-1) + \operatorname{Log}\frac{\mu}{\lambda(1-\alpha)+\mu(n-1)}\right]$$

<=>

$$E\pi(c^*) = \frac{1}{\lambda}\operatorname{Log}\varphi(\alpha) + \frac{1}{\lambda}\operatorname{Log}\left(1 + \frac{\lambda(1-\alpha\ )}{\mu(n-1)}\right)$$

<=>

$$E\pi(c^*) = \frac{1}{\lambda}\operatorname{Log}\left(\varphi(\alpha).\left(1 + \frac{\lambda(1-\alpha\ )}{\mu(n-1)}\right)\right).$$

$2^{\text{ème}}$ démonstration

Nous avons d’après le lemme 1, que l'utilité espérée est:

$$EU(c_i^*)=\left[1-G(c_i^*)\right]^{-(n-1)}e^{\lambda(1-\alpha)c_i^*}(1-\alpha)\int_{c_i^*}^{c_h}\left[1-G(c)\right]^{n-1}e^{-\lambda(1-\alpha)c}d\ \ c$$

<=>

$$EU(c^*)=e^{\mu(n-1)(c^*-c_l)}e^{\lambda(1-\alpha)c^*}(1-\alpha)\int_{c^*}^{c_h}e^{-\mu(c-c_l)(n-1)}e^{-\lambda(1-\alpha)c}d\ \ c$$

<=>

$$EU(c^*)=e^{(\mu(n-1)+\lambda(1-\alpha))c^*}(1-\alpha)\int_{c^*}^{c_h}e^{-(\mu(n-1)+\lambda(1-\alpha))c}d\ \ c$$

Même remarque que la précédente démonstration en ce qui concerne c_h et l’inversion des bornes de l’intégrale.

$$EU(c^*)=-e^{(\mu(n-1)+\lambda(1-\alpha))c^*}(1-\alpha)\int_{+\infty}^{c^*}e^{-(\mu(n-1)+\lambda(1-\alpha))c}dc$$

<=>

$$EU(c^*)=-e^{(\mu(n-1)+\lambda(1-\alpha))c^*}(1-\alpha)\left[\frac{1}{-(\mu(n-1)+\lambda(1-\alpha))}.e^{-(\mu(n-1)+\lambda(1-\alpha))}\right]_{+\infty}^{c^*}$$

<=>

$$EU(c^*)=\frac{(1-\alpha)}{\mu(n-1)+\lambda(1-\alpha)}\ .$$

ANNEXE 5

Modèle de Mc Afee et Mc Millan (1986) : cas spécial

Dans un cas spécial, Mc Afee et Mc Millan (1986) ont supposé les hypothèses suivantes:
La distribution du coût de la firme est exponentielle :

$G(c^*) = 1 - e^{-\mu(c^* - c_1)}$ avec $\mu > 0$

La fonction de la désutilité engendrée par l'effort ε, $h(\varepsilon)$ est quadratique : $h'' = h_0$

Ainsi, selon Mc Afee et Mc Millan (1986), dans le cadre de ces hypothèses, le lemme 1 devient:

Le profit maximum espéré de l'agent sélectionné est :

$$E\pi = \frac{1}{\lambda} \operatorname{Log}\left(\varphi(\alpha).\left(1 + \frac{\lambda\ (1-\alpha\ )}{\mu\ \ (n-1)}\right)\right).$$

L'utilité espérée correspondante est :

$$E\ U = \frac{(1-\alpha\ )}{\lambda\ (1-\alpha\ ) + (n-1)\ \mu}.$$

Donc dans le modèle de Mc Afee et Mc Millan (1986) le principal est supposé neutre au risque, et il cherche, par le biais de α, à minimiser son paiement espéré, et ce en tenant compte du comportement de l'agent ($E\pi_i$, $EU(\pi_i)$).

Le paiement espéré du principal est :

$$\begin{aligned} T(c^*) &= E((1-\alpha)B(c^*) + \alpha c) \\ &= E((1-\alpha)b + \alpha(c^* + w - \varepsilon)) \\ &= E((1-\alpha)(b - c^* - w + \varepsilon) - h(\varepsilon)) + c^* + [h(\varepsilon) - \varepsilon] \\ &= E\pi_i + c^* + [h(\varepsilon) - \varepsilon]. \end{aligned}$$

$$\frac{\partial T(C^*)}{\partial \alpha} = \frac{\partial E\pi_i}{\partial \alpha} + \frac{\partial [h(\varepsilon) - \varepsilon]}{\partial \alpha}$$

Avec $\frac{\partial [h(\varepsilon) - \varepsilon]}{\partial \alpha}$ la mesure de l'effet de risque moral.

$$\frac{\partial[h(\varepsilon)-\varepsilon]}{\partial\alpha} = [h'(\varepsilon)-1].\frac{\partial\varepsilon}{\partial\alpha} = [h'(h'^{-1}(1-\alpha))-1].\frac{-1}{h''(h'^{-1}(1-\alpha))}$$

$$= \frac{\alpha}{h''(h'^{-1}(1-\alpha))}.$$

et comme la fonction h est quadratique donc h'' = h_0, la mesure de l'effet du risque moral devient :

$$\frac{\partial[h(\varepsilon)-\varepsilon]}{\partial\alpha} = \frac{\alpha}{h_0}.$$

La différence entre le coût de production espéré suite à un contrat *cost plus* et le coût espéré suite à un contrat *fixed price*, est $\frac{1}{h_0}$. Donc $\frac{1}{h_0}$ mesure l'effet maximum du risque moral.

$\frac{\partial\, E\pi_i}{\partial\,\alpha}$ est la mesure des deux effets : l'effet de partage du risque et l'effet de la compétition des enchères.

