

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

**LES IMPLICATIONS ÉPISTÉMOLOGIQUES DES THÉORIES DU CHAOS
POUR L'HYPOTHÈSE DES ANTICIPATIONS RATIONNELLES**

**MÉMOIRE
PRÉSENTÉ
COMME EXIGENCE PARTIELLE
DE LA MAÎTRISE EN ÉCONOMIQUE**

**PAR
IANIK MARCIL**

© 1995

Remerciements

C'est avec grand plaisir que je paie les dettes contractées lors de la préparation et de la rédaction de ce travail, en remerciant tout d'abord Gilles Dostaler, mon directeur de recherche, pour sa grande culture, son dévouement, son empressement, et pour l'intérêt indéfectible qu'il manifeste sans cesse envers tous mes projets. Son soutien et ses hautes qualités morales et intellectuelles demeureront pour moi un exemple et un encouragement constants.

Ma reconnaissance va ensuite à Rachel Lefebvre, dont l'amour a nourri le courage nécessaire aux dernières étapes de la préparation d'un tel travail. Troisièmement, c'est ici le lieu pour remercier Claire et Mario Marcil, mes parents, puisque ce mémoire est très redevable de leur support moral et matériel, mais surtout pour m'avoir transmis ce goût précieux pour la culture, la science, la rigueur, et la curiosité, qui forment ensemble le principe de la recherche. De plus, je ne saurais oublier le soutien aussi précieux qu'indéfectible dont Claude Fortin a fait preuve durant la plus grande partie de mon activité de recherche.

D'autre part, les commentaires de plusieurs personnes furent très utiles à la clarification de mes idées; je les en remercie tout particulièrement. Il s'agit de Yvon Gauthier, Maurice Lagueux, Robert Nadeau, Pierre Pelletier, Patrick Petit et François Tournier. Finalement, je suis reconnaissant envers le Programme d'aide financière à la recherche et à la création (PAFARC) de l'Université du Québec à Montréal pour son soutien financier.

Table des matières

Remerciements	i
Table des matières	ii
Liste des figures	v
Liste des tableaux	vi
Résumé	vii
Introduction	1
1. Objectifs et plan	1
2. Le problème de l'hétérogénéité de la pensée économique	3
Note de l'introduction	6
I Concepts et outils de la théorie du chaos	7
1.1. Le chaos du chaos	8
1.2. Les systèmes déterministes finis différentiels	14
1.3. L'évolution temporelle des populations	16
1.4. Les attracteurs étranges	25
1.5. Filiations historiques et invocations de paternité	31
1.6. Conclusion	33
Notes du chapitre I	34
II De la rationalité aux anticipations rationnelles	35
2.1. Fondements philosophiques de la rationalité	36
2.2. La rationalité des agents économiques	41

2.3. Rationalité individuelle et décision macroéconomique	47
2.4. Les anticipations rationnelles	49
2.5. Conclusion	54
Notes du chapitre II	55
III Applications de la théorie du chaos en science économique	56
3.1. Survol du paysage	57
3.2. Un modèle dynamique non linéaire de politique monétaire avec anticipations rationnelles	63
3.3. Solution du modèle	65
3.4. Dynamique des variables endogènes en présence de chaos	67
3.5. Conséquences sur l'hypothèse des anticipations rationnelles	73
3.6. Conclusion	77
Notes du chapitre III	78
IV Anticipations, rationalité et imprédictibilité	79
4.1. Critère d'évaluation	81
4.2. La génétique des anticipations des agents	84
4.3. Grammaire de la modélisation économique	88
4.4. Choix de critère et positions épistémologiques	93
Notes du chapitre IV	96
V Leçons et défis: rationalité et histoire	97
5.1. Point de vue épistémologique et rationalité	97
5.2. Raison et histoire: le caractère de la pensée économique	99
Note du chapitre V	104
Annexe: développements mathématiques	105
1. Théorème de Li-Yorke	105
2. Modèle de Ruelle-Takens	106
3. Identification empirique d'un comportement chaotique	107

4.	Hypothèse des anticipations rationnelles	109
5.	Solution du modèle de DeCoster et Mitchell	111
	Index onomastique	116
	Bibliographie	120

Liste des figures

Figure 1.1. Ensemble de Mandelbrot (entier)	11
Figure 1.2. Ensemble de Mandelbrot (détail)	12
Figure 1.3. Évolution temporelle de l'équation logistique ($g=2.9$)	16
Figure 1.4. Équation logistique dans l'espace des phases pour différentes valeurs de g	18
Figure 1.5. Évolution de la fonction logistique dans l'espace des phases ($g=2.9$)	20
Figure 1.6. Évolution de la fonction logistique dans l'espace des phases ($g=3.5$)	20
Figure 1.7. Évolution temporelle de la fonction logistique ($g=3.5$)	21
Figure 1.8. Évolution de la fonction logistique dans l'espace des phases ($g=3.94$)	22
Figure 1.9. Évolution temporelle de la fonction logistique ($g=3.94$)	22
Figure 1.10. Diagramme de bifurcation schématisé	23
Figure 1.11. Schématisation de la dépendance sensitive aux conditions initiales dans l'espace des phases	27
Figure 1.12. Évolution temporelle de l'équation logistique en présence de sensibilité aux conditions initiales (— $y_0=0.990$, --- $y_0=0.991$)	28
Figure 4.1. Principe d'auto-référence des anticipations rationnelles	91
Figure 4.2. Composantes d'un modèle	92

Liste des tableaux

Tableau 1.1. Dépendance sensitive de l'équation logistique aux conditions initiales, $g=3.94$	29
Tableau 1.2. Dépendance sensitive de l'équation logistique à la valeur du paramètre de croissance, $y_0=0.6$	30

Résumé

Ce mémoire examine l'implication, au plan épistémologique, de l'utilisation des outils de la théorie du chaos sur la validité de l'hypothèse de rationalité économique, plus précisément sous sa formulation en termes d'anticipations rationnelles, qui semblerait *a priori* être remise en question par le comportement imprédictible de systèmes dynamiques pourtant déterministes. Nous présenterons d'abord les concepts fondamentaux de la théorie du chaos (ch. I), puis ceux de l'hypothèse des anticipations rationnelles (ch. II). Après une brève revue de la littérature unissant les deux ensembles de concepts, nous analyserons un modèle macroéconomique dynamique de la politique monétaire avec anticipations rationnelles, qui, malgré son déterminisme, présente une dynamique chaotique (ch. III). Nous verrons finalement (ch. IV), dans une évaluation plus générale de cette implication, que l'intégrité de l'hypothèse des anticipations rationnelles n'est pas atteinte par le comportement imprédictible des variables chaotiques, et que cela tient à son caractère axiomatique et tautologique. Nous concluons (ch. V) en justifiant l'insatisfaction qui pourrait exister face aux anticipations rationnelles, par une attente nourrie envers elles d'une conception plus large, non instrumentale et historique, de la rationalité au sein de la théorisation économique.

Introduction

...le caractère de l'ensemble du monde est de toute éternité celui du chaos, en raison non pas de l'absence de nécessité, mais de l'absence d'ordre, d'articulation, de forme, de beauté, de sagesse et quelles que soient nos humaines catégories esthétiques. [...] Gardons-nous de déclarer qu'il y a des lois dans la nature. Il n'y a que des nécessités: là nul ne commande, nul n'obéit, nul ne transgresse. Dès lors que vous savez qu'il n'y a point de but, vous savez aussi qu'il n'y a point de hasard. Car ce n'est qu'au regard d'un monde de buts que le mot hasard a un sens. [...] Quand donc en aurons-nous fini avec notre précaution et nos soins? Quand toutes ces ombres de Dieu cesseront-elles de nous obscurcir? Quand aurons-nous totalement dédivinisé la nature?

Nietzsche, *Le gai savoir* (1882, §109, p. 138).

1. Objectifs et plan

L'objectif de ce mémoire est d'évaluer l'implication, au plan épistémologique, de l'utilisation des outils de la théorie du chaos sur la validité de l'hypothèse de rationalité économique. En effet, notion centrale de la pensée économique contemporaine, l'axiome de rationalité des agents économiques semblerait être remis en question par une théorie qui stipule qu'un système dynamique parfaitement déterministe puisse, sous certaines conditions, présenter un comportement temporel complètement imprévisible. Aux fins de cette analyse, nous utiliserons un développement du concept de rationalité à la fois poussé au maximum dans son expression, tout en étant opérationnellement clairement défini. Cette formulation de l'axiome de rationalité, l'hypothèse des anticipations rationnelles, est depuis une dizaine d'années utilisée de façon de plus en plus généralisée à travers un ensemble de courants très divers de la théorie économique. D'abord associée à la « nouvelle macroéconomie classique », qui remplaçait peu à peu le consensus de la synthèse

néoclassique d'après-guerre, d'inspiration keynésienne, l'hypothèse des anticipations rationnelles est maintenant utilisée dans des modèles et théories dont les conclusions s'éloignent fortement des résultats originaux de ces auteurs. À cause de l'étendue actuelle de son application dans la modélisation macroéconomique, à laquelle on ajoute l'acquisition d'une définition opérationnelle mathématiquement claire, il nous a semblé raisonnable de recourir à cette formulation de la rationalité économique pour évaluer l'implication de la modélisation de systèmes possédant une dynamique chaotique sur une des hypothèses fondamentales de la pensée économique contemporaine.

Nous procéderons en quatre étapes principales. Dans un premier temps, nous exposerons les concepts fondamentaux de la théorie du chaos, appelée plus formellement théorie de la dynamique de stabilité faible¹. Au premier chapitre, nous verrons qu'en substance, un système déterministe est dit chaotique lorsque sa dynamique temporelle sur un horizon infini possède un comportement qui ne peut être distingué de celui d'un système stochastique pur. Ainsi, un système différentiel fini très simple peut, suite à une variation minime de ses conditions initiales ou de ses paramètres, diverger largement de son sentier temporel initial. Dans une deuxième étape, encore une fois dans l'objectif de fixer clairement l'objet de notre étude, nous exposerons les fondements de l'hypothèse des anticipations rationnelles. Le second chapitre montrera que cette hypothèse, d'abord apparue au début des années 1960, mais utilisée plus largement à partir des années 1970, est l'application la plus poussée de l'axiome classique de rationalité des agents économiques, de l'*homo œconomicus*, qui conditionne le choix des moyens utilisés par les agents à la maximisation de leur efficacité à atteindre des fins prédéterminées.

Ces deux ensembles de concepts étant définis, nous les intégrerons l'un à l'autre au chapitre III, après avoir fourni une brève revue de la littérature, par l'analyse d'un modèle dynamique déterministe simple de politique monétaire, avec anticipations

rationnelles, qui présente une dynamique de stabilité faible. Nous serons alors en mesure, à l'aide de cet exemple, de constater comment se comporte, dans un tel modèle, l'hypothèse des anticipations rationnelles face à un comportement chaotique. Mais pour pouvoir estimer de façon plus générale l'implication fondamentale du chaos déterministe sur l'hypothèse des anticipations rationnelles, nous devons, au chapitre IV, recourir à une méthode d'évaluation plus globale que le simple exemple isolé. Nous défendrons dans ce chapitre l'idée selon laquelle l'évaluation de l'impact d'un comportement dynamique chaotique sur la modélisation en termes d'anticipations rationnelles dépend des attentes qui sont nourries face à cette hypothèse. En effet, selon qu'on accorde aux anticipations rationnelles un pouvoir explicatif de la génétique des anticipations des agents ou simplement une compétence syntaxique dans la production de modèles macroéconomiques, le mécontentement ou la satisfaction face à cette hypothèse sera différencié. Toutefois, nous croyons montrer dans ce chapitre que l'intégrité de l'hypothèse n'est pas atteinte en présence de dynamique chaotique. Cela s'explique par son caractère tautologique et circulaire, qui la met à l'abri de toute réfutation. Nous concluons au chapitre V que cette irréductibilité tient à l'exigence différente que les divers théoriciens de l'économie ont face au principe de raison. Nous prendrons, pour notre part, résolument parti pour une théorie économique qui réintègre un principe de rationalité non instrumental, historique, et, par conséquent, qui ne se satisfait pas de l'hypothèse des anticipations rationnelles, vue comme un simple outil syntaxique tautologique, certes utile dans les procédures de modélisation, mais dont le pouvoir explicatif se trouve trop restreint.

2. Le problème de l'hétérogénéité de la pensée économique

Nous analysons dans ce mémoire l'impact de l'adoption d'une théorie par la science économique sur l'un de ses postulats les plus fondamentaux. Toutefois, il est justifié de questionner la validité de cette interrogation étant donné la multiplicité des approches qui caractérise la science économique contemporaine. D'une part les

auteurs qui ont produit des travaux d'application des théories du chaos en économie sont issus de traditions très différentes: plusieurs se rattachent au corpus néoclassique central (J. Benhabib, par exemple) tandis que d'autres se réclament d'approches hétérodoxes, comme celles de Schumpeter ou Marx (c'est le cas de R.M. Goodwin). D'autre part, l'hypothèse de rationalité n'est pas utilisée par l'ensemble des économistes contemporains, loin de là, et encore, lorsqu'elle l'est, c'est sous des formes les plus diverses. Conséquemment, il importe de définir avec le moins de flou possible sur quelle pensée l'impact que nous voulons étudier se fera sentir.

Nous avons *a priori* trois possibilités. Premièrement prendre l'ensemble des productions de la théorie économique contemporaine. Cette option est à rejeter, ne serait-ce que par l'ampleur de la tâche qu'elle demande et qui dépasse le cadre de cette recherche, sans compter le fait qu'il est fort probable que ces diverses théories soient à ce point divergentes qu'elles en soient incommensurables. Deuxième option: s'en tenir aux théories des utilisateurs du chaos en économie. Ce choix, qui semblerait le plus naturel, se justifierait mal: d'abord parce que nous cherchons à évaluer l'impact général de l'utilisation du chaos sur l'hypothèse de rationalité, et non pas seulement dans le cadre des travaux de ces auteurs (d'ailleurs ces travaux n'utilisent pas nécessairement tous l'hypothèse de rationalité), et ensuite parce qu'il est possible de nous retrouver ici également avec un problème d'incommensurabilité des diverses théories.

Finalement, nous choisissons une troisième voie: la « pensée économique » qui nous intéressera ici sera celle qui utilise le postulat de rationalité, tel que nous le définirons au chapitre III. C'est évidemment la voie logique, puisque l'impact que nous cherchons à évaluer est celui qui touche le cœur de cette hypothèse, voire sa validité. La rationalité que nous définirons au chapitre III (dont la variante la plus développée et la plus radicale est l'hypothèse d'anticipations rationnelles) est acceptée et utilisée par une vaste majorité d'économistes, universitaires et

professionnels, et elle est largement présente dans les articles des revues académiques les plus prestigieuses. De plus, le « corpus central » de la pensée économique s'est à ce point transformé ces dernières dix ou quinze années que des économistes formés dans la tradition de l'École de Chicago développent maintenant des théories (qui font intervenir les anticipations rationnelles) dont certaines conclusions et caractéristiques sont très proches de celles d'auteurs comme Schumpeter ou Keynes: rigidités nominales, effets sur les cycles des politiques monétaires, même anticipées, etc. (qu'on pense à P.M. Romer, S. Fischer ou J.B. Taylor).

Note de l'introduction

- 1 Bergé *et al.* (1984, p. 109), affirment qu'« aucune définition scientifique précise du substantif « chaos » et de l'adjectif « chaotique » n'existe vraiment, nous prendrons ces mots comme synonymes de certaines propriétés typiques. [... particulièrement:] la perte de mémoire du signal par rapport à lui-même. Par suite, la connaissance de l'état du système pendant un temps aussi long que l'on veut, ne permet pas, pour autant, de prévoir ce que sera son évolution ultérieure. Au fond, cela revient à faire de l'imprédictibilité l'aspect déterminant du chaos. »

I Concepts et outils de la théorie du chaos

L'homme sensé s'efforce, en considérant toutes les circonstances, de se faire une opinion et de tirer des conclusions, mais le plus petit incident qui survient (et dans le cours des choses il est impossible de tout prévoir) produit souvent de tels retours et de tels changements qu'en fin de compte il est aussi ignorant que le plus dénué de lumières et d'expérience.

Swift, *Pensées* (1711/55, p. 569).

Une cause très petite, qui nous échappe, détermine un effet considérable que nous ne pouvons pas ne pas voir, et alors nous disons que cet effet est dû au hasard. [...] La prédiction devient impossible et nous avons le phénomène fortuit.

Poincaré, *Science et méthode* (1908, p. 68-9).

Depuis quelques années, on regroupe autour du terme « chaos » plusieurs théories disparates, parfois même contradictoires. C'est à la suite du formidable succès de librairie du livre de James Gleick, publié en 1987, *La théorie du chaos: vers une nouvelle science*, que ce sujet a connu une grande popularité. Ce chapitre a pour objet de classer et d'éclaircir différents concepts, développés depuis le début des années 60, que l'on associe depuis à la théorie du chaos¹. Après l'esquisse d'une présentation de deux théories majeures liées et souvent confondues à celle du chaos qui ne seront pas discutées dans ce mémoire, la géométrie fractale et la théorie des catastrophes, nous exposons certains résultats liés aux systèmes déterministes finis différentiels. Dans un troisième temps, nous verrons comment un système dynamique décrivant l'évolution d'une population quelconque peut produire un comportement chaotique, malgré qu'il fut fermé et déterministe. Cette exposition nous conduira à définir précisément les critères caractérisant un système chaotique. Finalement, nous ferons

en conclusion un bref examen des sources historiques de cette théorie, réelles ou invoquées.

1.1. Le chaos du chaos

Les définitions de la théorie du chaos sont vagues, nombreuses et divergentes; dans les ouvrages de vulgarisation, on regroupe une grande variété de théories sous le même chapeau (par exemple Briggs et Peat 1989, Gleick 1987 ou Stewart 1989). Certes, la théorie des attracteurs étranges, la géométrie fractale, la théorie des catastrophes, la thermodynamique loin de l'équilibre, et d'autres théories développées depuis les trente dernières années partagent certains éléments communs, mais les considérer comme une vaste explication unifiée participe plus du désir d'universalisme de certains vulgarisateurs, qu'à la réalité, plus prosaïque, des champs d'application de ces outils scientifiques.

Nous avons fait le choix dans ce mémoire de nous pencher uniquement sur la théorie du chaos déterministe par la dépendance sensitive aux conditions initiales. Nous verrons qu'un système chaotique est un système dynamique déterministe particulier ayant un comportement au caractère quasi-stochastique (à tout le moins qualitativement stochastique) par suite de modifications minimales de ses paramètres ou ses conditions initiales. En plus de l'importance qu'a cette définition pour l'histoire de ces nouvelles théories, comme nous le verrons dans ce chapitre-ci, quatre raisons justifient cette limite à notre étude, et montrent la richesse du concept de sensibilité aux conditions initiales.

D'une part, la définition littérale, logique et mathématique de ce concept est très précise, ce qui permet à la fois de l'analyser et de l'appliquer avec rigueur. Deuxièmement, les conséquences théoriques de l'application de ce concept, que ce soit en biologie, en physique ou en économie, sont très importantes. Il modifie substantiellement les conclusions théoriques et les orientations empiriques des

modèles explicatifs, tout en conservant le vocabulaire déjà utilisé dans les théories actuelles: au plus, la dépendance sensitive provoque certains changements grammaticaux ou lexicaux, mais ne remet pas en question l'approche globale existante. De la même façon, ses conséquences philosophiques et épistémologiques sont importantes: il redéfinit les frontières distinguant le hasard du déterminisme et interroge nécessairement toute théorie de l'action ou de la responsabilité en remettant en cause l'effet nécessaire des décisions humaines. Finalement, la dépendance sensitive aux conditions initiales demeure une définition relativement proche de celle donnée au mot « chaos » lorsqu'il fut pour la première fois utilisé dans ce contexte par T.Y. Li et J.A. Yorke (1975).

Afin de clarifier quelque peu le vocabulaire, nous définirons ici deux ensemble de théories qui ne sont pas assimilables à l'analyse de la sensibilité aux conditions initiales et auxquelles il est souvent fait référence dans les ouvrages généraux sur le chaos: la théorie des catastrophes de René Thom et la géométrie fractale de Benoît Mandelbrot. Il est nécessaire de les présenter parce qu'elles sont fortement associées aux théories du chaos pour deux raisons. D'abord parce que ce sont elles qui ont frappé le plus l'imaginaire: la première par son nom, la seconde par ses dessins géométriques souvent très colorés, produits sur ordinateur (comme celui de la fig. 1.1²). Ensuite, parce qu'elles partagent avec la dépendance sensitive aux conditions initiales une caractéristique fondamentale: toutes trois étudient les discontinuités aux limites.

La théorie des catastrophes est à cet égard remarquable. Développée par René Thom à partir des années 1950, elle étudie la topologie des singularités et des discontinuités. Thom a d'abord exposé sa théorie dans un article sur les singularités des applications différentiables (Thom 1956), et a synthétisé quinze ans plus tard l'ensemble de ses conceptions dans deux ouvrages, *Stabilité structurelle et morphogénèse* (1972) et *Modèles mathématiques de la morphogénèse* (1974). La

théorie des catastrophes est particulièrement appropriée à l'étude de la morphogénèse, de l'évolution des structures complexes dans le temps, une étude du « mouvement incessant de naissance, de développement et de destructions » des formes (1972, p. 17) dans leurs « discontinuités phénoménologiques » (1991, p. 28). Elle modélise « la disparition d'un équilibre stable et l'établissement d'un autre, consécutifs à une modification continue du potentiel » d'un système dissipatif (Ekeland 1984, p. 110), et pour cette raison, on l'a appliqué à l'analyse économique (voir Ribeill 1975, Rosser 1991, et Zeeman 1974 et 1974).

La géométrie fractale développée par Mandelbrot (1975) tente elle aussi d'expliquer la genèse des formes. Mathématicien qui s'est d'abord penché sur la thermodynamique et les problèmes des réseaux de télé-communication, Mandelbrot a publié plusieurs articles dans les années 1960 sur le comportement des indicatifs boursiers et les modèles à marche aléatoire (voir 1963b et 1971, mais surtout 1963a). C'est d'ailleurs dans ce domaine qu'il a en premier appliqué ses idées (Mandelbrot 1975, p. 217). L'intuition fondamentale de la géométrie fractale que donne Mandelbrot est la suivante: si on essaie de mesurer la côte de la Bretagne, par exemple, on s'apercevra bientôt qu'elle est à ce point longue qu'elle en est infinie. En effet, plus on mesurera ce contour avec précision, plus on allongera l'estimation de sa longueur. Cette forme complexe au contour accidenté, Mandelbrot la qualifie de fractale, parce qu'elle n'est pas de dimension entière: « il est utile de dire de certaines courbes planes très irrégulières que leur dimension fractale est entre 1 et 2, de dire de certaines surfaces très feuilletées et pleines de convolutions que leur dimension fractale est intermédiaire entre 2 et 3 [...] » (Mandelbrot 1975, p. 6). Il faut souligner que cette idée de dimension fractale, et non pas la géométrie qui en est issue, sera une caractéristique essentielle des systèmes sensitivement dépendants aux conditions initiales que nous étudierons.

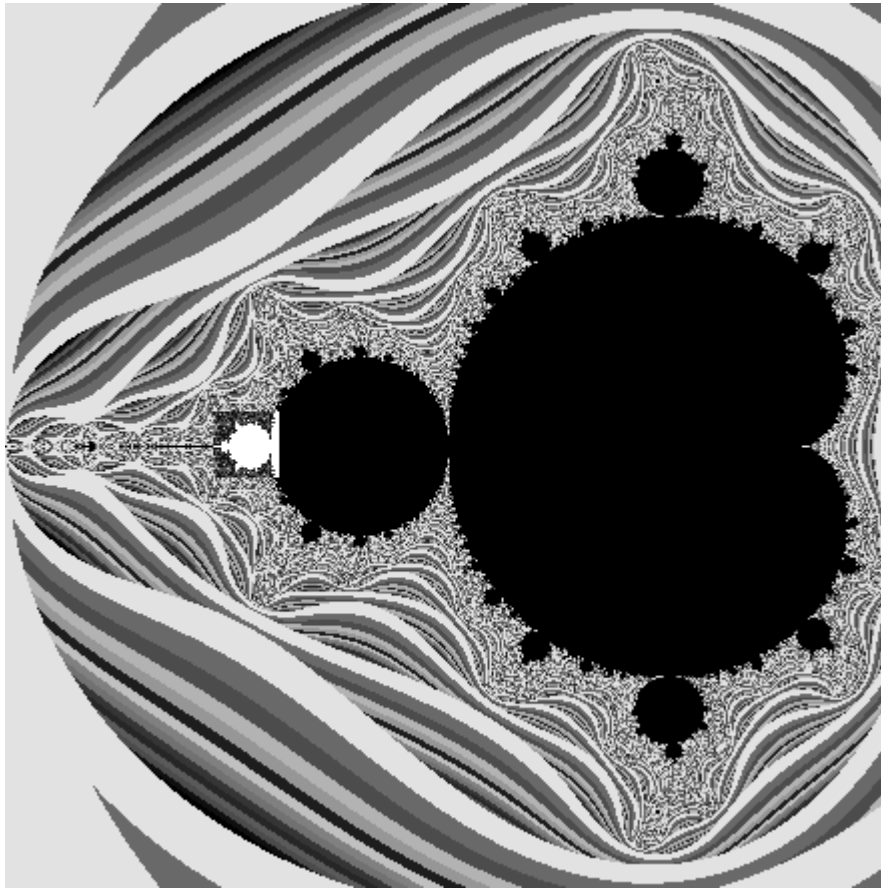


Figure 1.1. Ensemble de Mandelbrot (entier)

Ce qui sous-tend la géométrie fractale, c'est que ces formes d'une complexité infinie sont engendrées par des appareils mathématiques relativement simples, qui produisent des formes typiques à toutes les échelles de représentation. L'ensemble de Mandelbrot illustré à la figure 1.1 (une représentation graphique d'un ensemble géométrique généré par un algorithme sur des nombres imaginaires), par exemple, possède cette invariance d'échelle: le calcul et le graphe de la petite région se trouvant à la gauche de l'image (la zone carrée apparaissant en négatif), est reproduit à la figure 1.2. Nous obtenons alors une forme géométrique du même degré de complexité que la précédente, et nous pourrions recalculer ainsi à l'infini, en retrouvant toujours

les mêmes contours caractéristiques de l'ensemble de Mandelbrot, à l'aide d'un algorithme itératif relativement simple.

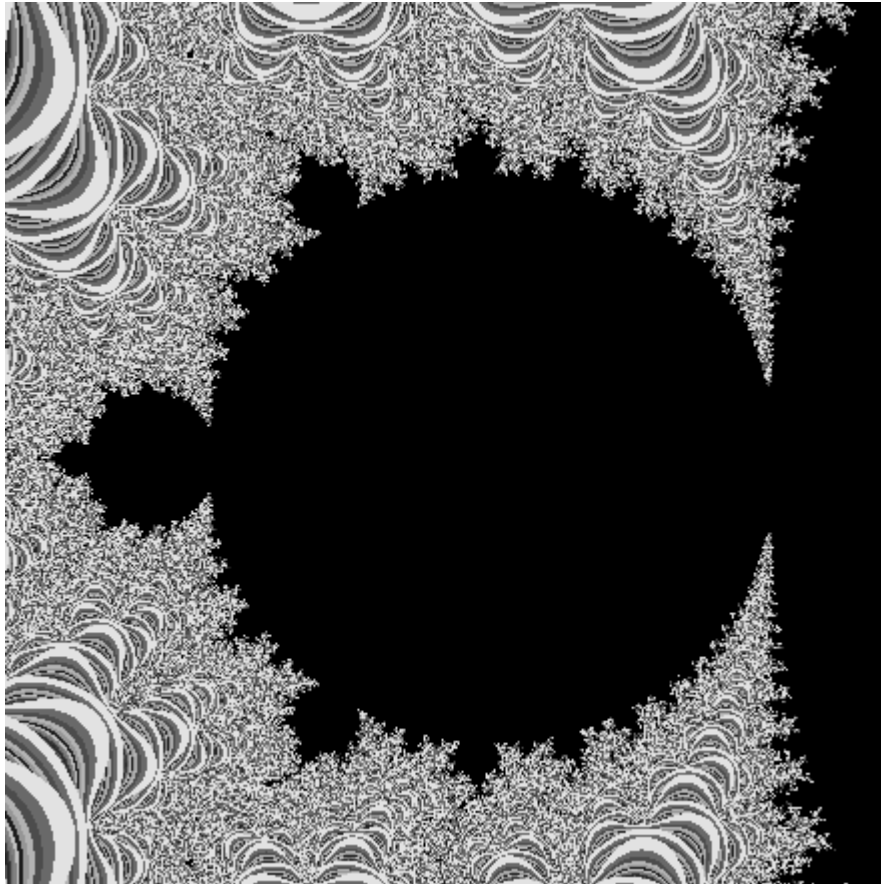


Figure 1.2. Ensemble de Mandelbrot (détail)

Conséquemment, Mandelbrot estime pouvoir expliquer la morphogénèse d'un grand nombre d'objets naturels avec cette technique, et même les comportements humains: formation des villes, structure temporelle des indices financiers, etc. Bien que la géométrie fractale soit présentement appliquée dans plusieurs disciplines, particulièrement en biologie et en géomorphologie, son application directe en économie est restée limitée à ce jour aux problèmes de croissance urbaine (voir

Fotheringham, Batty et Longley 1989), en particulier à cause de son caractère davantage explicatif que prédictif (Thom 1991, p. 32).

La théorie des catastrophes et la géométrie fractale ont eu peu d'application en économie jusqu'à ce jour. Elles partagent toutefois avec la définition du chaos que nous utiliserons ici une caractéristique fondamentale: donner une explication simple à des phénomènes complexes par l'étude des passages à la limite. D'ailleurs, tant René Thom que Benoît Mandelbrot défendent l'universalité d'application de leurs théories. Que nous considérons ces différentes approches comme des sous-divisions d'une théorie générale du chaos ou des discontinuités, le problème de la nature de ces approches demeure. Les théories du chaos, et plus spécifiquement la théorie des systèmes sensibles aux conditions initiales que nous étudierons, relèvent de quelle classe d'objets? Forment-elles une discipline scientifique indépendante (c'est l'avis de Mandelbrot pour la géométrie fractale), ou encore s'agit-il d'un outil utilisable dans différents contextes, comme le calcul différentiel et intégral, par exemple, ou de façon plus limitative, est-ce un état (et non pas la science de cet état) caractéristique de systèmes divers? Gleick (1987, p. 59), porté par un enthousiasme quelque peu excessif, considère que nous assistons à une révolution scientifique et épistémologique au sens de Kuhn (1962) pouvant à terme toucher toutes les disciplines scientifiques: « *il nous faut renoncer à l'essentiel du passé. Nouveaux espoirs, nouveaux styles, et plus important nouvelle manière de voir* » (Gleick 1987, p. 60, italiques dans le texte).

Convaincu que l'intégration de l'ensemble de ces théories dans une vaste synthèse, comme le font Rosser (1991) ou Zhang (1991) dans leurs ouvrages par exemple, nous obligerait trop rapidement à nous interroger sur la nature du chaos, et particulièrement sur l'universalité de son application en économie, nous croyons que limiter notre approche à la sensibilité aux conditions initiales n'impose pas *a priori* cette interrogation. De plus, la géométrie fractale ou la théorie des catastrophes

entraîne pour plusieurs, à commencer par Mandelbrot et Thom eux-mêmes, l'abandon, ou, à tout le moins, le recul de l'approche quantitative au profit de l'approche qualitative (Ekeland 1984, p. 125). Si c'était le cas, cela impliquerait une mutation épistémologique majeure en science économique, problème trop vaste pour pouvoir en tenir compte ici. La richesse épistémologique et la simplicité technique caractéristiques de ce concept offriront une grande souplesse à notre analyse, sans remettre en question l'ensemble du discours utilisé en dynamique économique, contrairement à ce qu'imposeraient la théorie des catastrophes et la géométrie fractale.

1.2. Les systèmes déterministes finis différentiels

Lorsqu'il était chercheur au Massachusetts Institute of Technology (MIT) à la fin des années 1950 et au début des années 1960, le météorologue Edward N. Lorenz découvrit ce qu'il appellerait plus tard « l'effet papillon ». Dans une série d'articles (particulièrement 1963a, mais aussi 1963b et 1964)³, il exposa une série de résultats de modélisation qu'il avait obtenus. Partant du modèle de convection de Saltzman (1962), il le réduisit à un système déterministe fini de trois équations différentielles non linéaires (Lorenz 1963a, p. 135):

$$\begin{aligned}\dot{X} &= -\sigma X + \sigma Y \\ \dot{Y} &= -XZ + rX - Y \\ \dot{Z} &= XY - bZ\end{aligned}\tag{1.1}$$

Pionnier, comme Saltzman, de la modélisation numérique par ordinateur, Lorenz simula ce système pour un grand nombre d'itérations, et c'est par accident qu'il découvrit « l'effet papillon » (voir Gleick 1987, p. 33 *et sqq.*). En effet, s'il contraignait les variables de son système à certaines valeurs initiales qu'il avait obtenues au milieu d'une simulation précédente, les premières itérations qu'il obtenait par la suite divergeaient rapidement de celles obtenues précédemment dans la

deuxième moitié de sa première simulation. Or, puisque le système était fermé et déterministe, il aurait dû suivre la même trajectoire. L'explication s'avérera plus simple que ses conséquences: le programme de Lorenz n'imprimait que les trois premières décimales des résultats, alors que sa machine les calculait jusqu'à la sixième. Conséquemment, lorsque Lorenz imposait les valeurs initiales de mi-chemin, il perdait les trois dernières décimales calculées par l'ordinateur: « Lorenz avait entré les nombres tronqués, arrondis, en supposant que la différence — pour un millier — serait sans conséquence » (Gleick 1987, p. 206).

L'implication est fondamentale: une très petite variation quantitative locale (de l'ordre d'un dixième de un pourcent) peut provoquer de grandes modifications qualitatives sur l'ensemble de l'évolution du système. C'est ce que Lorenz a illustré dans une conférence en 1979 (Gleick 1987, p. 401), dont le titre était « Predictability: does the flap of a butterfly's wing in Brazil set off a tornado in Texas? »: une très petite variation dans les conditions du système, que le météorologue ne peut mesurer (le coup d'aile d'un papillon au Brésil), peut entraîner, à terme, une modification macroscopique majeure dans le système (une tornade au Texas). Lorenz montra que cette situation pouvait également surgir dans un système encore plus simple, comme une équation quadratique (1964, p. 3):

$$X_{n+1} = aX_n - X_n^2 \quad \mathbf{1.2}$$

Pour certaines valeurs de a , l'équation **1.2** suit le même comportement apériodique imprédictible que le système **1.1**. C'est précisément une équation de cette classe qui allait marquer la seconde étape cruciale de l'histoire des théories du chaos, dans un article de Robert M. May.