Nous avons $E\pi = \frac{1}{\lambda}\mathrm{Log}\left(\varphi(\alpha).\left(1+\frac{\lambda(1-\alpha\ \ )}{\mu(n-1)}\right)\right)$

<=>

$$E\pi = \frac{1}{\lambda}\mathrm{Log}\varphi(\alpha) + \frac{1}{\lambda}\mathrm{Log}(1+\frac{\lambda(1-\alpha)}{\mu(n-1)})$$

$\frac{\partial}{\partial\alpha}.\frac{1}{\lambda}\mathrm{Log}\varphi(\alpha)$ est la mesure de l'effet de partage du risque.

$$\frac{\partial}{\partial\alpha}.\frac{1}{\lambda}\mathrm{Log}\varphi(\alpha) = \frac{\partial}{\partial\alpha}.\frac{1}{\lambda}\mathrm{Log}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{\lambda(1-\alpha)w} f(w)\,dw$$

avec w ~ N(0, σ^2)

$$= \frac{\partial}{\partial\alpha}.\frac{1}{\lambda}\mathrm{Log}\, e^{\frac{\lambda^2(1-\alpha)^2\sigma^2}{2}}$$

$$\frac{\partial}{\partial\alpha}.\frac{1}{\lambda}\mathrm{Log}\varphi(\alpha) = \frac{\partial}{\partial\alpha}.\ \lambda\frac{(1-\alpha)^2}{2}\sigma^2 = -\lambda(1-\alpha)\sigma^2$$

=>

$$\frac{\partial}{\partial\alpha}.\frac{1}{\lambda}\mathrm{Log}\varphi(\alpha) = -\lambda(1-\alpha)\sigma^2.$$

$\frac{\partial}{\partial\alpha}.\frac{1}{\lambda}\text{Log}(1+\frac{\lambda(1-\alpha)}{\mu(n-1)})$ est la mesure de l'effet de la compétition des enchères.

$$\frac{\partial}{\partial\alpha}.\frac{1}{\lambda}\text{Log}(1+\frac{\lambda(1-\alpha)}{\mu(n-1)}) = \frac{\partial}{\partial\alpha}\cdot\frac{1}{\lambda}\text{Log}(\frac{\mu(n-1)+\lambda(1-\alpha)}{\mu(n-1)})$$

$$= \frac{1}{\lambda}\frac{-\lambda}{\mu(n-1)+\lambda(1-\alpha)} = \frac{-1}{\mu(n-1)+\lambda(1-\alpha)}$$

$$\frac{\partial}{\partial\alpha}.\frac{1}{\lambda}\text{Log}(1+\frac{\lambda(1-\alpha)}{\mu(n-1)}) = \frac{-1}{\mu(n-1)+\lambda(1-\alpha)}.$$

Donc, α, qui minimise le paiement espéré du principal, doit satisfaire l'équation suivante :

$$\frac{\alpha}{h_0} - \lambda(1-\alpha)\sigma^2 - \frac{1}{\mu(n-1)+\lambda(1-\alpha)} = 0.$$

Ce qui est l'équation (27) de l'article de Mc Afee et Mc Millan (1986).

Il est à noter que $\alpha = 1$ n'est pas une solution de cet équation puisqu'elle élimine l'effet de partage du risque, alors que le contrat *fixed price* ($\alpha = 0$) n'est optimal que si et seulement si $\lambda = 0$ et $n = \infty$.

Soit $M(\alpha) = \frac{\alpha}{h_0} - \lambda(1-\alpha)\sigma^2 - \frac{1}{\mu(n-1)+\lambda(1-\alpha)}$.

Nous remarquons que : $M(0) = -\lambda\sigma^2 - \frac{1}{\mu(n-1)+\lambda} < 0$.

Ainsi, le contrat *incitatif* ($0 < \alpha < 1$) est optimal et donc $M'(\alpha) > 0$.

Par la suite, en utilisant le théorème de fonction implicite et $M'(\alpha) > 0$, nous allons voir les signes de la variation du paramètre optimal de partage des coûts suite à la variation opérée sur les paramètres exogènes.

$M_\alpha.\partial\alpha + M_{\sigma^2}.\partial\sigma^2 = 0.$

Avec M_α la dérivée de $M(\alpha)$ par rapport à α, et M_{σ^2} la dérivée de $M(\alpha)$ par rapport à σ^2.

$$\frac{\partial\alpha}{\partial\sigma^2} = \frac{-M_{\sigma^2}}{M_\alpha}$$

$$M_\alpha = \frac{1}{h_0} + \lambda\sigma^2 - \frac{\lambda}{[\mu(n-1)+\lambda(1-\alpha)]^2} > 0$$

$$M_{\sigma^2} = -\lambda(1-\alpha)$$

Donc :

$$\frac{\partial\alpha}{\partial\sigma^2} = \frac{\lambda(1-\alpha)}{M_\alpha} > 0 \text{ car } \lambda \geq 0 \text{ et } 0 < \alpha < 1.$$

$$M_\alpha.\partial\,\alpha + M_{\frac{1}{\mu}}.\partial\,\frac{1}{\mu} = 0.$$

Avec M_α la dérivée de M(α) par rapport à α, et $M_{\frac{1}{\mu}}$ la dérivée de M(α) par rapport à $\frac{1}{\mu}$.

$$\frac{\partial\alpha}{\partial\frac{1}{\mu}} = -\ \frac{M_{\frac{1}{\mu}}}{M_\alpha}$$

$$M_{\frac{1}{\mu}} = -\ \frac{(n-1)+\frac{\lambda}{\mu}}{\left[(n-1)+\frac{\lambda}{\mu}(1-\alpha)\right]^2}$$

$$\frac{\partial\alpha}{\partial\frac{1}{\mu}} = \frac{(n-1)+\frac{\lambda}{\mu}}{\left[(n-1)+\frac{\lambda}{\mu}(1-\alpha)\right]^2.M_\alpha} > 0.$$

$$M_\alpha.\partial\,\alpha + M_n.\partial\,n = 0.$$

Avec M_α la dérivée de M(α) par rapport à α, et M_n. la dérivée de M(α) par rapport à n.

$$\frac{\partial\alpha}{\partial n} = -\frac{M_n}{M_\alpha}$$

$$M_n = \frac{\mu}{[\mu(n-1)+\lambda(1-\alpha)]^2}$$

$$\frac{\partial\alpha}{\partial n} = -\frac{\mu}{[\mu(n-1)+\lambda(1-\alpha)]^2.M_\alpha} < 0.$$

$$M_\alpha.\partial\,\alpha + M_{h_0}.\partial\,h_0 = 0.$$

Avec M_α la dérivée de M(α) par rapport à α, et M_{h_0} la dérivée de M(α) par rapport à h_0.