1.3. L'évolution temporelle des populations

Avec le développement de l'écologie dans l'après-guerre, on vit apparaître la modélisation mathématique de l'évolution temporelle des populations. Une classe d'équations très utilisées à cette fin dans les années 1950 est celle des variantes de l'équation quadratique logistique f suivante⁴:

$$\dot{y} = f(y) = gy(1 - y) \quad \forall g > 0, 0 < y < 1 \quad \mathbf{1.3}$$

où g est le paramètre de croissance de la population y . L'interprétation que l'on fait de cette équation dans l'étude des populations est généralement que la partie positive de l'équation (gy) est le nombre d'individus nouveau-nés par période, alors que la partie négative ($-gy^2$) est le nombre d'individus morts dans la même période. Le comportement temporel de ce système, pour des valeurs de g inférieures à 2, sera une marche à l'équilibre: après une période plus ou moins longue d'oscillation, le système atteindra une valeur stationnaire, comme illustré à la figure 1.3, où f est tracée en fonction de ses itérations (t)⁵.

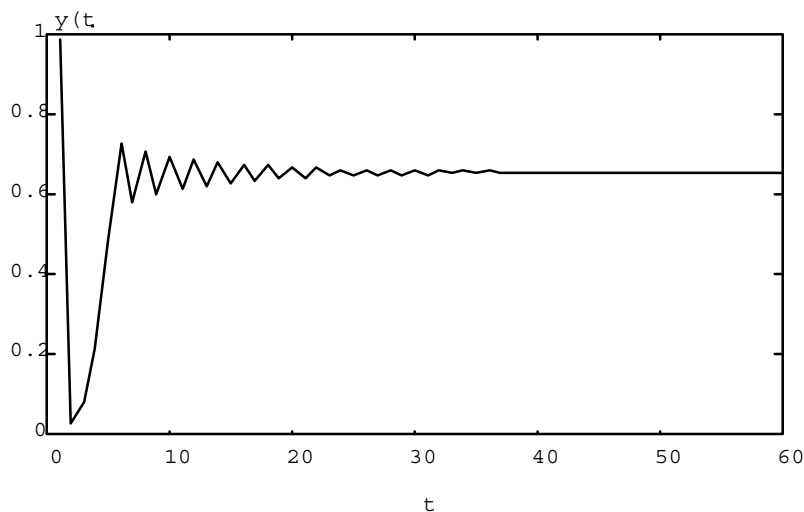


Figure 1.3. Évolution temporelle de l'équation logistique ($g=2.9$)

La non linéarité de cette fonction différentielle de premier ordre offre une grande souplesse dans la configuration du comportement temporel du système, qui est fini et complet, parfaitement déterministe, comme le système **1.1** de Lorenz.

En faisant des simulations numériques pour différentes valeurs du paramètre de croissance, on découvrit que le comportement de cette équation logistique parfaitement déterministe pouvait ne plus être distingué du comportement d'une variable stochastique:

the very simplest nonlinear difference equations can possess an extraordinarily rich spectrum of dynamical behaviour, from stable points, through cascades of stable cycles, to a regime in which the behaviour (although fully deterministic) is in many respects 'chaotic', or indistinguishable from the sample function of a random process. (May 1976, p. 459)

Ce biologiste et physicien, Robert M. May, élaborait ses idées en même temps que le mathématicien James A. Yorke en développait de semblables. Yorke était tombé par hasard en 1972 sur l'article de Lorenz (1963a), qui était paru dans une revue, le *Journal of the atmospheric sciences*, peu connue des mathématiciens. Voyant une communauté d'idées frappante entre le questionnement de cet article et ses propres recherches qui portaient alors sur des théories topologiques élaborées par Stephen Smale (1967), il en fit une synthèse dans un article dont le titre, « Period three implies chaos », a donné son nom à cette analyse du chaos déterministe (Li et Yorke 1975). Ce sont toutefois les études de R.M. May qui allaient fixer les idées.

May utilisait des équations de la classe de la fonction logistique pour modéliser l'évolution démographique de populations dans des systèmes écologiques fermés. Il savait qu'il y avait une valeur critique du coefficient de croissance pour laquelle le comportement de la population n'était plus stable, au-delà d'un certain taux d'accumulation du stock d'individus. Par tâtonnement, en itérant plusieurs fois le système pour différentes valeurs du paramètre g , il put mettre à jour la nature

particulière de cette équation. Le développement sous forme discrète avec une période de retard de l'équation 1.3 donne l'équation quadratique:

$$Y_{t+1} = -gY_t^2 + gY_t \quad 1.4$$

Le graphe de cette parabole dans le plan cartésien $y_{t+1}=f(y_t)$ pour différentes valeurs de g est produit à la figure 1.4. Ce graphe est appelé espace des phases, et permet de décrire l'état d'un système dynamique⁶.

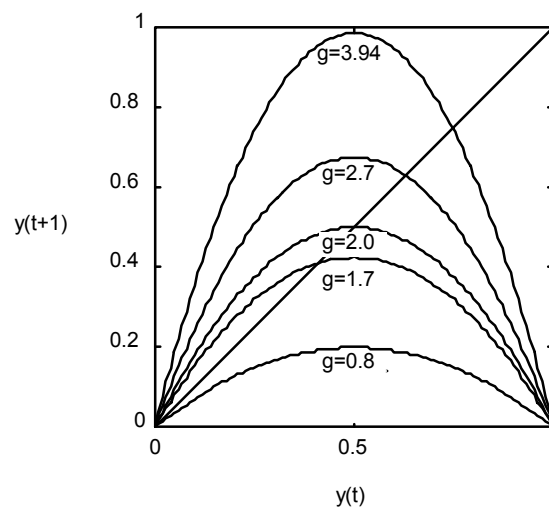


Figure 1.4. Équation logistique dans l'espace des phases pour différentes valeurs de g

L'équation 1.4 atteint un maximum en $y_t=0.5$, quelle que soit la valeur de g , et la valeur de y_{t+1} sera à ce maximum de $g/4$. La droite diagonale à 45° qui coupe le graphique en deux représente le lieu géométrique où la valeur de la variable y au temps $t+1$ est égale à sa valeur au temps t . La valeur de l'intersection entre cette droite et la courbe des phases (1.3) est donc

$$Y_{t+1} = Y_t = Y^* = 1 - \frac{1}{g} \quad 1.5$$

Cette valeur de y sera particulièrement intéressante si à partir d'une période donnée elle demeure la même (*i.e.* **1.5** valide pour tout $t > t^*$, t^* période où la stabilité est atteinte); cela signifierait que le système ait atteint un équilibre en t^* . Notons cette valeur d'équilibre y^* , comme indiqué en **1.5**. Ces petites manipulations algébriques nous permettent d'obtenir quelques informations sur le processus de convergence vers l'équilibre du système. Conformément à la théorie des équations différentielles, l'évaluation de la pente de la courbe des phases à son intersection avec la droite à 45° indiquera le comportement du système. La pente sera:

$$\left. \frac{df}{dy^*} \right|_{y^*} = g(1 - 2y^*) = 2 - g \quad \mathbf{1.6}$$

Pour $g < 1$, la valeur du système tombe immédiatement à 0; ce n'est donc pas un cas très intéressant. Pour g compris entre 1 et 3 exclusivement, la pente sera plus grande que -1, et la théorie des équations différentielles stipule que le système oscillera pendant un temps plus ou moins long (proportionnel à la valeur de g) pour atteindre son point d'équilibre. Pour $g=3$, la pente égale à -1, ce temps sera très long. Finalement pour $g > 3$, avec une pente inférieure à -1, le système sera oscillatoire sans atteindre l'équilibre.

Examinons une illustration qualitative de modification de la structure du comportement causée par la variation dans le paramètre g . La figure 1.3 traçait l'évolution temporelle de l'équation logistique pour $g=2.9$; où le système se stabilisait tranquillement vers son point d'équilibre. Le graphe de la figure 1.5 montre la même évolution, mais dans l'espace des phases. Le système oscille jusqu'à sa stabilisation au point de rencontre de la courbe des phases et de la droite à 45°, au point d'équilibre déjà mentionné y^* . La similitude avec le graphique en *cobweb* illustrant le chemin vers l'équilibre dans un système de prix utilisé en analyse économique est

évidente, puisqu'il s'agit dans les deux cas d'une description de sentier temporel vers l'équilibre (on appelle aussi ce graphe *cobweb*).

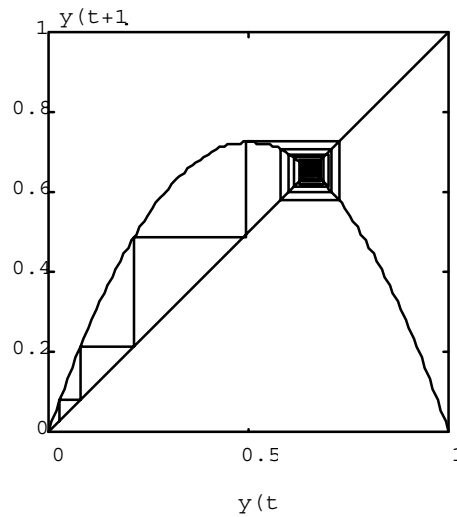


Figure 1.5. Évolution de la fonction logistique dans l'espace des phases ($g=2.9$)

Si, maintenant, on ajuste le paramètre de croissance à 3.5, on observe (figure 1.6) un comportement substantiellement plus violent du système:

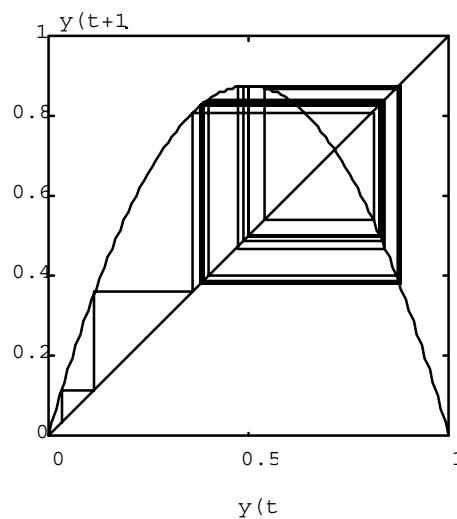


Figure 1.6. Évolution de la fonction logistique dans l'espace des phases ($g=3.5$)

Le système oscille alors sur un cycle de quatre périodes, avec des variations d'amplitudes égales, mais sans jamais atteindre l'équilibre. La figure 1.7 illustre l'évolution temporelle de la même situation: elle permet d'observer le cycle périodique à toute les quatre itérations.

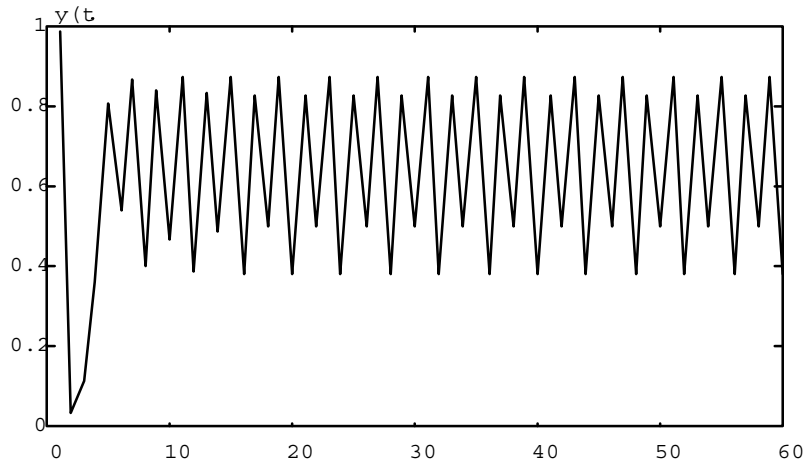


Figure 1.7. Évolution temporelle de la fonction logistique ($g=3.5$)

Finalement, si nous augmentons légèrement le paramètre g à 3.94, nous observons l'apparition du comportement chaotique: l'évolution du système est alors aperiodique, et suit une évolution semblable à celle d'une fonction stochastique. Les figures 1.8 et 1.9 illustrent le comportement de ce système sur 60 périodes comme dans les cas précédents, mais peu importe le nombre de périodes utilisées, aucun comportement régulier ne pourrait être observé.

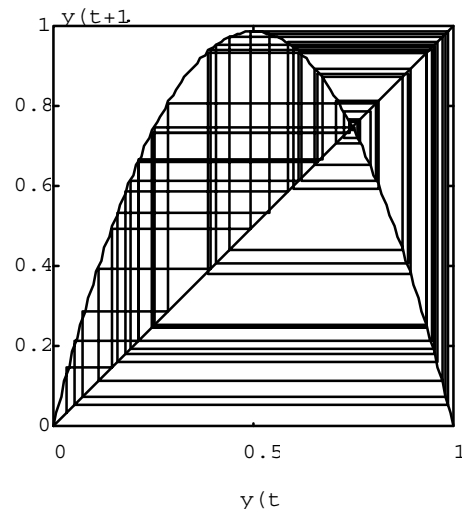


Figure 1.8. Évolution de la fonction logistique dans l'espace des phases ($g=3.94$)

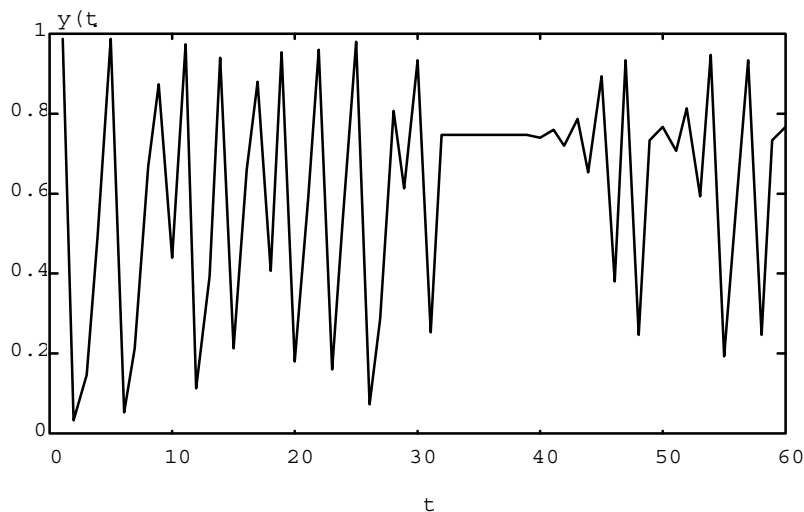


Figure 1.9. Évolution temporelle de la fonction logistique ($g=3.94$)

Il existe un outil pour étudier ce qui se passe lorsqu'on fait varier ainsi la valeur du paramètre g : le diagramme de bifurcation du système. Il présente dans un plan cartésien en ordonnée la valeur de la variable (ici y) lorsqu'elle atteint l'équilibre (c'est-à-dire lorsque le nombre d'itérations tend vers l'infini ($t \rightarrow \infty$)); on dit de cet

état d'équilibre qu'il est un attracteur), en fonction (sur l'abscisse) de la valeur du paramètre de croissance g (figure 1.10).

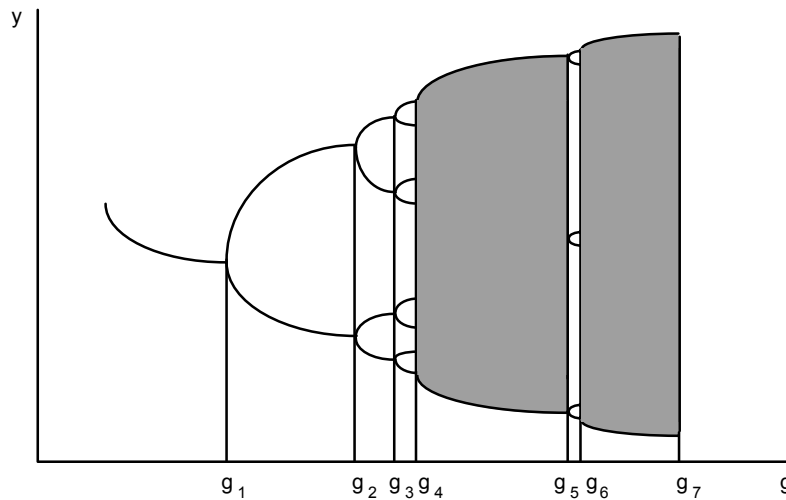


Figure 1.10. Diagramme de bifurcation schématisé

Nous remarquons sur ce diagramme que pour une valeur de $g < g_1$, la fonction y atteint un équilibre stable: elle n'a qu'une valeur lorsque $t \rightarrow \infty$. Mais la valeur g_1 est critique, car on constate que pour $g > g_1$, il y a deux valeurs d'équilibre de y . À cette valeur critique, il y a bifurcation ou « doublement de période », *i.e.* le système atteint un attracteur cyclique de deux périodes. Pour $g > g_2$, le système passe à un cycle de quatre périodes et ainsi de suite.

Le mathématicien Mitchell Feigenbaum a étudié ce comportement dans un article maintenant célèbre (1978), qui élaborait une théorie qui a été démontrée numériquement par Lanford (1982). Il a découvert que le ratio de l'écart entre les valeurs de bifurcations consécutives était une constante. C'est-à-dire que la progression avec la valeur de g de l'apparition du changement de périodicité dans la figure 1.10 procède d'un ordre précis. Le rapport de variation de g dans le passage d'un régime cyclique de deux périodes, à un régime de quatre périodes, et ainsi de suite a une valeur unique pour la totalité du système sur l'ensemble du domaine de g .

Cette valeur fixe δ , maintenant appelée constante de Feigenbaum, se calcule de la façon suivante (Feigenbaum 1978, 184-5):

$$\delta = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{g_n - g_{n-1}}{g_{n+1} - g_n} = 4.669201609103... \quad 1.7$$

Cette constante est universelle en ce sens qu'elle est valide pour tout système ayant un maximum quadratique, comme l'équation logistique.