$$\frac{\partial\alpha}{\partial h_0} = -\ \frac{M_\alpha}{M_{h_0}}$$

$$M_{h_0} = - \frac{\alpha}{h_0^2}$$

$$\frac{\partial\alpha}{\partial h_0} = \frac{\alpha}{h_0^2 . M_\alpha} > 0.$$

$M_\alpha.\partial \alpha + M_\lambda.\partial \lambda = 0.$

Avec M_α la dérivée de M(α) par rapport à α, et M_λ la dérivée de M(α) par rapport à λ.

$$\frac{\partial\alpha}{\partial\lambda} = - \frac{M_\lambda}{M_\alpha}$$

$$M_\lambda = -(1-\alpha)\sigma^2 + \frac{(1-\alpha)}{[\mu(n-1)+\lambda(1-\alpha)]^2}$$

Signe de $\frac{\partial\alpha}{\partial\lambda}$ = signe de $\sigma^2 - \frac{1}{[\mu(n-1)+\lambda(1-\alpha)]^2}$.

Or

$$\sigma^2 - \frac{1}{[\mu(n-1)+\lambda(1-\alpha)]^2} = \frac{M_\alpha}{\lambda} - \frac{1}{\lambda h_0}$$

Nous avons $M_\alpha > 0$, donc $\frac{M_\alpha}{\lambda} - \frac{1}{\lambda h_0} > -\frac{1}{\lambda h_0}$.

Ici le signe de $\frac{\partial\alpha}{\partial\lambda}$ est ambigu.

ANNEXE 6

Le modèle proposé : dans le cas où les agents sont riscophobes

Soit la fonction d'utilité suivante telle que :

$$U(\pi_i) = \pi_i^r$$

avec r tel que (1-r) est la mesure d'Arrow-Pratt d'aversion au risque relative constante.

$$EU(\pi_i) = E(\pi_i^r)$$

Supposons que le coût de la firme ne dépend pas d'une variable aléatoire, donc

$$c_i = c_i^* - \varepsilon_i$$

La stratégie d'équilibre symétrique est définit telle que

$$E\pi = \left[E\left((1-\alpha)\left(b_i - c^*{}_i + \varepsilon_i\right)\right) - h(\varepsilon_i)\right]^r \left[1 - G\left(b^{-1}(b_i)\right)\right]^{n-1}.$$

La stratégie vérifie :

$$r(1-\alpha)b'(c_i)\left[(1-\alpha)\left(b_i - c_i^* + \varepsilon_i\right) - h(\varepsilon_i)\right]^{r-1}\left[1-G(c_i)\right]^{n-1} - \\ \left[(1-\alpha)\left(b_i - c_i^* + \varepsilon_i\right) - h(\varepsilon_i)\right]^r (n-1)\left[1-G(c_i)\right]^{n-2} g(c_i) = 0$$

<=>

$$r(1-\alpha)b'(c_i)\left[1-G(c_i)\right]^{n-1} - \\ \left((1-\alpha)\left(b(c_i) - c_i^* + \varepsilon_i\right) - h(\varepsilon_i)\right)(n-1)\left[1-G(c_i)\right]^{n-2} g(c_i) = 0$$

<=>

$$r(1-\alpha)b'(c_i)\left[1-G(c_i)\right]^{n-1} - (1-\alpha)(n-1)b(c_i)\left[1-G(c_i)\right]^{n-2} g(c_i) = \\ \left((1-\alpha)\left(-c_i^* + \varepsilon_i\right) - h(\varepsilon_i)\right)(n-1)\left[1-G(c_i)\right]^{n-2} g(c_i)$$

En multipliant par $\dfrac{\left[1-G(c_i^*)\right]^{\frac{n-1}{r}}}{r\left[1-G(c_i^*)\right]^{n-1}}$, nous aurons:

$$(1-\alpha)\left[-b(c_i^*)\left(\frac{n-1}{r}\right)\left[1-G(c_i^*)\right]^{\frac{n-1}{r}-1} g(c_i^*) + b'(c_i^*)\left[1-G(c_i^*)\right]^{\frac{n-1}{r}}\right] = \\ \left((1-\alpha)\left(-c_i^* + \varepsilon_i\right) - h(\varepsilon_i)\right)\left(\frac{n-1}{r}\right)\left[1-G(c_i^*)\right]^{\frac{n-1}{r}-1} g(c_i^*)$$

Par suite, en intégrant:

$$(1-\alpha)\int_{c_i^*}^{c_h} d\left(b(s)(1-G(s))^{\frac{n-1}{r}}\right)=$$

$$(1-\alpha)\int_{c_i^*}^{c_h} s\,d(1-G(s))^{\frac{n-1}{r}}-((1-\alpha)\varepsilon_i-h(\varepsilon_i))\int_{c_i^*}^{c_h} d(1-G(s))^{\frac{n-1}{r}}$$

avec $b(c_h)=c_h-\frac{(1-\alpha)\,\varepsilon_i-h(\varepsilon_i)}{1-\alpha}$

$$(1-\alpha)b(c_i^*)(1-G(c_i^*))^{\frac{n-1}{r}}=$$

$$(1-\alpha)c_i^*(1-G(c_i^*))+(1-\alpha)\int_{c_i^*}^{c_h}(1-G(s))^{\frac{n-1}{r}}ds-((1-\alpha)\varepsilon_i-h(\varepsilon_i))(1-G(c_i^*))^{\frac{n-1}{r}}$$

=>

$$b(c_i^*)=c_i^*+\frac{\int_{c_i^*}^{c_h}(1-G(s))^{\frac{n-1}{r}}ds}{(1-G(c_i^*))^{\frac{n-1}{r}}}-\frac{(1-\alpha)\varepsilon_i-h(\varepsilon_i)}{1-\alpha}.$$

Nous pouvons vérifier pour r = 1

$$b(c_i^*)=c_i^*+\frac{\int_{c_i^*}^{c_h}(1-G(s))^{n-1}ds}{(1-G(c_i^*))^{n-1}}-\frac{(1-\alpha)\varepsilon_i-h(\varepsilon_i)}{1-\alpha}.$$