Le diagramme de bifurcation est à certains endroits hachuré. Pour ces valeurs de g , le système ne suit pas une trajectoire périodique, comme c'est le cas entre g_1 et g_2 , par exemple. Ces plages hachurées représentent une zone comprise entre les limites des courbes indiquées (toujours incluses entre 0 et 1), qui sont remplies pour ainsi dire au hasard de différentes valeurs de y . L'attracteur du système ne représente donc pas pour ces valeurs de g un nombre restreint d'équilibres y^* , mais un ensemble, un attracteur apériodique. Ce qui rend la constante de Feigenbaum significative, c'est qu'elle « met de l'ordre dans le chaos », selon l'expression consacrée. Les zones chaotiques sont parfaitement délimitées, apparaissent selon un schéma ordonné (le nombre de doublement de périodes, réglé par la constante de Feigenbaum), mais pourtant, le comportement du système dans ces zones est parfaitement imprévisible. On en conclut donc qu'il y a une structure sous-jacente au désordre. Sous l'apparent désordre apparaît une *structure* accessible à la connaissance. Le chaos d'un système se trouve réglé par un ordre structurel. Le système possède des régions importantes d'imprédictibilité, mais ces plages sont bornées. C'est une caractéristique importante d'un système chaotique que d'être borné, limité dans une fraction de l'espace des phases, d'avoir un *attracteur étrange*.

1.4. Les attracteurs étranges

La présence de ces points critiques du diagramme de bifurcation dans un système rend celui-ci *sensitivement dépendant aux conditions initiales*. C'est le physicien belge David Ruelle qui a développé une théorie synthétique fondée sur ce concept, à la suite d'un certain nombre de travaux en mécanique des fluides avec son collègue Floris Takens au début des années 1970, indépendamment de May et Yorke. Nous allons maintenant définir, en trois points, les caractéristiques qui permettent d'affirmer qu'un système est chaotique, c'est-à-dire qu'il possède un attracteur étrange. L'origine de cette distinction tri-partite est Ruelle (1980, p. 131), qui est maintenant la définition canonique du chaos dans ce type de système. Dans ce cas le chaos est atteint par « cascade de doublement de période » (*cf.* annexe §2; Couillet 1988 et Eckmann et Ruelle 1985).

1° *La dimension fractale*. Cela signifie que la représentation spatiale de cet attracteur (la région de l'espace des phases où convergent avec le temps toutes les trajectoires du domaine du système) est un objet ayant une dimension fractionnaire comprise entre deux et trois. La dimension d'un objet géométrique, dite dimension de Hausdorff-Besicovitch, est calculée par l'équation **1.8**:

$$D = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln N(\varepsilon)}{\ln(1/\varepsilon)} \quad \mathbf{1.8}$$

où D est la dimension d'un ensemble de points recouvert par le nombre N minimal d'hypercubes d'arête de longueur ε lorsque cette dernière tend vers 0. Ce calcul est une généralisation de la dimension géométrique euclidienne traditionnelle. Pour une arête des hypercubes petite, le nombre minimal N nécessaire varie avec ε comme ε^{-D} (Bergé *et al.* 1984, p. 155). Ainsi, si l'ensemble de points est un segment de longueur L , $N(\varepsilon)=L\varepsilon^{-1}$ d'où $D=1$. Donc, dans le cas d'un système chaotique, son attracteur (étrange) aura une dimension D non entière.

2° *L'apériodicité*. Pour les besoins de notre compréhension, le concept d'apériodicité nous permet de connaître le résultat le plus fondamental des théories du chaos. Formellement, l'apériodicité d'un système dynamique implique que ses courbes intégrales (c'est-à-dire les fonctions de comportement temporel de l'équation différentielle dans l'espace des phases) ne repassent jamais deux fois par le même état. Conséquemment, et c'est là l'intuition fondamentale, l'observation d'un système chaotique, même si sa durée est très grande, ne nous permettra jamais d'anticiper son comportement ultérieur. Ce système « aboutit de façon non prédictible à une multitude d'états finals: on a en quelque sorte, non plus appauvrissement, mais enrichissement de l'information » (Bergé *et al.* 1984, p. 125). Cette création d'information a une conséquence cruciale: la sensibilité aux conditions initiales.

3° *La dépendance sensitive aux conditions initiales*. On dira qu'un système dynamique dépend sensitivement de ses conditions initiales ou de sa trajectoire dans les situations où ses courbes intégrales très proches à l'origine pour des conditions initiales différentes divergeront l'une de l'autre exponentiellement dans le temps. La figure 1.11 schématise cette idée. Le même système part de deux situations initiales presque identiques, se dirigeant au début dans la même direction, mais divergeant qualitativement très rapidement par la suite.

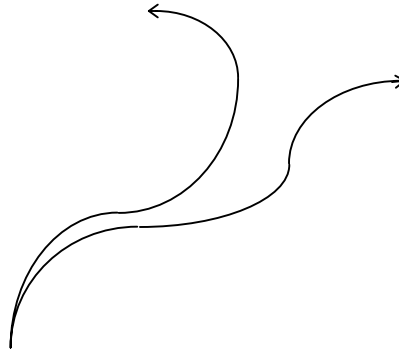


Figure 1.11. Schématisation de la dépendance sensitive aux conditions initiales dans l'espace des phases

L'équation logistique **1.3** possède cette dépendance sensitive aux conditions initiales dans la zone chaotique: la figure 1.9 graphe le comportement temporel de ce système pour le paramètre $g=3.94$, avec la valeur initiale imputée à $y_0=0.990$. La figure 1.12 trace la même évolution pour le paramètre $y_0=0.990$ (la ligne continue), et trace l'évolution sur le même nombre d'itérations de la même équation pour un valeur initiale quantitativement très peu différente ($y_0=0.991$, la ligne pointillée); malgré une variation quantitative de 0.1% dans les conditions initiales, la différence qualitative entre les deux comportements est considérable. Une variation aussi minime dans le taux de croissance d'une population (dont le comportement est décrit adéquatement par cette équation) peut donc avoir des effets très divergents sur son évolution temporelle, après quelques périodes seulement.

Une catégorie importante de cette classe d'« explications différentielles » aura dans certaines configurations un comportement chaotique, dont la caractéristique la plus importante est la dépendance sensitive aux conditions initiales. Cette dépendance sensitive peut également se présenter sous forme de dépendance sensitive aux paramètres. Le tableau 1.1 montre les itérations obtenues du calcul de l'équation

logistique lorsque le taux de croissance g est fixé, pour trois valeurs très proches des conditions initiales y_0 . On peut constater que le schéma chaotique est également reproduit lorsque ce ne sont pas les valeurs initiales du système qui varient, mais les valeurs du paramètre g , dans le tableau 1.2.

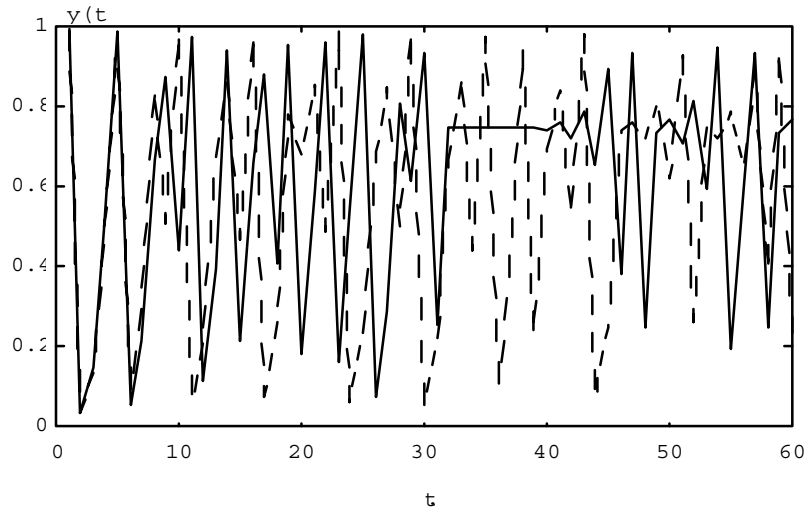


Figure 1.12. Évolution temporelle de l'équation logistique en présence de sensibilité aux conditions initiales (— $y_0=0.990$, --- $y_0=0.991$)

t	$y_0=0.6$	$y_0=0.6001$	$y_0=0.600001$
1	0.600000	0.600100	0.600001
2	0.945600	0.945521	0.945599
3	0.202676	0.202952	0.202678
4	0.636698	0.637346	0.636704
5	0.911375	0.910675	0.911368
6	0.318234	0.320501	0.318256
7	0.854826	0.858053	0.854859
8	0.488945	0.479882	0.488854
9	0.984518	0.983405	0.984510
10	0.060052	0.064297	0.060082
11	0.222398	0.237043	0.222503
12	0.681373	0.712565	0.681602
13	0.855388	0.806975	0.855060
14	0.487374	0.613718	0.488293
15	0.984371	0.934048	0.984460
16	0.060612	0.242712	0.060276
17	0.224337	0.724184	0.223172
18	0.685600	0.786980	0.683065
19	0.849276	0.660509	0.852959
20	0.504342	0.883492	0.494153
21	0.984925	0.405559	0.984865
22	0.058497	0.949859	0.058728
23	0.216997	0.187649	0.217799
24	0.669443	0.600602	0.671230
25	0.871878	0.945123	0.869479
26	0.440124	0.204348	0.447130
27	0.970874	0.640604	0.973986
28	0.111411	0.907107	0.099825
29	0.390055	0.331998	0.354050
30	0.937373	0.873795	0.901072
31	0.231294	0.434492	0.351213
32	0.700522	0.968092	0.897778
33	0.826576	0.121704	0.361581
34	0.564791	0.421156	0.909510
35	0.968460	0.960507	0.324266

Tableau 1.1. Dépendance sensitive de l'équation logistique aux conditions initiales, $g=3.94$

t	$g=3.94$	$g=3.9401$	$g=3.94001$
1	0.600000	0.600000	0.600000
2	0.945600	0.945624	0.945602
3	0.202676	0.202596	0.202668
4	0.636698	0.636528	0.636681
5	0.911375	0.911581	0.911396
6	0.318234	0.317576	0.318168
7	0.854826	0.853904	0.854734
8	0.488945	0.491533	0.489204
9	0.984518	0.984742	0.984543
10	0.060052	0.059198	0.059958
11	0.222398	0.219440	0.222071
12	0.681373	0.674885	0.680660
13	0.855388	0.864517	0.856408
14	0.487374	0.461493	0.484515
15	0.984371	0.979182	0.984057
16	0.060612	0.080314	0.061811
17	0.224337	0.291032	0.228483
18	0.685600	0.812970	0.694539
19	0.849276	0.599090	0.835890
20	0.504342	0.946337	0.540481
21	0.984925	0.200089	0.978545
22	0.058497	0.630627	0.082716
23	0.216997	0.917792	0.298946
24	0.669443	0.297276	0.825736
25	0.871878	0.823100	0.566949
26	0.440124	0.573703	0.967342
27	0.970874	0.963621	0.124469
28	0.111411	0.138120	0.429369
29	0.390055	0.469043	0.965347
30	0.937373	0.981249	0.131801
31	0.231294	0.072495	0.450855
32	0.700522	0.264930	0.975486
33	0.826576	0.767304	0.094214
34	0.564791	0.703498	0.336234
35	0.968460	0.821859	0.879334

Tableau 1.2. Dépendance sensitive de l'équation logistique à la valeur du paramètre de croissance, $y_0=0.6$

1.5. Filiations historiques et invocations de paternité

La dépendance aux conditions initiales n'a rien de nouveau, ce ne sont pas les théoriciens du chaos qui l'ont formulée pour la première fois, puisque nous en ressentons ses effets quotidiennement. Qui ne s'est pas arrêté un jour à remonter la série de coïncidences qui ont mené à sa rencontre avec un être aimé? Pascal, dans une citation célèbre des *Pensées*, évoque cette idée (1670, p. 549, n° 413):

Qui voudra connaître à plein la vanité de l'homme n'a qu'à considérer les causes et les effets de l'amour. La cause en est un je ne sais quoi. Corneille. Et les effets en sont effroyables. Ce je ne sais quoi, si peu de chose qu'on ne peut le reconnaître, remue toute la terre, les princes, les armées, le monde entier.

Le nez de Cléopâtre s'il eût été plus court toute la face de la terre aurait changé.

Ou encore cette comptine (citée par Gleick 1987, p. 41):

Faute de clou, on perdit le fer;
Faute de fer, on perdit le cheval;
Faute de cheval, on perdit le cavalier;
Faute de cavalier, on perdit la bataille;
Faute de bataille, on perdit le royaume!

En dernière analyse, c'est cette idée, très simple lorsqu'ainsi exprimée, qui est présentée comme une révolution dans les sciences physiques. On est en droit de se demander pourquoi. Pourquoi cette chose simple n'a jamais capté l'attention des scientifiques, pourquoi a-t-on attendu le début des années soixante-dix pour s'y intéresser? Plusieurs pistes de réponses à cette question sont possibles.

Premièrement, cette situation s'explique par l'histoire même des outils scientifiques. Outils conceptuels, d'abord, la théorie des équations différentielles n'était pas assez développée au temps de Poincaré, par exemple, pour qu'il puisse exprimer mathématiquement le concept de dépendance sensitive qu'il connaissait pourtant. Ce n'est qu'après la deuxième guerre mondiale que la résolution

d'équations différentielles non linéaires fut développée, éventuellement en parallèle avec les théories du chaos. Outils informatiques, également: Lorenz, Ruelle ou Feigenbaum ont élaboré leurs idées en grande partie à l'aide de l'ordinateur. Ces intuitions, comme plusieurs autres résultats ultérieurs, ont été rendues possibles par la simulation numérique, ce qui est une donnée fondamentalement nouvelle de l'histoire des sciences.

Mais, d'autre part, il est évidemment faux de prétendre que les scientifiques furent de tout temps aveugles à cette réalité. Le mathématicien Henri Poincaré la remarquait dès le début du siècle (1908, p. 68-9):

Une cause très petite, qui nous échappe, détermine un effet considérable que nous ne pouvons pas ne pas voir, et alors nous disons que cet effet est dû au hasard. Si nous connaissions exactement les lois de la nature et la situation de l'univers à l'instant initial, nous pourrions prédire exactement la situation de ce même univers à un instant ultérieur. Mais, lors même que les lois naturelles n'auraient plus de secret pour nous, nous ne pourrions connaître la situation initiale qu'approximativement. Si cela nous permet de prévoir la situation ultérieure avec la même approximation, c'est que tout ce qu'il nous faut, nous disons que le phénomène a été prévu, qu'il est régi par des lois; mais il n'en est pas toujours ainsi, il peut arriver que de petites différences dans les conditions initiales en engendrent de très grandes dans les phénomènes finaux; une petite erreur sur les premières produirait une erreur énorme sur les derniers. La prédiction devient impossible et nous avons le phénomène fortuit.

À une conception qui voudrait que le hasard ne soit que « la mesure de notre ignorance » (*id.* p. 65), Poincaré oppose un hasard qui est la mesure de notre incapacité pratique à observer avec exactitude les phénomènes. Dans les deux cas, le hasard n'est pas ontologique: il est épistémologique. La remarque de Poincaré ne remet pas en cause la nature déterministe du monde, mais affirme que le hasard n'est pas le fruit de notre ignorance des causes, mais de notre « humaine imperfection ». Mais dans le cas chaotique, la « mesure » que nous avons des conditions initiales est mathématiquement exacte. Dans la comparaison faite ci-haut entre le comportement

de l'équation logistique aux conditions initiales $y_0=0.990$ et $y_0=0.991$, toutes les conditions du système ont une valeur finie connue initialement.

La sensibilité aux conditions initiales observée, l'éloignement exponentiel des trajectoires entre les deux cas, n'est donc pas le produit de notre incapacité à mesurer avec exactitude, « qu'approximativement », mais bien une caractéristique intrinsèque du système. Poincaré niait que le « hasard essentiel » fut possible: le hasard ne pouvait émaner que de notre ignorance d'une cause perturbatrice, ou bien, c'est là son apport original, de notre incapacité à mesurer adéquatement⁷. Or, le système chaotique que nous venons d'observer nie cette dualité: nos mesures sont parfaites, et le système est fermé (aucune autre cause ne peut venir le perturber). C'est pourquoi on est en droit de s'interroger sur la remise en cause du déterminisme par les théories du chaos, ou leur affirmation d'un hasard essentiel.

1.6. Conclusion

La théorie du chaos telle que nous l'utilisons ici décrit et explique le comportement apparemment aléatoire d'une classe importante de systèmes finis et déterministes, que ce soit les équations de Lorenz ou l'équation logistique. L'innovation fondamentalement révolutionnaire de cette théorie est, d'une part, la légitimation scientifique de l'engendrement d'un comportement chaotique et imprédictible par un système parfaitement déterministe, et, d'autre part, la structuration de ce comportement en fonction de l'évolution de l'organisation paramétrique du système. C'est parce qu'il est possible de découvrir une stabilité structurelle sous-jacente à un système déterministe dont le comportement mime celui d'une fonction stochastique que la théorie du chaos présente un intérêt scientifique et épistémologique. Si la théorie du chaos avait découvert uniquement que certaines fonctions non linéaires déterministes étaient susceptibles d'un comportement stochastique, son attrait eût été sensiblement moins grand⁸.