Le paiement du Gouvernement est:

$$t(c^*)=(1-\alpha)b(c^*)+\alpha c$$

<=>

$$t(c^*)=(1-\alpha)b(c^*)+\alpha(c^*-\varepsilon)$$

<=>

$$t(c^*)=c^*+(1-\alpha)\frac{\int_{c^*}^{c_h}(1-G(s))^{\frac{n-1}{r}}ds}{(1-G(c^*))^{\frac{n-1}{r}}}+h(\varepsilon)-\varepsilon.$$

Le paiement moyen est donc:

$$\overline{p}=n\int_{c_l}^{c_h} t(c^*)(1-G(c^*))^{n-1}g(c^*)dc^*.$$

Le paiement moyen optimal est tel que:

$$\frac{d\overline{p}}{d\alpha} = n\int_{c_l}^{c_h}\left[\frac{\alpha}{h''\left(h'^{-1}(1-\alpha)\right)} - \frac{\int_{c^*}^{c_h}(1-G(s))^{\frac{n-1}{r}}ds}{\left(1-G(c^*)\right)^{\frac{n-1}{r}}}\right]\left(1-G(c^*)\right)^{n-1}g(c^*)\,dc^* = 0\,.$$

Donc

$$\alpha = nh''\left(h'^{-1}(1-\alpha)\right)\int_{c_l}^{c_h}\int_{c^*}^{c_h}(1-G(s))^{\frac{n-1}{r}}\left(1-G(c^*)\right)^{\frac{(n-1)(r-1)}{r}}ds\,g(c^*)\,dc^*\,.$$

Nous pouvons vérifier pour r = 1

$$\alpha = nh''\left(h'^{-1}(1-\alpha)\right)\int_{c_l}^{c_h}\int_{c^*}^{c_h}(1-G(s))^{n-1}ds\,g(c^*)\,dc^*\,.$$

ANNEXE 7

Illustration: dans le cas où les agents sont riscophobes

Dans le cas où les coûts espérés seraient distribués sur $[c_l c_h]$ selon une loi uniforme et les agents sont riscophobes, la situation se résume ainsi :

Soit h une fonction quadratique telle que:

$h(\varepsilon)=\dfrac{\varepsilon^2}{2d}$ où d est une constante.

L'effort qui maximise le profit est tel que:

$\dfrac{d\pi}{d\varepsilon}=(1-\alpha)-\dfrac{\varepsilon}{d}=0$ d'où $\varepsilon=d(1-\alpha)=h'^{-1}(1-\alpha)$

Donc

$$b(c_i^*)=\frac{rc_h+c_i^*(n-1)}{n-1+r}-\frac{(1-\alpha)\varepsilon_i-h(\varepsilon_i)}{1-\alpha}=\frac{rc_h+c_i^*(n-1)}{n-1+r}-\frac{(1-\alpha)d}{2}.$$

Le paiement du Gouvernement est:

$t(c^*)=(1-\alpha)b(c^*)+\alpha c$.

avec $c=c^*-d(1-\alpha)$

Le paiement moyen est:

$$\overline{p}=n\int_{c_l}^{c_h}t(c^*)(1-G(c^*))^{n-1}g(c^*)dc^*$$

Donc

$$\overline{p}=\int_{c_l}^{c_h}n\left[\left(\frac{rc_h+c^*(n-1)}{n-1+r}-\frac{(1-\alpha)d}{2}\right)(1-\alpha)+\alpha c^*-\alpha d(1-\alpha)\right](1-G(c^*))^{n-1}g(c^*)\,dc^*$$

<=>

$$\overline{p} = (1-\alpha)\left(\frac{nr}{n-1+r}c_h - \frac{(1+\alpha)nd}{2}\right)\int_{c_l}^{c_h}\left(1-G\left(c^*\right)\right)^{n-1} g\left(c^*\right)dc^* +$$

$$\int_{c_l}^{c_h}\left[(1-\alpha)\frac{n}{n-1+r}c^*(n-1) + \alpha n c^*\right]\left(1-G\left(c^*\right)\right)^{n-1} g\left(c^*\right)dc^*$$

<=>

$$\overline{p} = (1-\alpha)\left(\frac{rc_h}{n-1+r} - \frac{d(1+\alpha)}{2}\right) + \left(\frac{(1-\alpha)(n-1)n}{n-1+r} + \alpha n\right)\int_{c_l}^{c_h} c^*\left(1-G\left(c^*\right)\right)^{n-1} g\left(c^*\right)dc^*$$

Soit $A(c_h, c_l) = \int_{c_l}^{c_h} c^*\left(1-G\left(c^*\right)\right)^{n-1} g\left(c^*\right)dc^*$

$$A(c_h, c_l) = \frac{1}{(c_h - c_l)^n}\left[\left[-\frac{1}{n}\left(c_h - c^*\right)^n c^*\right]_{c_l}^{c_h} + \frac{1}{n}\left[-\frac{1}{n+1}(c_h - c_l)^{n+1}\right]_{c_l}^{c_h}\right]$$

<=>

$$A(c_h, c_l) = \frac{c_l}{n} + \frac{c_h - c_l}{n(n+1)}$$

$$\overline{p} = (1-\alpha)\left(\frac{rc_h}{n-1+r} - \frac{d(1+\alpha)}{2}\right) + \left(\frac{n((n-1)+r\alpha)}{n-1+r}\right)\left(\frac{c_l}{n} + \frac{c_h - c_l}{n(n+1)}\right)$$

$$\frac{\partial\overline{p}}{\partial\alpha} = -\frac{rc_h}{n-1+r} + \alpha d + \left(\frac{r}{n-1+r}\right)\left(c_l + \frac{c_h - c_l}{(n+1)}\right) = 0$$

<=>

$$-r(c_h - c_l) + \alpha d(n-1+r) + r.\frac{c_h - c_l}{n+1} = 0$$

<=>

$$\alpha = \frac{r\,(c_h - c_l)\,n}{d(n+1)(n-1+r)}.$$

Pour r =1

$$\alpha = \frac{(c_h - c_l)}{d(n+1)}.$$

ANNEXE 8

L'effet de l'augmentation de la compétition sur a

ANNEXE 8.a

La dérivée du α optimal, trouvée par Mc Afee et Mc Millan (1986), par rapport à n (le nombre d'agents participants à l'enchère) est:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial n} = \frac{\partial \left(\frac{c_h - c_l}{d(n+1)} \right)}{\partial n}$$

<=>

$$\frac{\partial \alpha}{\partial n} = \frac{-d(c_h - c_l)}{d^2 (n+1)^2} = \frac{-(c_h - c_l)}{d(n+1)^2} < 0.$$

Il est clair que plus le nombre de participants est important, plus α est faible.