Notes du chapitre I

- 1 Les sections 1.2, 1.3 et 1.4, ont donné lieu à la publication d'un texte d'introduction à la question (Marcil 1994).
- 2 Nous avons produit cette illustration et la suivante à l'aide du logiciel FracView v. 1.03 de Eric Bergman-Terrell (1992); voir le magnifique album illustré de Briggs (1992).
- 3 Voir aussi la synthèse: Lorenz (1979).
- 4 Voir Kingsland (1985) et Lewin (1992).
- 5 Dans toutes nos simulations numériques de l'équation logistique, nous avons imputé les conditions initiales du système (y_0) à 0.99 (la valeur 1 est exclue du domaine de y), et l'avons itéré sur 60 périodes.
- 6 Cet outil est utilisé particulièrement en physique, où l'état d'un système (en mécanique classique) est représenté par deux éléments: sa vitesse (3 coordonnées cartésiennes) et sa position (3 coordonnées cartésiennes). L'espace des phases indique en ordonnée sa vitesse et en abscisse sa position. Conséquemment, pour un système qui n'a pas les trois coordonnées spatiales nécessaires à sa description, l'espace des phases se limite à joindre ses coordonnées retardées d'une période (ou plus).
- 7 On doit noter que l'originalité de Poincaré tient au fait qu'il ne considère pas cette incapacité comme un problème pratique, mais théorique. En effet, les mesures finies seront toujours imparfaites, alors que le monde que nous observons nécessiterait des mesures infinies.
- 8 Nous n'avons pas mentionné les méthodes d'identification empirique d'un comportement chaotique. La section 3 de l'annexe est consacrée à cette question.

II De la rationalité aux anticipations rationnelles

D'après les stoïciens, la Sagesse consiste à se faire guider par la raison, la Folie à suivre la mobilité des passions. Pour que la vie des hommes ne fût pas tout à fait triste et maussade, Jupiter leur a donné beaucoup plus de passions que de raison.

Érasme, *Éloge de la folie* (1511, §XVI, p. 27).

L'homme est né pour le plaisir: il le sent, il n'en faut point d'autre preuve. Il suit donc sa raison en se donnant au plaisir.

Pascal (attribué), *Discours sur les passions de l'amour* (1963, p. 286).

Avant d'évaluer l'implication sur la rationalité de l'introduction des théories du chaos dans l'analyse économique, nous devons définir le plus opérationnellement possible ce concept de rationalité. Une grande partie des critiques adressées à la pensée économique contemporaine portent sur cette hypothèse du comportement de l'agent économique: est-il un surhomme au sang à ce point froid qu'il analyse les bénéfices et les coûts reliés à tous ses choix (y compris les moins « économiques », comme la sexualité), ou est-il simplement une simplification particulièrement utile pour la théorie?

Afin de délimiter le plus précisément possible la définition de la rationalité économique, nous discuterons d'abord ses origines philosophiques. Dans un deuxième temps, nous examinerons brièvement l'histoire de l'introduction de ce concept dans la pensée économique, et nous tenterons une définition qui satisferait la plus large majorité possible de théoriciens qui ont recours au concept de rationalité. Troisièmement, nous relierons ce concept au problème de la décision

macroéconomique: comment le principe de décision rationnelle, si on le suppose valide au niveau de l'agent (microéconomique) peut-il être appliqué à un ensemble d'individus hétérogènes (niveau macroéconomique). Finalement, nous présenterons le concept de rationalité le plus achevé dans la pensée économique contemporaine: les anticipations rationnelles, hypothèse qui donne une réponse instrumentale à la question précédente. C'est sur cette hypothèse que nous évaluerons l'impact des théories du chaos.

2.1. Fondements philosophiques de la rationalité

L'histoire de l'idée de rationalité se confond avec celle de la philosophie, celle-ci s'étant donné comme objectif dès sa naissance d'appliquer les principes de la raison à la résolution des problèmes qu'elle cherchait à solutionner. Agir ou penser rationnellement, c'est agir ou penser en accord avec la raison. Qu'est cette raison? Une faculté de l'âme ou de l'esprit, le *λόγος* des Grecs anciens; la raison est d'abord un discours possédant une structure logique. Deux autres traits caractérisent le *λόγος* (Granger 1989, p. 540): il postule l'intelligibilité du monde, c'est-à-dire que la réalité du monde nous est connaissable par une pensée logique non subjective (non singulière à chacun d'entre nous), et il est possible de déduire une éthique des principes de la raison.

Pour Platon, la raison est une faculté de l'âme de nature divine: donnée à l'homme par Dieu, elle lui donne accès au monde des Idées, c'est-à-dire au monde de la connaissance véritable des concepts, et cette faculté est universelle chez tous les hommes (*Timée*, p. 466). Toutefois, cet accès à la connaissance vraie est masqué par les sens, par les opinions (*République*, VI, p. 268-9 et VII). L'œuvre de la philosophie sera alors d'atteindre cette vérité par l'usage de la raison, par la réflexion philosophique. L'idée d'un monde de concepts immuables et universels fera long feu dans l'histoire de la philosophie, et l'ensemble de l'Antiquité classique (même

jusqu'à la fin de la scolastique) s'accordera en grande partie sur cette question, avec certaines variantes parfois importantes (par exemple, pour Aristote, la connaissance véritable est accessible par les sens mais ne s'y confond pas, alors que pour Épicure, cette vérité rationnelle est identique au donné empirique).

Puis le 17^e siècle vit naître avec Descartes ce qu'on appela plus tard le rationalisme. En fait, Descartes propose un rationalisme tout aussi radical que celui de Platon, mais en laissant plus de place à l'expérience, celle-ci devant cautionner les raisonnements produits par l'esprit. La raison est également chez Descartes une faculté immuable qui participe du divin et par conséquent de l'universel:

la raison ne nous dicte point que ce que nous voyons ou imaginons ainsi soit véritable. Mais elle nous dicte bien que toutes nos idées ou notions doivent avoir quelque fondement de vérité; car il ne serait pas possible que Dieu, qui est tout parfait et tout véritable, les eût mises en nous sans cela. (*Discours*, 1637, IV, p. 613)

En opposition à Descartes, les empiristes et les sensualistes écossais et français (particulièrement Hume et Condillac) modifièrent substantiellement cette vision des choses en affirmant que la connaissance n'est que le produit de nos sens, du donné empirique. Cette attitude tira Kant de son « sommeil dogmatique », c'est-à-dire d'une attitude de rationalisme radical héritée de Descartes et de Leibniz.

Chez Kant (1781/87), la sensibilité comporte des formes *a priori* (l'espace et le temps) qu'épouse notre expérience et qui la conditionne. C'est par le biais de ces formes *a priori* que la connaissance objective est possible. Perçus par l'espace et le temps, les phénomènes sont ensuite pensés par la raison, réglés par la logique: les objets de la connaissance se règlent sur notre esprit. Après avoir subsumé les éléments particuliers sous l'universel par la *faculté de juger*, la raison permet d'énoncer des principes logiques liant des concepts formés par l'entendement, et de dériver le particulier de l'universel, donc d'atteindre la connaissance objective.

L'influence qu'ont eu sur Kant les sensualistes et les empiristes l'amena à élaborer un système où se complètent harmonieusement raison logique et connaissance empirique. À la suite de Kant, Hegel fera du rationnel le principe constitutif fondamental de l'ontologie; ce qui participe de l'être est rationnel: « Ce qui est rationnel est effectif [*Wirklichkeit*, «réel, en réalité»], ce qui est effectif est rationnel. » (1821, p. 55)¹. Hegel montrera que l'historiquement réalisé est rationnel et devient accessible à la connaissance par le discours logique, rationnel.

De ce trop succinct historique, nous pouvons tirer quelques caractéristiques générales que possède la raison, et partant les modes de son application. Il est possible de préciser les trois caractéristique proposées par G.G. Granger (citées au début de cette section), comme Auroux (1990, p. 2162) nous le propose. Selon lui, le caractère de la rationalité pure suppose six hypothèses: la consistance (la non-contradiction), l'autonomie de la raison, l'intelligibilité du réel, l'universalité de son application, sa non-restriction (à un sous-domaine de l'être ou à un sous-ensemble de sujets, c'est-à-dire son applicabilité à l'ensemble du monde), son unité, et un présupposé de nécessité (déterminisme). Plusieurs philosophes après Hegel ont renoncé à un ou plusieurs de ces postulats², mais on peut dire que l'ensemble de la philosophie qui fait intervenir un principe quelconque de raison nécessaire à l'accès à la connaissance repose sur les fondements de ces présupposés.

La langue française a en effet gardé du λόγος grec un suffixe caractérisant les discours rationnels, les pensées objectives. Mais les mots raison, rationnel et rationalité viennent du Latin *ratio* véhiculant le concept de calcul, d'enchaînement logique de concepts, de déduction. La raison comme faculté de connaître essaie toujours de dépasser l'empirique en lui appliquant une logique, en le rationalisant. La Fontaine dans la fable « Un animal dans la lune » (*Fables*, 1668-94, VII, 17, p. 201) écrit: « Quand l'eau courbe un bâton ma raison le redresse, /La raison décide en maîtresse ». Un rationalisme radical, comme celui de Descartes, stipule que mes sens

me trompent, et que je ne dois pas m'y fier, car le bâton n'est pas courbé: il ne s'agit que d'un effet d'optique, d'une illusion. La raison m'aide à « redresser » le bâton, à comprendre qu'il n'est pas réellement courbé. D'autre part, l'empirisme ne nie pas que ma vue me fait croire que ce bâton est courbé; par contre, il est nécessaire à ma raison de recourir encore à ma vue (en sortant le bâton de l'eau et en répétant l'expérience, par exemple) pour comprendre que ce n'est qu'à cause de cette situation particulière que j'ai d'abord cru que le bâton était courbé. L'empirisme ne nie pas la possibilité de la science rationnelle, au contraire.

Donc toute idée de rationalité réfère à un calcul de l'esprit, à une logique nécessaire à l'acquisition de connaissances. Le caractère de ce qui est rationnel répond à une succession ou à une intention: un individu agit ou pense rationnellement lorsqu'il a une raison pour agir ou penser sous ce mode. Si me rendre au point *A* peut être appelé action rationnelle, c'est que j'ai une raison pour aller à ce point *A*. Voilà la définition la plus primaire qu'on puisse donner au caractère de rationalité. Sa simplicité conduit toutefois à d'importantes difficultés. Elle suppose en effet une théorie de l'intentionnalité à ce point simplificatrice qu'il est nécessaire d'imputer à l'agent une liberté intégrale sur ses décisions d'action et sur sa pensée. Malgré cette épineuse question, que nous n'aborderons pas³, et en limitant notre étude de la rationalité au comportement de l'agent (puisque c'est dans cette direction que notre recherche nous mènera), nous pouvons donc affirmer qu'en vertu de cette définition la rationalité s'applique à un comportement vu comme un moyen pour atteindre une fin quelconque déterminée par l'agent. Ce comportement sera rationnel dans la mesure où il permet à l'agent d'atteindre ses fins. Nous allons préciser notre définition en lui opposant trois autres qualificatifs rattachés: le non rationnel, le déraisonnable et l'irrationnel, cherchant ainsi à préciser le sens en le contrastant avec ses antonymes.

Un comportement sera dit non rationnel lorsqu'il est irréductible à la raison, lorsqu'il lui est totalement étranger. C'est le cas de la foi, par exemple, mais plus généralement de tout comportement non planifié (Brown 1976, p. 333). Le présupposé d'universalité inhérent à la rationalité radicale montre qu'il est toutefois impossible d'isoler un sous-ensemble de comportements à la sphère de l'action, puisque le comportement non planifié peut avoir un effet sur le comportement planifié, et donc retirer à ce dernier son caractère rationnel. Pour s'assurer l'étanchéité des deux ensembles d'actions, il est donc nécessaire de concevoir ce comportement non rationnel comme une limite contraignante exogène à la décision rationnelle. Il participe en ce sens de la même catégorie que les limites physiques à l'action, par exemple (lois de la nature, force, limites technologiques).

Alors que le comportement non rationnel est totalement étranger à la raison, le comportement déraisonnable doit, par contre, être en relation avec elle. Le comportement déraisonnable mime, ou tente d'utiliser le principe de rationalité pour atteindre la fin recherchée, mais se base sur de mauvaises généralisations, en adoptant un point de vue myope. En effet, pour déterminer si le comportement choisi (le moyen) est approprié pour atteindre la fin recherchée, il est nécessaire d'avoir un critère *ex ante*. Ce critère peut être issu de la raison seule, selon le point de vue rationaliste radical, ou de la généralisation empirique (de l'induction statistique), selon le point de vue empiriste. Le comportement déraisonnable s'appuie donc sur de « mauvaises » généralisations, sur des généralisations non vérifiées dans la réalité. Par exemple, l'agent déraisonnable qui croit qu'en sautant dans le vide il pourrait s'envoler, sautera dans le vide et se blessera probablement, mais ne volera pas. Toutefois, son comportement obéit à un schéma rationnel: son objectif est par exemple de se rendre à tel endroit, le moyen le plus approprié serait d'y aller en volant, et puisqu'il n'a qu'à se jeter dans le vide pour y parvenir, il le fait. L'agent en question utilise rationnellement sa croyance fautive. On remarquera que ce caractère

déraisonnable peut avoir une connotation sociale certaine (Peters 1976, p. 303), lorsque, par exemple, le comportement déraisonnable s'appuie sur une évaluation morale. Fonder son comportement sur l'athéisme et l'hédonisme absolu dans l'Angleterre victorienne étaient dans ce sens déraisonnable. Mais le même comportement dans l'Angleterre actuelle le serait moins.

Finalement, un comportement sera dit irrationnel lorsque les fins sont bien identifiées par l'agent, mais qu'il ne choisit pas les moyens adéquats pour y parvenir, lorsqu'il n'identifie pas les moyens nécessaires à l'accomplissement de cette fin. L'agent irrationnel n'agit pas en conséquence des raisons intentionnelles de cette action. Pour certains psychiatres, le comportement psychotique est qualifié d'irrationnel dans ce sens (Brown 1976, p. 333). En un sens, l'agent irrationnel ne généralise pas les conséquences de son action, à l'inverse de l'agent déraisonnable qui fait de « mauvaises » généralisations à cette action.

En conclusion, nous pouvons proposer la définition suivante du comportement rationnel: un comportement rationnel est une action choisie par l'agent afin d'atteindre un certain but, cette action étant la meilleure (la plus susceptible de réussite) pour l'atteinte de cette fin, et le critère sur lequel cette dernière évaluation se base est l'expérience passée des conséquences de cette classe d'actions. Il faut noter que nous n'élucidons pas ici un problème important: l'efficacité de ce moyen. En effet, dire que l'action la meilleure pour atteindre un but donné est celle qui est la plus susceptible de réussite étant donné l'expérience passée, ne donne pas un critère précis de réussite. Ce critère fait l'objet de la prochaine section qui étudie la rationalité économique, celle-ci étant reliée de près à la détermination de ce critère.

2.2. La rationalité des agents économiques

Une autre tradition philosophique, qui s'est développée au 19^e siècle, l'utilitarisme, aura une influence immense sur la pensée économique moderne. Bien qu'elle remonte

à Hobbes, c'est Jeremy Bentham (1748-1832) qui en est le père reconnu. Pour cet auteur les motivations du comportement des êtres humains se résument à une arithmétique du bien-être, au calcul des peines et des plaisirs de ce comportement: « Nature has placed mankind under the governance of two sovereign masters, pain and pleasure. It is for them alone to point out what we ought to do, as well as to determine what we shall do. » (1843, v. 1, p. 1). Plus tard, John Stuart Mill (1806-1873), dans l'*Utilitarisme*, exposait avec netteté cette vision (1861, p. 137):

The creed which accepts as the foundation of morals, Utility, or the Greatest Happiness Principle, holds that actions are right in proportion as they tend to promote happiness, wrong as they tend to produce the reverse of happiness. By happiness is intended pleasure, and the absence of pain; by unhappiness, pain, and the privation of pleasure. To give a clear view of the moral standard set up by the theory, much more requires to be said; in particular what things it includes in the ideas of pain and pleasure; and to what extent this is left an open question. But these supplementary explanations do not affect the theory of life on which this theory of morality is grounded — namely, that pleasure, and freedom from pain, are the only things desirable as ends; and that all desirable things (which are as numerous in the utilitarian as in any other scheme) are desirable either for the pleasure inherent in themselves, or as means to the promotion of pleasure and the prevention of pain.

Ce sont essentiellement les mêmes conceptions qu'intégraient F.Y. Edgeworth (1845-1926) et V. Pareto (1848-1923), par exemple, à leurs analyses économiques. Ne parlant pas de rationalité alors, on fait plutôt référence à l'intérêt personnel des individus, principe premier de la science économique selon Edgeworth (1881, p. 16). Si l'intérêt personnel est considéré axiomatique, c'est que dans l'œuvre d'Adam Smith (1723-1790) il est le moteur de l'activité économique. Ainsi dans la *Richesse des nations* peut-on lire:

Ce n'est pas de la bienveillance du boucher, du marchand de bière et du boulanger, que nous attendons notre dîner, mais bien du soin qu'ils apportent à leurs intérêts. Nous ne nous adressons pas à leur humanité, mais à leur égoïsme;

et ce n'est jamais de nos besoins que nous leur parlons, c'est toujours de leur avantage. (Smith 1776, vol. 1, p. 82)

Déjà au cœur de la révolution marginaliste de la fin du 19^e siècle, ce n'est que dans les années 1930, avec le développement de la microéconomie et de la théorie de l'équilibre général, que le comportement guidé par l'intérêt personnel deviendra un postulat scientifique, celui de la rationalité. Mais dès David Ricardo (1772-1823) on pouvait constater le mariage entre comportement économique, et maximisation du gain, ou optimisation des choix: « Chacun étant libre d'employer son capital là où il le désire, il cherche naturellement à l'employer de la façon la plus avantageuse; il sera bien entendu insatisfait d'un profit de 10 pour cent si, en déplaçant son capital, il peut obtenir un profit de 15 pour cent. » (Ricardo 1821, p. 109). Mais à la suite de la révolution marginaliste, la théorie microéconomique allait formaliser les caractéristiques de ce qui fut appelé, généralement par ses détracteurs, l'*homo œconomicus*, l'homme économique rationnel.