ANNEXE 8.b

Voyons maintenant l'effet de l'augmentation de la compétition sur α, qui tient compte de l'aversion au risque,

$$\frac{\partial \alpha}{\partial n} = \frac{\partial \left(\frac{r(c_h - c_l)n}{d(n+1)(n-1+r)} \right)}{\partial n}$$

<=>

$$\frac{\partial \alpha}{\partial n} = \frac{\partial \left(\frac{r(c_h - c_l)n}{d(n^2 + rn + r - 1)} \right)}{\partial n}$$

<=>

$$\frac{\partial \alpha}{\partial n} = \frac{r(c_h - c_l)d(n^2 + rn + r - 1) - d(2n + r)(c_h - c_l)rn}{d^2(n^2 + rn + r - 1)^2}$$

<=>

$$\frac{\partial \alpha}{\partial n} = \frac{(c_h - c_l)(rn^2 + r^2 n + r^2 - r - 2rn^2 - r^2 n)}{d\ (n^2 + rn + r - 1)^2}$$

<=>

$$\frac{\partial\alpha}{\partial n}=\frac{(c_h-c_l)\left(-r\,n^2+r^2-r\right)}{d\,\left(n^2+r\,n+r-1\right)^2}$$

<=>

$$\frac{\partial\alpha}{\partial n}=\frac{-r\,(c_h-c_l)\left(n^2-r+1\right)}{d\,\left(n^2+r\,n+r-1\right)^2}<0.$$

Donc, plus le nombre de participants est important, plus α est faible.

Il est à noter que pour r =1 nous aurons $\frac{\partial\alpha}{\partial n}=\frac{-(c_h-c_l)}{d\,(n+1)^2}$.

Encore, si nous Cherchons la limite de α lorsque n tend vers l'infini.

$$\lim_{n\to+\infty}\alpha=\lim_{n\to+\infty}\frac{r\,(c_h-c_l)\,n}{d(n+1)(n-1+r)}$$

<=>

$$\lim_{n\to+\infty}\alpha=\lim_{n\to+\infty}\frac{r\,(c_h-c_l)\,n}{d(n^2+nr-1+r)}$$

<=>

$$\lim_{n\to+\infty}\alpha=\lim_{n\to+\infty}\frac{(c_h-c_l)\frac{r}{n}}{d\left(1+\frac{r}{n}-\frac{1}{n^2}+\frac{r}{n^2}\right)}$$

<=>

$$\lim_{n\to+\infty}\alpha=0.$$

Nous constatons que plus le nombre de participants à l'enchère est très important, et plus α tends vers zéro.

ANNEXE 9

Calcul des coûts estimés maximums et minimums

Nous avons, d'après le modèle proposé, qui tient compte de l'aversion au risque,

$$b\left(c_i^*\right)=\frac{rc_h+c_i^*(n-1)}{n-1+r}-\frac{(1-\alpha)d}{2}.$$

Pour $c_i^*=c_h$

$$b\left(c_h\right)=\frac{rc_h+c_h(n-1)}{n-1+r}-\frac{(1-\alpha)d}{2}=c_h-\frac{(1-\alpha)d}{2}.$$

Et donc,

$$c_h=b\left(c_h\right)+\frac{(1-\alpha)d}{2}.$$

Ainsi, les valeurs calculées de c_h par Mc Afee et Mc Millan (1988) resteront les mêmes en cas d'aversion au risque.

En ce qui concerne, les valeurs de c_l. Dans la démarche de Mougeot et Naegelen (1993),

$$b\left(c_l\right)=\frac{c_h+c_l^1(n-1)}{n-1}-\frac{(1-\alpha)d}{2}=\frac{1}{n-1}c_h+\frac{n-1}{n}c_l^1-\frac{(1-\alpha)d}{2}.$$

Avec c_l^1 sont les coûts estimés minimums calculés par Mc Afee et Mc Millan (1988). Ainsi,

$$-b\left(c_l\right)+\frac{1}{n-1}c_h+\frac{n-1}{n}c_l^1=\frac{(1-\alpha)d}{2}$$

Dans le modèle proposé, pour $c_i^*=c_l$

$$b\left(c_l\right)=\frac{rc_h+c_l^2(n-1)}{n-1+r}-\frac{(1-\alpha)d}{2}=\frac{r}{n-1+r}c_h+\frac{n-1}{n-1+r}c_l^2-\frac{(1-\alpha)d}{2}$$

<=>

$$b(c_l) = \frac{r}{n-1+r} c_h + \frac{n-1}{n-1+r} c_l^2 + b(c_l) - \frac{1}{n-1} c_h - \frac{n-1}{n} c_l^1$$

Avec c_l^2 les coûts estimés minimums calculés dans le cadre du modèle proposé.

<=>

$$\frac{n-1}{(n-1+r)} c_l^2 = \frac{(n-1)(1-r)}{(n-1+r)n} c_h + \frac{n-1}{n} c_l^1$$

<=>

$$c_l^2 = \frac{1-r}{n} c_h + \frac{n-1+r}{n} c_l^1 .$$

Nous pouvons vérifier que pour r = 1 (cas de la neutralité au risque), $c_l^2 = c_l^1$.