Dans les manuels de microéconomie, ce postulat de rationalité est souvent présenté comme fondamental à l'analyse économique; il sert d'ailleurs à délimiter l'analyse économique, à découper dans l'espace des comportements humains le domaine d'application de la science économique. Par exemple Hirshleifer (1988, p. 7, italiques dans le texte), affirme que « the nucleus of economics covers a limited range of human activity: *rational behavior* and *market exchange*. » De Pareto (1906, p. 18) à Fritz Machlup (1967) en passant par Lionel Robbins (1932, p. 98), le postulat de rationalité est considéré comme topique de la science économique. Cela n'est pas étranger aux fondements philosophiques et à la définition que nous avons donnée d'un acte rationnel. En effet, pour Robbins (1932, p. 29), la science économique est l'étude des « formes que prend le comportement humain dans la disposition des moyens rares. » La science économique étant l'étude de l'utilisation de moyens rares pour combler des besoins infinis, l'*homo œconomicus*, dont les caractères sont issus

de la définition de l'intérêt personnel de Smith ou de Ricardo, aura un comportement rationnel en autant qu'il utilise ses moyens rares de façon efficace pour satisfaire au mieux ses besoins, conformément à notre définition du comportement rationnel.

La conjonction, dans le concept de rationalité de l'*homo æconomicus*, entre l'utilitarisme et la conception classique de la raison en philosophie, pose problème par son manque de précision. L'histoire récente de la science économique (depuis 60 ou 75 ans) a été entre autres marquée par la recherche d'un concept à la fois non ambigu et opérationnel de la rationalité. Une première classe de difficultés intervint (et demeure toujours présente) à cause du caractère topique du concept pour la science économique. La plupart des détracteurs de l'*homo æconomicus* critiquaient son comportement dénué altruisme, d'impératifs moraux, etc. Or, soutiennent-ils, l'homme agit dans la sphère économique en tenant compte de ces critères. Recourir à l'*homo æconomicus*, c'est réduire l'être humain à un simple calculateur rationnel. Cette question relève des *a priori* épistémologiques utilisés pour définir le domaine légitime des diverses sciences. La réponse classique à cette question consiste donc à considérer que chaque science crée son objet à partir d'une problématique quelconque, en faisant abstraction des autres dimensions de la chose étudiée. La physique et la biologie moléculaire étudient les mêmes objets physiques, mais demeurent deux disciplines distinctes par le type de questions qu'elles posent à la matière. Alain Testart (1991, p. 59, italiques dans le texte) soutient que « *si l'homme peut faire un jour la théorie du social c'est parce qu'il est social, exactement pour la même raison qu'il a pu faire la théorie de la physique parce qu'il est physique* ». Cette défense avait été utilisée par Pareto (1906, p. 18):

Le même homme, que je considère comme *homo æconomicus* pour une étude économique, je puis le considérer comme *homo ethicus* pour une étude morale, comme *homo religiosus* pour une étude religieuse, etc. [...] On se trompe donc lourdement quand on accuse celui qui étudie les actions économiques — ou l'*homo æconomicus* — de négliger, ou même de dédaigner les actions morales,

religieuses, etc., — c'est-à-dire l'*homo ethicus*, l'*homo religiosus*, etc. —; autant vaudrait dire que la géométrie néglige, dédaigne les propriétés chimiques des corps, leurs propriétés physiques, etc. On commet la même erreur quand on accuse l'économie politique de ne pas tenir compte de la morale; c'est comme si on accusait une théorie du jeu d'échecs de ne pas tenir compte de l'art culinaire.

Si l'on accepte cette position, nous conservons toutefois le problème du comportement réel des agents. Le postulat de rationalité ne s'appliquerait qu'au comportement « économique » des agents, mais il semble difficile d'accepter cette hypothèse au regard de la réalité. Une solution à ce problème se trouve dans l'application de la théorie utilitariste. Avec la révolution marginaliste, nous l'avons dit, et avec Jevons (1873) en particulier, le concept d'utilité fait son entrée. Il a au début le sens que lui donne d'abord Bentham (1823, p. 2): « By utility is meant that property in any object whereby it tends to produce benefit, advantage, pleasure, good, or happiness [...] or [...] to prevent the happening of mischief, pain, evil, or unhappiness to the party whose interest is considered. » Mais après Jevons, un déplacement de signification du terme utilité s'opérera: « The word came to refer, not to the tendency of an object to produce good, but to the good an object produces [...] 'Utility' came to mean *good* » (Broome 1991, p. 1-2).

Ce déplacement fut rendu possible par la formalisation de la théorie microéconomique dans les années 1930, en particulier par l'axiomatisation de la théorie de l'utilité (Hicks et Allen 1934). L'utilité est maintenant une fonction d'utilité, fonction qui représente les préférences des individus. C'est ainsi que les manuels de microéconomie définissent l'utilité: « What modern economists call 'utility' reflects nothing more than rank ordering of preferences » (Hirshleifer 1988, p. 59). Cette formulation est la « définition officielle » de la science économique contemporaine (Broome 1991, p. 3). Le comportement de l'agent sera rationnel lorsqu'il maximisera cette fonction, c'est-à-dire lorsqu'il effectuera un choix, sous un

certain nombre de contraintes environnementales (budgétaires, technologiques, légales, etc.). Présentée ainsi, la théorie de l'utilité pare à la critique d'irréalisme. Car le comportement de l'agent est rationnel en autant qu'il satisfasse la maximisation de ses préférences sous contraintes. La conséquence logique de cette définition oblige alors à considérer le comportement des agents comme rationnel par définition. Pour Ludwig von Mises (1933), il est clair que l'action de l'agent est par définition rationnelle, puisque l'action cherche à réaliser un objectif; la rationalité est un concept *a priori* des sciences humaines.

Une source du problème est la confusion déjà rencontrée entre action rationnelle et action raisonnable. Pour l'observateur extérieur, une action paraîtra déraisonnable, mais n'en sera pas moins rationnelle selon la dernière définition donnée, en ce qu'elle maximisera sous contrainte les préférences de l'agent. Un exemple classique tiré de la théorie des jeux permettra de clarifier la question. Considérons le jeu du « chicken », naguère populaire auprès de certains étudiants américains. Deux jeunes se dirigent face à face l'un vers l'autre en voiture; celui qui ne dévie pas de sa trajectoire gagne le jeu; le perdant est la « poule mouillée ». Ce jeu peut être représenté par la matrice suivante⁴ (Myerson 1991, p. 324-31; Rasmusen 1989, p. 73-4):

joueur A	joueur B	
	reste	dévie
reste	(-3, -3)	(2, 0)
dévie	(0, 2)	(1, 1)

Si l'un des deux joueurs dévie de sa trajectoire alors que l'autre reste dans la sienne, il est le « chicken ». Toutefois, si les deux conservent la même trajectoire, ils essuient tous deux une lourde perte. Ce jeu est souvent vu comme paradigmatique des négociations, et Elster (1986, p. 56) affirme qu'une « personne visiblement irrationnelle obtient en général ce qu'elle veut. » Mais pour la théorie microéconomique qui analyse ce problème, la conduite du joueur gagnant peut certes

paraître déraisonnable aux yeux de l'observateur, de J. Elster par exemple, mais assurément, elle est rationnelle au sens de la théorie économique que nous considérons ici, parce qu'elle maximise son utilité⁵.

Donc si l'hypothèse de maximisation des préférences conduit inévitablement à la thèse extrême de Mises, elle semble perdre alors de son pouvoir explicatif du comportement effectif des agents. Mais, opposera-t-on, la tâche de la science économique est de prendre ces préférences comme données, et d'analyser les interactions entre les différents individus, dans les firmes, sur les marchés, dans les industries, et non pas d'expliquer la génétique des fins de l'agent. Le passage du postulat de rationalité des agents à celui de la rationalité d'un groupe d'individus pose toutefois un certain nombre de problèmes que nous allons maintenant examiner.

2.3. Rationalité individuelle et décision macroéconomique

Passer de l'étude microéconomique à l'analyse de l'économie dans son ensemble, qu'elle soit vue comme un ensemble de quelques groupes (consommateurs, entreprises, État, par exemple) ou comme un grande masse uniforme, suppose l'agrégation d'individus, *a priori* hétérogènes, dans un ensemble aux caractères homogénéisés. Dans ce contexte, est-il possible de penser l'agrégation de la rationalité? Plusieurs auteurs ont étudié les difficultés épistémologiques et techniques de l'agrégation, et certains, comme Hayek (1942-44, p. 52; 1974) refusent toute conceptualisation en termes d'agrégats. Ainsi, Hayek (1931, p. 63) soutient: « J'irai même jusqu'à affirmer que compte tenu de la nature même de la théorie économique, des moyennes ne peuvent jamais constituer un lien dans son raisonnement. » E. Malinvaud (1991, p. 184) met en garde lui aussi contre les difficultés soulevées par l'agrégation:

L'alternative réaliste à une impraticable microéconomie générale consiste à raisonner directement sur des grandeurs agrégées. Adoptée faute de mieux,

cette alternative soulève évidemment des problèmes. Le plus souvent la considération directe des grandeurs agrégées est source d'incertitudes ou d'erreurs dont il conviendrait de bien apprécier l'importance.

Les auteurs qui ont voulu utiliser les mêmes critères de comportement rationnel que nous venons de voir ont généralement postulé que l'hypothèse de rationalité imputée à l'agent pouvait être généralisée à tous les agents composant le système économique. De cette façon, on suppose l'homogénéité parfaite des agents dans l'ensemble de l'économie, ce qui n'interdit pas les conflits entre fins concurrentes, mais plutôt l'homogénéité du processus d'atteinte de ces fins. Ainsi, la plupart des modèles contemporains qui utilisent un critère « fort » de rationalité intègrent (au sens mathématique du terme) les comportements individuels en une seule fonction d'utilité (en d'autres termes les modèles avec anticipations rationnelles sont à unité ou à agent « représentatif »). Cet agent unique, moyenne de tous les agents de l'économie, consomme et produit, épargne et investit, en maximisant une fonction d'utilité. La macroéconomie utilise alors les mêmes processus analytiques que la microéconomie pour résoudre ses problèmes. Il serait hors de propos de s'interroger sur les difficultés et la légitimité d'un tel glissement du niveau d'analyse (voir Arrow 1963 et Malinvaud 1956 qui discutent des problèmes méthodologiques de l'agrégation), aussi nous nous contenterons de mentionner deux conditions nécessaires à la validité de l'hypothèse de l'agent représentatif.

La première condition est temporelle. L'hypothèse de l'agent représentatif repose en dernière analyse non pas sur l'homogénéité réelle des agents dans l'économie, mais sur l'annulation statistique des écarts de comportement entre agents, sur leur distribution statistique. Pour que l'analyse avec agent représentatif soit valide dans le temps, il faut donc qu'elle suppose la stabilité structurelle dynamique de cette distribution statistique, afin que les différences de comportement (ou de patrimoine, etc.) entre agents hétérogènes demeurent stables dans le temps, du moins pour une

période utile à l'analyse macroéconomique. Or « l'observation montre que les distributions statistiques présentent une grande stabilité. Elles évoluent certes, mais d'une façon qui est habituellement bien perçue à travers les agrégats et indices macroéconomiques » (Malinvaud 1991, p. 201).

La deuxième condition de validité a été énoncée par W.M. Gorman (1953; 1959). Cette démonstration est basée sur la fonction d'utilité indirecte du consommateur de la forme dite de « Gorman »:

$$v_i(\vec{p}, m_i) = a_i(\vec{p}) + b(\vec{p})m_i \quad 2.1$$

où v_i représente l'utilité du consommateur i en fonction d'un vecteur de prix \vec{p} et du revenu individuel du consommateur m_i . Les paramètres a_i et b sont respectivement spécifique au consommateur i et identique pour l'ensemble des consommateurs (formulation de Varian 1992, p. 154). On a démontré que l'utilité des consommateurs de l'économie de la forme de Gorman (avec les différentes propriétés de base associées à une fonction d'utilité depuis von Neumann: continuité, homogénéité, convexité, etc., mais particulièrement que les agrégats soient homothétiques dans les variables qui les composent) est la condition suffisante et nécessaire à l'agrégation de l'utilité des consommateurs, et donc à la validité des modèles avec consommateur représentatif.

2.4. Les anticipations rationnelles

Sur la base de l'hypothèse de l'agent représentatif, des modèles macroéconomiques furent développés faisant intervenir une nouvelle formulation de l'axiome de rationalité. L'hypothèse des anticipations rationnelles est l'œuvre de J.F. Muth (1960; 1961). N'étant pas satisfait des théories des anticipations existant alors, il formula l'hypothèse suivante (Muth 1961, p. 316):

In order to explain these phenomena, I should like to suggest that expectations, since they are informed predictions of future events, are essentially the same as the prediction of the relevant economic theory. At the risk of confusing this purely descriptive hypothesis with a pronouncement as to what firms ought to do, we call such expectations ‘rational’. [...] The hypothesis can be rephrased a little more precisely as follows: that expectations of firms (or, more generally, the subjective probability distribution of outcomes) tend to be distributed, for the same information set, about the prediction of the theory (or the ‘objective’ probability distributions of outcomes).

Autrement dit, dans la construction d’un modèle théorique de l’économie, l’anticipation des variables est expliquée de la même façon que leur réalisation effective dans l’ensemble du modèle. On impute aux agents la connaissance de la structure du modèle. La conséquence de cette hypothèse est que l’anticipation du niveau des prix, par exemple, p_{t+1}^a (une période après la formation des anticipations) sera égale à l’espérance conditionnelle de la même variable, étant donnée l’information disponible au moment de la formation de l’anticipation (ensemble d’informations noté Ω_t):

$$p_{t+1}^a = E(p_{t+1} | \Omega_t) \quad 2.2$$

En d’autres termes, l’erreur d’anticipation ne devra pas être systématiquement reliée à l’ensemble d’informations Ω_t (voir la section 4 de l’annexe pour les détails de la démonstration).

Les modèles utilisant l’hypothèse des anticipations rationnelles seront par conséquent auto-référentiels: « models in which the endogenous variables are influenced by the expectations about future values of those variables held by the agents in the model » (Sargent 1987, p. 76). Lucas et Prescott (1971) ont développé l’hypothèse en formulant les anticipations rationnelles comme un concept d’équilibre, application qui a permis à Lucas (1976) d’énoncer sa critique de la procédure économétrique d’évaluation de l’effet des politiques économiques, appelée depuis

« critique de Lucas ». Sa thèse est la conséquence logique du caractère auto-référentiel des anticipations rationnelles. Puisque la structure du modèle est le résultat des règles de décision des agents, que celles-ci se modifient avec les changements dans la structure des séries, alors tout changement de politique économique du gouvernement modifiera la structure du modèle économétrique⁶.

Cette hypothèse fut dès le début attaquée pour son manque de réalisme: comment imputer à l'agent la connaissance de la structure du modèle, que cette connaissance soit consciente ou non. Muth (1961, p. 317, italiques dans le texte) affirmait cependant dès le début que l'hypothèse des anticipations rationnelles « *does not assert that the scratch work of entrepreneurs resembles the system of equations in any way; nor does it state that predictions of entrepreneurs are perfect or that their expectations are all the same* ». Il s'appuyait implicitement, comme un grand nombre d'économistes, sur une épistémologie proche de celle de Friedman (1953):

Il suffit donc de construire le modèle 'comme si' les agents avaient une connaissance parfaite de l'économie. Au total, les anticipations subjectives des agents coïncident avec les valeurs réelles des variables; l'incertitude face au futur disparaît. (Beaud et Dostaler 1993, p. 173)

Si l'hypothèse des anticipations rationnelles repose effectivement sur une épistémologie instrumentaliste à la Friedman — ce qui n'est pas l'avis de tous ses utilisateurs et défenseurs —, il est cependant loin d'être certain que l'incertitude face au futur disparaisse. En effet, l'hypothèse telle que formulée par Muth et utilisée par Lucas, Sargent, Kydland, Prescott, Fischer et d'autres, stipule que les agents connaissent la distribution de probabilité des variables économiques, et non qu'ils ont une connaissance parfaite de ces variables:

Les anticipations sont rationnelles si, étant donné le modèle économique, elles sont de nature à donner les véritables valeurs qui sont, en moyenne, égales aux anticipations. Les anticipations ne divergent pas des valeurs véritables que s'il y a une incertitude imprévisible dans le système. [...] L'hypothèse des

anticipations rationnelles diffère de la prévision parfaite parce qu'elle tient compte de l'incertitude dans les systèmes économiques. (Sheffrin 1983, p. 8)

Dans les faits, les modèles utilisés sont stochastiques, ils possèdent une variable indéterminée. Mais on impute aux agents la connaissance de la fonction de probabilité de cette variable. En fait, ce qui a conduit les partisans de cette approche (Sargent ou Kydland et Prescott), suite à la critique de Lucas, à juger généralement inefficaces les politiques économiques n'est pas l'hypothèse des anticipations rationnelles, mais plutôt le fait qu'ils utilisaient des modèles d'équilibre général sans frictions nominales, qu'ils postulaient l'ajustement automatique des prix et quantités sur tous les marchés (Shaw 1984, p. 113). Le fait que ces macroéconomistes, regroupés sous la bannière de « nouvelle macroéconomie classique », inventeurs de cette hypothèse, aient développé une théorie opposée à la synthèse néoclassique d'inspiration keynésienne, laquelle obtenait une adhésion relativement large chez les économistes à la fin des années 1960, a eu comme conséquence que l'hypothèse et les modèles auxquels on l'appliquait furent identifiés l'un à l'autre, et que l'on parla même d'« école des anticipations rationnelles » (voir Malinvaud 1991, p. 137, par exemple). Mais à partir de la fin des années 1970, l'histoire devient moins simple. En effet, au tournant des années 1980, la démarcation entre les diverses écoles macroéconomiques semble moins facile à identifier. Des courants qu'on appelle maintenant néo-keynésiens⁷ ont développé des modèles avec anticipations rationnelles, mais dans lesquels les politiques monétaires ou fiscales sont non neutres. Ces modèles expliquent l'effet des politiques, le chômage, l'inflation, par des contrats de salaires à long terme (Fischer 1977), des rigidités dans les prix des marchandises (Blinder et Mankiw 1984), ou par des procédures complexes d'établissement des contrats de salaire (indexation, durée variable, décalage: Canzoneri 1980, Gray 1976, Taylor 1980).