ANNEXE 10

Présentation des tableaux

Tableau 11
Le paramètre optimal de partage des coûts en cas où le degré d'aversion relative au risque r égal à 1
Les contrats du Ministère des services du gouvernement de l'Ontario

r = 1				
Contrats	**Nombres d'offreurs**	**Coût espéré le plus bas: Cl**	**Coût espéré le plus élevé: Ch**	**Alpha optimal**
1	8	263703	374076	0,22
2	8	2574963	2895290	0,08
3	18	333688	447092	0,09
4	12	586635	628020	0,03
5	31	61963	92056	0,07
6	12	2851174	3767120	0,12
7	15	1338820	1670656	0,08
8	11	521054	750416	0,17
9	5	155537	368162	0,64
10	3	18605	41405	0,92
11	1			
12	9	603776	932927	0,24
13	8	917525	1177606	0,16
14	12	722160	1191450	0,20
15	13	368746	654792	0,21
16	14	368559	582593	0,16
17	10	312325	413726	0,15
18	17	370573	510351	0,10
19	16	1727719	2240288	0,09
20	7	573054	938342	0,32
21	7	213782	334079	0,30

Source : tableau 2, page 60.

Tableau 12
Le paramètre optimal de partage des coûts en cas où le degré d'aversion relative au risque r égal à 0,5
Les contrats du Ministère des services du gouvernement de l'Ontario

r = 0,5				
Contrats	**Nombres d'offreurs**	**Coût espéré le plus bas : Cl**	**Coût espéré le plus élevé : Ch**	**Alpha optimal**
1	8	270601	374076	0,11
2	8	2594983	2895290	0,04
3	18	336838	447092	0,04
4	12	588359	628020	0,02
5	31	62448	92056	0,03
6	12	2889338	3767120	0,06
7	15	1349881	1670656	0,04
8	11	531480	750416	0,08
9	5	176800	368162	0,32
10	3	22405	41405	0,46
11	1			
12	9	622062	932927	0,12
13	8	933780	1177606	0,08
14	12	741714	1191450	0,10
15	13	379748	654792	0,10
16	14	376203	582593	0,08
17	10	317395	413726	0,07
18	17	374684	510351	0,05
19	16	1743737	2240288	0,04
20	7	599146	938342	0,16
21	7	222375	334079	0,15

Source : tableau 2, page 60.

Tableau 13
Le paramètre optimal de partage des coûts en cas où le degré d'aversion relative au risque r égal à 0,3
Les contrats du Ministère des services du gouvernement de l'Ontario

r = 0,3				
Contrats	**Nombres d'offreurs**	**Coût espéré le plus bas : Cl**	**Coût espéré le plus élevé : Ch**	**Alpha optimal***
1	8	273361	374076	0,07
2	8	2602992	2895290	0,02
3	18	338098	447092	0,03
4	12	589049	628020	0,01
5	31	62643	92056	0,02
6	12	2904604	3767120	0,04
7	15	1354306	1670656	0,02
8	11	535650	750416	0,05
9	5	185305	368162	0,19
10	3	23925	41405	0,28
11	1			
12	9	629377	932927	0,07
13	8	940282	1177606	0,05
14	12	749535	1191450	0,06
15	13	384148	654792	0,06
16	14	379261	582593	0,05
17	10	319423	413726	0,04
18	17	376329	510351	0,03
19	16	1750144	2240288	0,03
20	7	609583	938342	0,10
21	7	225812	334079	0,09

Source : tableau 2, page 60.

Tableau 14
Le paramètre optimal de partage des coûts en cas où le degré d'aversion relative au risque r égal à 0,1
Les contrats du Ministère des services du gouvernement de l'Ontario

r = 0,1				
Contrats	**Nombres d'offreurs**	**Coût espéré le plus bas : Cl**	**Coût espéré le plus élevé : Ch**	**Alpha optimal**
1	8	276120	374076	0,02
2	8	2611000	2895290	0,01
3	18	339358	447092	0,01
4	12	589739	628020	0,00
5	31	62837	92056	0,01
6	12	2919870	3767120	0,01
7	15	1358730	1670656	0,01
8	11	539820	750416	0,02
9	5	193810	368162	0,06
10	3	25445	41405	0,09
11	1			
12	9	636691	932927	0,02
13	8	946784	1177606	0,02
14	12	757357	1191450	0,02
15	13	388549	654792	0,02
16	14	382318	582593	0,02
17	10	321451	413726	0,01
18	17	377973	510351	0,01
19	16	1756551	2240288	0,01
20	7	620020	938342	0,03
21	7	229249	334079	0,03

Source : tableau 2, page 60.

Tableau 15
Le paramètre optimal de partage des coûts en cas où le degré d'aversion au risque égal à 1
Les contrats du Ministère des transports et des communications de l'Ontario

r = 1				
Contrats	**Nombres d'offreurs**	**Coût espéré le plus bas : Cl**	**Coût espéré le plus élevé : Ch**	**Alpha optimal**
1	2	674320	759634	0,25
2	4	938604	1605715	0,55
3	4	44061	67410	0,46
4	1			
5	1			
6	2	144570	176706	0,40
7	2	228612	231444	0,03
8	7	4165916	5833693	0,24
9	3	359524	632371	0,72
10	3	1101472	1200622	0,14
11	5	475069	796688	0,45
12	4	97015	155037	0,50
13	4	16228	77117	0,99
14	4	951520	1611809	0,55
15	4	171178	776936	0,99
16	5	487759	736394	0,38
17	7	422474	707351	0,34
18	5	1735427	1941860	0,12
19	4	77606	144639	0,62
20	4	53297	73297	0,36
21	3	114209	322319	0,99
22	1			
23	3	961772	1035692	0,12

Source : tableau 3, page 61.

Tableau 16
Le paramètre optimal de partage des coûts en cas où le degré d'aversion au risque égal à 0,5
Les contrats du Ministère des transports et des communications de l'Ontario

r = 0,5				
Contrats	**Nombres d'offreurs**	**Coût espéré le plus bas : Cl**	**Coût espéré le plus élevé : Ch**	**Alpha optimal**
1	2	695649	759634	0,12
2	4	1021993	1605715	0,28
3	4	46980	67410	0,23
4	1			
5	1			
6	2	152604	176706	0,20
7	2	229320	231444	0,01
8	7	4285043	5833693	0,12
9	3	404999	632371	0,36
10	3	1117997	1200622	0,07
11	5	507231	796688	0,22
12	4	104268	155037	0,25
13	4	23839	77117	0,53
14	4	1034056	1611809	0,27
15	4	246898	776936	0,52
16	5	512623	736394	0,19
17	7	442822	707351	0,17
18	5	1756070	1941860	0,06
19	4	85985	144639	0,31
20	4	55797	73297	0,18
21	3	148894	322319	0,54
22	1			
23	3	974092	1035692	0,06

Source : tableau 3, page 61.

Tableau 17
Le paramètre optimal de partage des coûts en cas où le degré d'aversion au risque égal à 0,3
Les contrats du Ministère des transports et des communications de l'Ontario

r = 0,3				
Contrats	**Nombres d'offreurs**	**Coût espéré le plus bas : Cl**	**Coût espéré le plus élevé : Ch**	**Alpha optimal**
1	2	704180	759634	0,07
2	4	1055348	1605715	0,17
3	4	48147	67410	0,14
4	1			
5	1			
6	2	155818	176706	0,12
7	2	229603	231444	0,01
8	7	4332694	5833693	0,07
9	3	423188	632371	0,22
10	3	1124607	1200622	0,04
11	5	520096	796688	0,13
12	4	107169	155037	0,15
13	4	26884	77117	0,32
14	4	1067071	1611809	0,16
15	4	277186	776936	0,31
16	5	522568	736394	0,11
17	7	450962	707351	0,10
18	5	1764328	1941860	0,04
19	4	89337	144639	0,19
20	4	56797	73297	0,11
21	3	162768	322319	0,32
22	1			
23	3	979020	1035692	0,04

Source : tableau 3, page 61.

Tableau 18
Le paramètre optimal de partage des coûts en cas où le degré d'aversion au risque égal à 0,1
Les contrats du Ministère des transports et des communications de l'Ontario

r = 0,1				
Contrats	**Nombres d'offreurs**	**Coût espéré le plus bas : Cl**	**Coût espéré le plus élevé : Ch**	**Alpha optimal**
1	2	712711	759634	0,02
2	4	1088704	1605715	0,06
3	4	49315	67410	0,05
4	1			
5	1			
6	2	159031	176706	0,04
7	2	229886	231444	0,00
8	7	4380344	5833693	0,02
9	3	441378	632371	0,07
10	3	1131217	1200622	0,01
11	5	532960	796688	0,04
12	4	110070	155037	0,05
13	4	29928	77117	0,11
14	4	1100085	1611809	0,05
15	4	307474	776936	0,10
16	5	532513	736394	0,04
17	7	459101	707351	0,03
18	5	1772585	1941860	0,01
19	4	92688	144639	0,06
20	4	57797	73297	0,04
21	3	176642	322319	0,11
22	1			
23	3	983948	1035692	0,01

Source : tableau 3, page 61.

Tableau 19
Le paramètre optimal de partage des coûts en cas où le degré d'aversion relative au risque égal à 1
Les contrats du Ministère des ressources naturelles de l'Ontario

r = 1				
Contrats	**Nombres d'offreurs**	**Coût espéré le plus bas : Cl**	**Coût espéré le plus élevé : Ch**	**Alpha optimal**
1	4	180197	495160	0,85
2	3	-60413	886822	0,99
2'	4	95342	836305	0,99
3	4	231383	276708	0,22
4	3	122315	165698	0,44
5	8	56151	500788	0,66
6	5	91092	329086	0,80
7	3	376560	494400	0,40
8	10	1594992	3819635	0,35
9	10	807918	1579099	0,30
10	8	104075	315895	0,50
11	7	111475	218137	0,41
12	5	183604	303086	0,44
13	4	118463	276130	0,76
14	9	20642	70097	0,47
15	8	31401	92222	0,49
16	8	23729	88602	0,54
17	6	12275	41440	0,67
18	8	32374	68318	0,39
19	9	34082	83924	0,40
20	10	243583	401670	0,24

Source : tableau 4, page 62.

Tableau 20
Le paramètre optimal de partage des coûts en cas où le degré d'aversion relative au risque égal à 0,5
Les contrats du Ministère des ressources naturelles de l'Ontario

r = 0,5				
Contrats	Nombres d'offreurs	Coût espéré le plus bas : Cl	Coût espéré le plus élevé : Ch	Alpha optimal*
1	4	219567	495160	0,42
2	3	97460	886822	0,89
2'	4	187962	836305	0,59
3	4	237049	276708	0,11
4	3	129546	165698	0,22
5	8	83941	500788	0,33
6	5	114891	329086	0,40
7	3	396200	494400	0,20
8	10	1706224	3819635	0,18
9	10	846477	1579099	0,15
10	8	117314	315895	0,25
11	7	119094	218137	0,20
12	5	195552	303086	0,22
13	4	138171	276130	0,38
14	9	23390	70097	0,24
15	8	35202	92222	0,24
16	8	27784	88602	0,27
17	6	14705	41440	0,34
18	8	34621	68318	0,19
19	9	36851	83924	0,20
20	10	251487	401670	0,12

Source : tableau 4, page 62.

Tableau 21
Le paramètre optimal de partage des coûts en cas où le degré d'aversion relative au risque égal à 0,3
Les contrats du Ministère des ressources naturelles de l'Ontario

r = 0,3				
Contrats	**Nombres d'offreurs**	**Coût espéré le plus bas : Cl**	**Coût espéré le plus élevé : Ch**	**Alpha optimal***
1	4	235316	495160	0,25
2	3	160609	886822	0,53
2'	4	225011	836305	0,35
3	4	239315	276708	0,07
4	3	132438	165698	0,13
5	8	95057	500788	0,20
6	5	124411	329086	0,24
7	3	404056	494400	0,12
8	10	1750717	3819635	0,11
9	10	861901	1579099	0,09
10	8	122609	315895	0,15
11	7	122141	218137	0,12
12	5	200331	303086	0,13
13	4	146055	276130	0,23
14	9	24489	70097	0,14
15	8	36723	92222	0,15
16	8	29405	88602	0,16
17	6	15678	41440	0,20
18	8	35519	68318	0,12
19	9	37959	83924	0,12
20	10	254649	401670	0,07

Source : tableau 4, page 62.