La formulation de ces théories a été possible parce que l'essence de l'hypothèse des anticipations rationnelles repose sur la supposition que les agents économiques utilisent l'ensemble de l'information qui leur est disponible au moment de former leurs anticipations (au mieux de leur capacité, c'est-à-dire en optimisant le rapport bénéfice-coût de l'acquisition et du traitement de cette information), et que les agents ne font pas systématiquement des erreurs d'anticipations (Shaw 1984, p. 50). C'est cette interprétation en termes de traitement d'information qui fait des anticipations rationnelles un outil privilégié, d'une grande souplesse pour la modélisation macroéconomique, et qui explique sa grande popularité, même à l'extérieur du giron des « nouveaux classiques ». Comme l'explique Rapping, qui a été un collaborateur de la première heure de Lucas, et l'un des maîtres d'œuvre de l'hypothèse des anticipations rationnelles, mais qui depuis le milieu des années 1970 a abandonné la théorie néoclassique pour rejoindre l'institutionnalisme:

Les anticipations rationnelles sont une idée flexible. Elles offrent beaucoup plus de possibilités que les anticipations adaptatives. Je pense qu'elles introduisent une nouvelle dimension dans l'idée que se font les économistes de l'économie. [...] Cela offre la possibilité d'une interaction entre le processus de pensée des gens et la réalité matérielle. (Klamer 1983, p. 297)

La force des anticipations rationnelles est syntaxique: elle offre à la fois des éléments de grammaire et de lexique utiles et très puissants pour la construction de théories. « Les anticipations rationnelles ne sont rien d'autres en elles-mêmes qu'une méthode de modélisation économique. De ce point de vue, elles n'ont rien d'excitant » (Willes 1981, p. 157-8). Certes, il est possible de continuer à considérer les anticipations rationnelles comme une bonne approximation du processus de comportement des agents. Mais qu'on accepte le point de vue réaliste ou non, si l'on considère nécessaire de recourir à une théorie des anticipations des agents, celle-ci semble la plus utile (Mayer 1993, p. 108). Modéliser le comportement des agents en termes d'anticipations rationnelles n'est rien d'autre que l'application la plus achevée

de l'*homo œconomicus* (Fischer 1980, p. 13). Elle tire son utilité pratique précisément de là: hypothèse, elle devient axiome, et les macroéconomistes contemporains l'utilisent comme une tautologie, dans le même esprit que von Mises au début du siècle. Nous tenterons, par l'analyse de certains modèles non linéaires (chaotiques) avec anticipations rationnelles, de montrer que la théorie du chaos favorise (renforce) cette interprétation syntaxique ou rhétorique des anticipations rationnelles.

2.5. Conclusion

L'hypothèse des anticipations rationnelles semble donc l'expression d'un postulat de rationalité éloigné de la raison classique. Il est nécessaire de la prendre pour ce qu'elle est: une technique de formalisation de l'anticipation des variables économiques dans le cadre d'un modèle explicatif, qui postule certes une capacité importante de calcul aux agents, mais qui simplifie de beaucoup la tâche technique du modélisateur, tout en lui permettant d'assouplir son analyse, en introduisant des rigidités structurelles par exemple. En définitive, la modélisation avec anticipations rationnelles se traduit par la formulation des variables anticipées dans un modèle en fonction de l'ensemble de la structure du modèle. La plupart des théoriciens de l'hypothèse des anticipations rationnelles ont plus ou moins explicitement adopté une épistémologie instrumentale qui les protège des attaques contre son irréalisme. Par conséquent, rejeter les anticipations rationnelles pour cette raison conduirait probablement à rejeter l'ensemble du courant central en science économique comme on le connaît présentement.

Notes du chapitre II

- 1 Cette célèbre citation des *Principes de la philosophie du droit* est expliquée plus en détail dans la *Science de la logique* (1827/30, §6, p. 168-70).
- 2 Ou même avant lui; c'est le cas particulièrement des empiristes qui renoncent à un principe déterministe et à l'autonomie de la raison.
- 3 Pour contourner le problème, nous pouvons postuler (pour l'instant) que les intentions (ou les raisons) de l'agent sont prises comme données.
- 4 La matrice se lit de la façon suivante: entre parenthèses, on a les gains obtenus par le joueur A et B, dans l'ordre d'apparition, pour chacun des deux actions qu'ils prennent. Ces gains sont modifiés par le comportement de l'adversaire. Par exemple, si le joueur A « dévie », et que le joueur B « reste », alors le joueur A a un gain de 2 et le joueur B un gain nul. Sur ce jeu particulier, voir également Ward (1990).
- 5 En fait, il serait nécessaire ici d'introduire le concept d'*utilité espérée* développée par von Neumann et Morgenstern (1944), et d'expliquer les interactions stratégiques entre les deux joueurs. Mais la saveur de l'argument est tout de même préservée dans notre raccourci: ce qui peut paraître aux yeux de la société comme une action déraisonnable (jeter des millions de billets de banque dans le feu, par exemple), sera considéré comme rationnel, car on imputera à l'individu la maximisation de son utilité (le plaisir de voir brûler les billets) dans l'accomplissement de cette action.
- 6 « Given that the structure of an econometric model consists of optimal decision rules of economic agents, and that optimal decision rules vary systematically with changes in the structure of series relevant to the decision maker, it follows that any change in policy will systematically alter the structure of econometric models. » (Lucas 1976, p. 41)
- 7 Sur les mutations récentes en macroéconomie, voir Greenwald et Stiglitz (1987) et Hicks (1990).

III Applications de la théorie du chaos en science économique

The general perspective of mainstream (so-called neoclassical) economic theory has certainly had some empirical success [...] But it is clear that many empirical phenomena are not covered well by either the theoretical or the empirical analyses based on linear stochastic systems, sometimes not by either. The presence and persistence of cyclical fluctuations in the economy as a whole of irregular timing and amplitude are not consistent with a view that an economy returns to equilibrium states after any disturbance. The persistence of unemployment undermines the assumption that prices and wages work to reduce imbalances between supply and demand. [...] etc.]

These empirical results have given impetus to the closer study of dynamic models and the emphasis on application of new results on nonlinear dynamic models. They have also given rise to criticism of the models themselves, and this tradition goes far back; it suffices to mention the alternative theories of J.M. Keynes.

Kenneth J. Arrow, « Workshop on the economy as an evolving complex system: summary » (1988, p. 278).

Après avoir défini les concepts de la théorie du chaos et de l'hypothèse des anticipations rationnelles dans les deux précédents chapitres, nous présentons dans celui-ci un exemple d'application réunissant ces deux théories. À titre illustratif, nous analyserons un modèle dynamique non linéaire simple de la politique monétaire en présence d'anticipations rationnelles développé par G.P. DeCoster et D.W. Mitchell (1992). Ce modèle théorique possède des qualités intéressantes pour illustrer l'utilisation qu'on retrouve dans la littérature de modèles avec anticipations rationnelles en présence de dynamique de stabilité faible. Premièrement il présente des développements techniques relativement simples, car les quatre équations fondamentales sont basées sur une version de manuel du modèle à asymétrie d'informations de Lucas (1972). La confusion informationnelle trouve sa source dans

ce modèle particulier dans le délai de connaissance de la politique monétaire effective, seule source de bruit blanc de moyenne nulle, ce qui mettra bien en évidence le caractère déterministe du modèle. D'autre part, les auteurs fournissent une analyse intéressante du comportement dynamique des variables endogènes, et de leurs anticipations rationnelles lorsqu'elles ont un comportement chaotique. Nous présenterons toutefois un examen plus approfondi de la formalisation de l'hypothèse des anticipations rationnelles des variables présentant une dynamique de stabilité faible.

Mais avant d'entreprendre l'étude du modèle, nous présentons dans la première section un survol de la littérature économique, théorique et empirique, utilisant la théorie de la dynamique de stabilité faible. La section suivante présente la structure du modèle de DeCoster et Mitchell, puis en 3.3 sa solution pour les variables explicatives intéressantes. À l'aide de ces résultats, nous analysons le comportement dynamique des variables endogènes du modèle, qui possèdent un comportement chaotique suite à la transmission d'une dynamique non linéaire de stabilité faible dans la fonction de décision monétaire. En 3.5, nous examinons l'impact de cette analyse sur l'anticipation rationnelle d'une variable qui possède un comportement chaotique, avant de conclure à la dernière section.

3.1. Survol du paysage

On ne fera pas ici une revue de littérature complète, puisque les travaux qui intègrent les théories du chaos en science économique forment un ensemble imposant d'une douzaine de livres et de plusieurs centaines d'articles. Nous présenterons quelques exemples d'application pris dans des branches diverses de la théorie économique, en commençant par les travaux théoriques, puis les recherches empiriques.

Parmi les articles très généraux, qui fournissent une introduction aux concepts du chaos adaptés aux sciences économiques, il faut mentionner d'abord Day (1982 et

1983) qui sont parmi les tout premiers articles publiés, dont les modèles sont basés sur un système logistique, comme c'est le cas de Baumol et Quandt (1985). Par la suite, on retrouve Brock (1986), Gabisch et Lorenz (1987), Baumol et Benhabib (1989), Butler (1990), Jarsulic (1993) et Scheinkman (1990), ce dernier proposant une introduction très complète et serrée à la question. Lesourne (1989), qui se consacre aux aspects microéconomiques de la question, en français de surcroît, demeure une présentation très utile. Quelques survols de littérature et introductions générales existent déjà. Boldrin and Woodford (1990) proposent une revue de littérature très imposante, et malgré qu'il y ait eu depuis de nombreux travaux, ils recensent les études fondatrices des divers champs de la discipline qui se sont vus prolongés depuis. Avant cet article, Kelsey (1988) proposait à la fois une revue de la littérature existante, et un point de vue critique face à celle-ci. Frank and Stengos (1988) font la recension critique de quelques éléments de cette littérature.

Il faut mentionner également le recueil des articles les plus importants publiés dans les années 1980 édité par Jess Benhabib (1992), qui est sans doute l'introduction la plus poussée et la plus complète à l'ensemble de cette littérature, tout en étant toutefois techniquement avancée. D'autre part, Barnett, Geweke et Shell (1989), présentent les actes d'un des premiers colloques sur la question, tenu par l'Institut IC² (Innovation Creativity and Capital) de l'Université du Texas à Austin, du 27 au 29 mai 1987, le quatrième « International symposium in economic theory and econometrics ». Ce volume regroupe plusieurs études très importantes, particulièrement sur les difficultés liées à l'évaluation empirique de la présence d'un attracteur étrange dans les données économiques.

De plus, quelques monographies sont actuellement disponibles. Puu (1989), étudie l'économie spatiale, la dynamique des populations et les cycles d'affaires, sous une forme très synthétique, à la fois accessible et profonde, alors que Zhang (1991), place les théories du chaos dans un cadre plus général, dans l'analyse des

changements structurels et du temps en économie. Goodwin (1990a) pour sa part un des premiers bouquins, basé sur un rapport de recherche précédent (1988), propose une analyse de la croissance et de l'innovation, dans une perspective schumpéterienne, et demeure probablement, au plan de l'intuition économique, l'introduction la plus stimulante intellectuellement.

Plusieurs études montrent qu'un comportement chaotique peut émerger de modèles existants. Le texte de Nijkamp et Reggiani (1990) illustre comment un modèle dynamique de logit peut produire un comportement chaotique, alors que Holmes et Manning (1988) et Hommes (1991) montrent l'apparition du chaos dans un modèle du cobweb avec anticipations rationnelles ou adaptatives. L'utilisation de concepts d'anticipations rationnelles est d'ailleurs généralisé dans la littérature, à commencer par un des travaux fondateurs en la matière, Benhabib et Day (1980), qui utilise le modèle à générations imbriquées de Gale avec vision parfaite. Benhabib et Day (1982), pour leur part, montrent qu'un haut degré de substitution temporelle dans la consommation est une condition suffisante pour l'apparition d'une dynamique de stabilité faible en présence d'anticipations rationnelles. Grandmont (1985) développe une version plus complexe de ce modèle, et Denecker et Pelikan (1986) et Boldrin et Montrucchio (1986) ont démontré la possibilité de l'apparition du comportement chaotique dans un modèle de croissance d'optimisation avec vision parfaite. Finalement, Woodford (1989), toujours dans le cadre d'un modèle d'optimisation à horizon infini, a montré que l'apparition du chaos peut être liée à la fonction de distribution de la richesse, lorsqu'il y a anticipations rationnelles.

Un des domaines de prédilection de l'étude des théories du chaos en économie est celui de la croissance, qui se retrouve souvent placé sous la classe des systèmes logistiques¹, comme c'est le cas dans les modèles de R.H. Day (1982 et 1983), qui sont un développement du modèle néoclassique de croissance alors que Nusse et Hommes (1990) utilisent une généralisation du modèle de Samuelson pour montrer

l'apparition logistique de la dynamique chaotique. Plusieurs modèles font intervenir des facteurs institutionnels pour expliquer la croissance sous régime chaotique, comme ceux de van der Ploeg (1986) ou Day et Shafer (1985). Les travaux les plus originaux sont sans doute ceux de Richard M. Goodwin, dont l'ouvrage monographique (1990a), qui se poursuit avec (1990b), repose sur son modèle non linéaire (1967) développé au cours des années 1960, qui trouve sa source dans les théories de Marx, Keynes et Schumpeter.

Mais ce qui fonde le comportement chaotique à l'échelle macroéconomique, ce sont souvent des dynamiques microéconomiques, comme le montrent Velupillai (1986) ou Albin (1987). Ces liens entre la microéconomie et la macroéconomie ont été utiles à plusieurs auteurs pour expliquer la structure chaotique des cycles économiques. Par exemple, Day et Shafer (1985) développent un modèle chaotique du cycle basé sur des petites rigidités nominales de type keynésien ou Ahmad (1991, p. 299-336) analyse l'apparition de cycles chaotiques dans la théorie du capital, en relevant les différences entre les perspectives néoclassiques et post-keynésiennes sur les liens micro/macroéconomiques. Pour un aperçu global des déterminants de la structure chaotique dans les cycles économiques, Gabisch et Lorenz (1987, p. 174-202) offrent une introduction générale à la question.

D'autres domaines théoriques d'application ont eu recours à la théorie chaotique, particulièrement sur les questions institutionnelles, comme Day *et al.* (1987), qui étudient les migrations urbaines-rurales ou Nijkamp et Reggiani (1991), qui proposent une explication de l'établissement dans l'espace avec le modèle de logit. D'autre part, Radzicki (1990) montre comment l'émergence des institutions économiques, de façon générale, pourrait être expliquée par une dynamique chaotique, qui implique une stabilité structurelle organisée à partir d'un comportement temporel imprédictible de divers micro-éléments, thèse qui est à

rapprocher de celle de Lavoie (1989) qui lie cette émergence à la théorie des « ordres spontanés » de Hayek.

Dans un autre ordre d'idées, plusieurs efforts empiriques ont été faits pour essayer d'identifier une dynamique chaotique dans les données économiques. Medio et Gallo (1992), offrent une monographie très utile pour les praticiens, qui est en quelque sorte un manuel de laboratoire. Un logiciel d'analyse de données est fourni avec ce volume, qui peut opérer plusieurs tests de dynamique chaotique (exposants de Lyapunov, dimension fractale, analyse spectrale, etc.) dont les fondements théoriques et les techniques d'applications sont exposés dans le livre. D'ailleurs, de nombreux travaux méthodologiques ont été consacrés à la question (particulièrement aux exposants de Lyapunov et à la mesure de la dimension de corrélation; voir annexe, section 3). D'aucuns prétendent toutefois que cette recherche est encore embryonnaire, et que trop souvent les modèles « chaotiques » ne sont pas très différents des modèles standards, et que leurs auteurs « append the mathematics of chaos to models they already have. [...] The old equilibrium dog has been trained to jump through strange attractor hoops » (Carrier 1993, p. 309-10). Ramsey, Sayers et Rothman (1990) comme Jarsulic (1993) constatent que des petits échantillons ne peuvent produire des résultats intéressants avec ces méthodes d'analyse, ce qui est le principal problème avec les données économiques. Mais d'autres techniques développées avec les méthodes d'estimation hédonique, par exemple (Craig, Kohlhase et Papell 1991), ou l'analyse bi-spectrale (Ashley et Patterson 1989) ont permis d'augmenter la fiabilité des tests statistiques (Barnett et Hinich 1993). Granger (1991), remarque toutefois que l'agrégation des données peut réduire les non-linéarités, et par conséquent rend l'analyse des séries chronologiques macroéconomiques très ardues dans un cadre chaotique.