Tableau 22
Le paramètre optimal de partage des coûts en cas où le degré d'aversion relative au risque égal à 0,1
Les contrats du Ministère des ressources naturelles de l'Ontario

r = 0,1				
Contrats	**Nombres des offreurs**	**Coût espéré le plus bas : Cl**	**Coût espéré le plus élevé : Ch**	**Alpha optimal***
1	4	251064	495160	0,08
2	3	223758	886822	0,18
2'	4	262059	836305	0,12
3	4	241581	276708	0,02
4	3	135330	165698	0,04
5	8	106173	500788	0,07
6	5	133931	329086	0,08
7	3	411912	494400	0,04
8	10	1795210	3819635	0,04
9	10	877324	1579099	0,03
10	8	127905	315895	0,05
11	7	125189	218137	0,04
12	5	205111	303086	0,04
13	4	153938	276130	0,08
14	9	25588	70097	0,05
15	8	38243	92222	0,05
16	8	31027	88602	0,05
17	6	16650	41440	0,07
18	8	36418	68318	0,04
19	9	39066	83924	0,04
20	10	257811	401670	0,02

Source : tableau 4, page 62.

Bibliographie

Arrow, K.J. (1985), ''The Economics of Agency'' in J.W.Pratt and R.J.Zeckhauser, eds, *Principals and Agents*, Cambridge : Harvard Business School Press.

Baron D.P. et Besanko D. (1984), ''Regulation, Asymmetric Information and Auditing'', The Rand Journal of Economics, vol. 15, p. 447-470.

Bower A. G.,''Procurement Policy and Contracting Efficiency'', International Economics Review, vol. 34, n° 4.

Bower A. G. et Osband K. (1991), ''When More Is Less : Defense Profit Policy in a Competitive Environment'', The Rand Journal of Economics, vol. 22, n° 1.

Castle R. G. (1975), ''Project Financing – Guidelines for the Commercial Banker'', The Journal of Commercial Bank Lending, April, p. 14-30.

Che Y. K. (1994), ''Buy – In and Gold Plating Under Defense Profit Policy'', Essays in the Economics of Procurement, p. 83-98.

Crocker K. J. et Reynolds K. J. (1993),'' The Efficiency of Incomplete Contracts : an Empirical Analysis of Air Force Engine Procurement'', The Rand Journal Economics, vol. 24, n°1, p. 126-146.

Dionne G. et Fluet C. (1995), ''Incentives in Multi-Period Regulation and Procurement : a Graphical Analysis'', CRT-95-38, Cahier 9533, Centre de Recherche sur les Transports, Université de Montréal.

Grossman S. J., Hart O. D. (1983), ''An Analysis of the Principal Agent Problem'', Econometrica, vol. 51, n° 1, p. 7-46.

Hoffman S. L. (1989), ''A Practical Guide to Transactional Project Finance : Basic Concepts, Risk Identification, and Contractual Considerations'', The Business Lawyer, vol. 45, p. 181-232.

Holmström, B et Milgrom, P. (1987) ''Aggregation and Linearity in the Provision of Intertemporel Incentives." Econometrica, vol. 55, p. 303-328.

Koch J. V. (1980), Industrial Organisation and Prices, 2nd ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

Laffont J. J. et Tirole J. (1986), ''Une Théorie Normative des Contrats État-Entreprises'', Anales d'Économie et de Statistique, n° 1, p. 107-132.

Laffont J. J. et Tirole J. (1989), ''Using Cost Observation to Regulate Firms'', Journal of Political Economy, vol. 94, p. 614-641.

Laffont J. J. et Tirole J. (1993), A Theory of Incentives in Procurement and Regulation'', mimeo, University of Toulouse, Toulouse, France.

Mattews S. (1987), ''Comparing Auctions for Risk Averse Buyers : a Bayer's point of view'', Econometrica, vol. 55, n° 3.

Mc Afee R. P. et Mc Millan J. (1986), ''Bidding for Contracts : a Principal- Agent Analysis'', The Rand Journal of Economics, vol. 17, n° 3, p. 326-338.

Mc Afee R. P. et Mc Millan J. (1987), ''Competition for Agency Contracts'', The Rand Journal of Economics, vol. 18, n° 2, p. 296-306.

Mc Afee R. P. et Mc Millan J. (1988), Incentives in Government Contracting, University of Toronto Press.

Melumad N. et Reichelstein S. (1989), ''Value of Communication in Agencies'', Journal of Economic Theory, vol. 47, p. 334-368.

Moore F. T. (1967), Incentives Contracts, In S. Enke, ed., *Defense Management*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

Mougeot M. et Naegelen F. (1993), Les Marchés Publics : Règles, Stratégies, Politiques, Economica.

Nachbar J. H. (1994), ''Profit Negotiated Defense Contracts : A Survey of Some Recent Litterature'', Essays in the Economics of Procurement, p. 19-46.

Picard P. (1987), ''On Design of Incentive Schemas Under Moral Hazard and Adverse Selection'', Journal of Public Economics, vol. 33, n° 3, p. 305-332.

Rogerson W. P. (1989), ''Profit Regulation of Defense Contractors and Prizes for Innovation'', The Journal of Political Economy, vol. 97, n° 6, p. 1284-1305.

Rogerson W. P. (1991), ''Incentives, the Budgetary Process, and Inefficiently Low Production Rates in Defence Procurement'', Defense Economics, vol. 3, p 1-18.

Samuelson W. (1986),''Bidding for Contracts'', Management Science, vol. 32, p. 1533-1550.

Scherer F. M. (1964), ''The Theory of Contractual Incentives for Cost Reduction'', Quarterly Journal of Economics, vol. 78, p. 257-280.

Stole L.A. (1994), ''Information, Expropriation, and Moral Hazard in Optimal Second Source Auctions'', Journal of Public Economics, vol. 56, n° 3, p. 463-484.

Williamson O. E. (1975), Markets and Hierarchies, Free Press, N. Y.

Williamson O. E. (1996), The Mecanisms of Governance, N. Y : Oxford University Press.