Par conséquent, peu d'études empiriques macroéconomiques ont été faites. Mentionnons les analyses du chômage, de l'emploi et de la production industrielle

américaine de Brock et Sayers (1988), ou du produit national brut par Scheinkman et LeBaron (1989b), qui sont liées à leurs travaux sur la finance et les cycles. D'autre part, l'agriculture peut présenter des séries chronologiques intéressantes, à cause de la taille importante des échantillons disponibles. Malgré cela, McMahon (1990) qui analyse les prix mensuels agricoles américains de 1910 à 1924 estime les résultats obtenus pas très concluants, alors que Chavas et Holt (1991) à l'aide d'une méthodologie d'autorégression GARCH (*generalized autoregressive conditional heteroscedasticity*) étudient le cycle économique du marché du porc, n'obtiennent également que peu de résultats significatifs.

C'est surtout du domaine de la finance qu'émergent les résultats les plus intéressants. Brock, Hsieh et LeBaron (1992), dans une étude monographique sur divers aspects chaotiques de la finance (taux de change, rendement des actions, etc.) utilisent des tests de non-linéarité, qu'ils ont développés, dont la statistique « BDS » (pour Brock, Dechert et Scheinkman, construit par ces trois auteurs dans des travaux non publiés alors). Hsieh (1991) explore les marchés financiers en général avec la même méthode « BDS », et Sayers (1991) et Brock et Baek (1991) sont des introductions générales à cette méthodologie. Plusieurs types de marchés financiers sont étudiés dans cette abondante littérature, comme les taux de rendement sur l'or et l'argent (Frank et Stengos 1988), ou les taux de rendements sur les actions (Scheinkman et LeBaron 1989a), les taux de change (Hsieh 1989; Aczel et Josephy 1991 et Kugler et Lenz 1990), les agrégats monétaires (Barnett et Chen 1988) ou les options sur commodités (Blank 1991 et Savit 1989). Dans tous ces cas, à cause de la plus grande volatilité des marchés financiers comparativement à celle des autres marchés, et du degré moindre d'agrégation, les résultats sont beaucoup plus probants et montrent dans beaucoup de cas une structure dynamique chaotique sur ces marchés, qui pourrait expliquer les mouvements violents comme les krachs ou les booms boursiers.

3.2. Un modèle dynamique non linéaire de politique monétaire avec anticipations rationnelles

Nous allons maintenant illustrer une application des théories du chaos dans un modèle économique théorique. Le modèle dynamique non linéaire de politique monétaire de DeCoster et Mitchell (1992) nous permettra d'analyser l'effet de l'utilisation des concepts de la dynamique de stabilité faible sur des fonctions avec anticipations rationnelles tout en gardant un degré de difficulté technique relativement bas. Tout en suivant fidèlement le déroulement mathématique de leur article, nous utiliserons toutefois différemment le modèle que ce qu'en font DeCoster et Mitchell. En effet, leur intérêt premier est de concentrer l'attention sur la transmission du comportement chaotique d'origine exogène aux diverses variables endogènes du modèle sous anticipations rationnelles linéaires, et réservent peu de place aux conséquences théoriques de la modélisation avec anticipations rationnelles de variables qui présente une dynamique de stabilité faible. Nous ferons pour notre part plus grande place à cette dernière question, sans omettre toutefois de présenter dans le détail les mécanismes de transmission dynamique du chaos, ce qui est un élément essentiel de tout modèle en dynamique de stabilité faible. Dans cette section, nous présentons d'abord la structure théorique du modèle, et sa justification économique.

Le modèle de base se compose de quatre équations fondamentales, décrivant respectivement les déterminants de l'offre agrégée, les équations de la production agrégée et du taux nominal d'intérêt (équations IS-LM) et une règle de croissance monétaire de premier ordre. La base théorique de ce modèle est le modèle à confusion informationnelle de Lucas (1973; voir Blanchard et Fischer 1989, p. 356-61). Toutes les variables sont définies en écart à la tendance et exprimées en logarithmes naturels (sauf pour le taux d'intérêt). L'équation 3.1 représente une fonction d'offre « surprise », *i.e.* qui est déterminée par une pondération α de l'erreur d'anticipation du niveau agrégé des prix p_t . L'output y_t est exprimé en déviation au taux naturel

logarithmique. L'anticipation E_t est l'espérance mathématique de la variable p_t conditionnée par l'ensemble d'informations engendrées par le modèle au temps $t-1$ ². Donc, cette espérance mathématique est une anticipation rationnelle du niveau des prix, et l'équation **3.1** aura un bruit blanc de moyenne nulle (l'erreur d'anticipation est une fonction stochastique standard). Le coefficient structurel α est strictement positif.

$$y_t = \alpha (p_t - E_{t-1}p_t) \quad \alpha > 0 \quad \mathbf{3.1}$$

Les équations **3.2** et **3.3** sont les équations IS-LM standard. La première détermine la production agrégée y_t en fonction négative pondérée par β_1 du taux d'intérêt réel anticipé (taux d'intérêt nominal r_t duquel est soustrait l'inflation anticipée $[E_{t-1}p_{t+1} - E_{t-1}p_t]$). Le taux d'intérêt nominal r_t est déterminé en **3.3** par l'output pondéré par β_2 en différence de logarithme avec le stock réel de monnaie (le stock de monnaie m_t en différence de logarithme du niveau des prix p_t) pondéré par β_3 . Tous les coefficients structurels β_i sont strictement positifs.

$$y_t = -\beta_1 (r_t - (E_{t-1}p_{t+1} - E_{t-1}p_t)) \quad \beta_1 > 0 \quad \mathbf{3.2}$$

$$r_t = \beta_2 y_t - \beta_3 (m_t - p_t) \quad \beta_2, \beta_3 > 0 \quad \mathbf{3.3}$$

Finalement, la dernière équation détermine l'évolution temporelle de la variable monétaire m_t (définition large du stock de monnaie). On pose par hypothèse que la fonction monétaire est non linéaire, fonction de croissance de premier ordre, pour permettre la simulation d'un comportement chaotique du stock de monnaie qui sera transmis à l'ensemble du système d'équations³.

$$m_t = f(m_{t-1}) \quad \mathbf{3.4}$$

Les besoins en information des agents sont, comme on le voit, limités dans ce modèle. Il est supposé que les agents connaissent la règle monétaire f mais sont incapables d'avoir une connaissance contemporaine du stock de monnaie, et par conséquent intègrent à leurs valeurs de décision de la période courante le stock de monnaie de la période précédente m_{t-1} . Donc, comme nous l'avons mentionné précédemment, le seul bruit statistique du modèle provient de cette erreur d'observation des agents, ce qui permet de simplifier la structure globale des équations (il est inutile d'ajouter de terme stochastique, par exemple). Il est à noter que ce modèle est excessivement réducteur et simplificateur; il ne tient pas compte, par exemple, d'un certain nombre de sources de la dynamique comme le stock de capital. Toutefois, l'essence du modèle à asymétrie d'information de Lucas est préservée.

3.3. Solution du modèle

Après avoir présenté la structure du modèle, nous allons dans cette section le solutionner pour les variables explicatives significatives. Toutes les sommations sont supposées finies, puisque le sentier temporel du stock de monnaie est par définition borné, en dynamique de stabilité faible. La solution obtenue des équations 3.1 à 3.4 est dérivée en appendice. Notons que $f^{(i)}(\cdot)$ est la valeur de $f(\cdot)$ à sa i ème itération, et que par définition $b \equiv [\beta_1 / (1 + \beta_1 \beta_2)] > 0$.

L'équation 3.5 est la solution du modèle pour le niveau général des prix p_t , qui est fonction de l'erreur d'anticipation de la règle monétaire en t .

$$p_t = \left[\frac{\beta_3 b}{\alpha + \beta_3 b} \right] \left[f(m_{t-1}) - E_{t-1} f(m_{t-1}) \right] + \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{\beta_3}{(1 + \beta_3)^i} \right] E_{t-1} f^{(i)}(m_{t-1}) \quad 3.5$$

La composante stochastique de p_t , $\sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{\beta_3}{(1 + \beta_3)^i} \right] E_{t-1} f^{(i)}(m_{t-1})$ représente l'anticipation en $t-1$ du niveau des prix à la période t ($E_{t-1} p_t$; ce résultat est l'équation A5.7 de l'annexe), qui est la somme pondérée des erreurs de la période courante à prédire le sentier futur du stock de monnaie; cette sommation sera par conséquent présente dans la plupart des équations subséquentes. Ces deux résultats nous permettent de calculer la solution pour la production agrégée y_t en fonction elle aussi de l'erreur d'anticipation de la règle monétaire.

$$y_t = \left[\frac{\alpha \beta_3 b}{(\alpha + \beta_3 b)} \right] \left[f(m_{t-1}) - E_{t-1} f(m_{t-1}) \right] \quad 3.6$$

Conséquemment l'offre de monnaie réelle au temps t (différence de logarithme entre m_t et p_t) sera fonction du stock de monnaie au temps t (*i.e.* $f(m_{t-1})$), duquel on soustrait en logarithme l'erreur d'anticipation du stock de monnaie et l'anticipation du niveau des prix $E_{t-1} p_t$.

$$m_t - p_t = f(m_{t-1}) - \left[\frac{\beta_3 b}{\alpha + \beta_3 b} \right] \left[f(m_{t-1}) - E_{t-1} f(m_{t-1}) \right] - \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{\beta_3}{(1 + \beta_3)^i} \right] E_{t-1} f^{(i)}(m_{t-1}) \quad 3.7$$

L'inflation anticipée est fonction du stock de monnaie anticipé en $t-1$, additionné à la somme pondérée des erreurs de la période courante à prédire le sentier futur du stock de monnaie (l'anticipation du niveau des prix $E_{t-1} p_t$).

$$E_{t-1} p_{t+1} - E_{t-1} p_t = \left[\frac{-\beta_3}{1 + \beta_3} \right] E_{t-1} f(m_{t-1}) + \sum_{i=2}^{\infty} \left[\frac{\beta_3^2}{(1 + \beta_3)^i} \right] E_{t-1} f^{(i)}(m_{t-1}) \quad 3.8$$

Autre variable essentielle à solutionner, le taux d'intérêt nominal sera lui fonction du stock de monnaie en t , de l'anticipation du niveau général des prix et de l'erreur d'anticipation de la règle monétaire.

$$\begin{aligned} r_t = & \left[\frac{-\beta_3}{1 + \beta_3} \right] f(m_{t-1}) + \sum_{i=2}^{\infty} \left[\frac{\beta_3^2}{(1 + \beta_3)^i} \right] E_{t-1} f^{(i)}(m_{t-1}) \\ & + \left[\frac{\alpha\beta_3 b\beta_2 (1 + \beta_3) + \beta_3^2 (b - \alpha)}{(1 + \beta_3)(\alpha + \beta_3 b)} \right] \left[f(m_{t-1}) - E_{t-1} f(m_{t-1}) \right] \end{aligned} \quad 3.9$$

À l'aide des solutions précédemment obtenues, il est facile de calculer l'expression du taux d'inflation réalisé, qui sera fonction du différentiel de l'erreur d'anticipation de la règle monétaire (autrement dit de l'erreur d'anticipation de la croissance de la masse monétaire), et du différentiel de l'anticipation du niveau des prix de $t-1$ et t (autrement dit de l'anticipation de l'inflation en t).

$$\begin{aligned} p_{t+1} - p_t = & \left[\frac{\beta_3 b}{\alpha + \beta_3 b} \right] \left\{ \left[f(m_t) - E_t f(m_t) \right] - \left[f(m_{t-1}) - E_{t-1} f(m_{t-1}) \right] \right\} \\ & + \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{\beta_3}{(1 + \beta_3)^i} \right] E_t f^{(i)}(m_t) - \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{\beta_3}{(1 + \beta_3)^i} \right] E_{t-1} f^{(i)}(m_{t-1}) \end{aligned} \quad 3.10$$

Finalement, la dernière solution du modèle est le taux d'intérêt réel qui sera évidemment fonction de l'erreur d'anticipation de la règle monétaire.

$$r_t - (E_{t-1} p_{t+1} - E_{t-1} p_t) = \left[\frac{\alpha\beta_3 (\beta_2 b - 1)}{(\alpha + \beta_3 b)} \right] \left[f(m_{t-1}) - E_{t-1} f(m_{t-1}) \right] \quad 3.11$$

3.4. Dynamique des variables endogènes en présence de chaos

À l'aide de ce modèle dynamique solutionné, une analyse du comportement dynamique des variables endogènes peut être réalisée⁴. Nous montrerons d'abord que la dynamique chaotique de la règle monétaire est transmise au niveau général des

prix, puis dans une deuxième étape, il sera montré que cette dynamique est transmise de la même façon aux autres variables endogènes. Dans les deux cas, trois étapes seront nécessaires: premièrement, montrer que la variable suit un comportement aperiodique, deuxièmement qu'elle est sensitivement dependante à ses conditions initiales, et finalement que sa dimension d'état est plus grande que celle de la masse monétaire. Deux variables réelles du système sont le résultat de bruits stochastiques purs (donc de moyenne nulle), à savoir les fluctuations de l'output (équation 3.6) et du taux d'intérêt (équation 3.11) qui sont le résultat des erreurs d'anticipation. De ces deux résultats, nous savons également que le niveau des prix (3.5), l'offre de monnaie réelle (3.7), le taux d'inflation anticipé (3.8), le taux d'intérêt nominal (3.9) et le taux d'inflation effectif (3.10) auront conséquemment une composante stochastique. Mais, puisque ce bruit blanc trouve sa source dans l'équation de la règle monétaire, qui possède par hypothèse une dynamique de stabilité faible, le sentier temporel de ces cinq variables aura une composante chaotique et une composante stochastique. Il peut être démontré que la composante déterministe des sentiers temporels⁵ a une dimension d'état plus grande que celle du sentier de l'offre de monnaie (DeCoster et Mitchell 1992, p. 273).

Il est possible de récrire le terme $E_{t-1} f^{(i)}(m_{t-1})$ de la sommation de l'équation 3.5 comme la somme d'un bruit stochastique blanc et d'un terme déterministe: $[E_{t-1} f^{(i)}(m_{t-1}) - f^{(i)}(m_{t-1})] + f^{(i)}(m_{t-1})$. En substituant cette ré-écriture dans 3.5, l'expression de p_t devient alors la somme d'un terme stochastique et d'un terme déterministe, et ce dernier sera noté $K_{1,t}$ (3.12).

$$K_{1,t} \equiv \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{\beta_3}{(1 + \beta_3)^i} \right] f^{(i)}(m_{t-1}) \quad 3.12$$

Il s'agira donc de montrer que cette composante déterministe $K_{1,t}$ possède une dynamique de stabilité faible pour conclure que le sentier temporel du niveau général

des prix aura également un comportement chaotique (puisque $K_{1,t}$ est déterministe et borné), et ainsi constater que l'erreur d'observation monétaire très simple (3.4) est transmise sous forme de bruit stochastique et chaotique. Cette preuve se fera par l'absurde. Soit $\Delta_{1,t} = K_{1,t} - (1 + \beta_3)K_{1,t-1}$ la quasi-différence de $K_{1,t}$; si $K_{1,t}$ est périodique, alors $\Delta_{1,t}$ devra être périodique pour la même période. De 3.12 nous obtenons:

$$\Delta_{1,t} = -\beta_3 m_{t-1} \quad 3.13$$

Cette fonction 3.13 est chaotique par l'hypothèse de la règle monétaire. Donc, par l'absurde, nous avons montré que la composante déterministe $K_{1,t}$ du sentier temporel du niveau général des prix exhibera une dynamique temporelle de stabilité faible.

DeCoster et Mitchell (1992, p. 274), en utilisant les outils de la théorie ergodique développés par Eckmann et Ruelle (1985), montrent également que la composante $K_{1,t}$ dépend sensitivement aux conditions initiales. L'heuristique de cette démonstration répond de la définition de la sensibilité aux conditions initiales (*cf.* section 1.4), à savoir que deux courbes intégrales du même système très proches à l'origine pour des conditions initiales différentes divergeront l'une de l'autre exponentiellement dans le temps. Soit une perturbation infinitésimale du stock de monnaie en $t-1$, dm_{t-1} ; après n périodes, la perturbation sera donnée par: $\tilde{dm}_{t+n-1} \approx \tilde{dm}_{t-1} e^{n\lambda}$, où λ est le plus grand exposant caractéristique, *i.e.* le taux de croissance exponentiel du système après la perturbation infinitésimale, qui est une « mesure » du chaos, un paramètre de divergence (Eckmann et Ruelle 1985, p. 629; *cf.* la section 1.4)⁶. Cet exposant est strictement positif en présence de dépendance sensitive aux conditions initiales, ce que nous avons posé par construction de 3.4. La suite de l'analyse doit montrer la transmission de la dépendance sensitive du stock de monnaie à la composante déterministe du niveau des prix. L'effet initial de la perturbation sur le stock monétaire $dK_{1,t}$ est donné en 3.14.

$$dK_{1,t} \approx \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{\beta_3}{(1 + \beta_3)^i} \right] e^{\lambda i} dm_{t-1} \quad 3.14$$

qui peut être simplifié en:

$$dK_{1,t} \approx dm_{t-1} \sum_{i=1}^{\infty} \beta_3 \left[\frac{e^{\lambda}}{(1 + \beta_3)} \right]^i \quad 3.15$$

De même, l'effet après n périodes sur la composante déterministe du niveau général des prix, noté $dK_{1,t+n}$, sera:

$$dK_{1,t+n} \approx dm_{t-1} e^{\lambda n} \sum_{i=1}^{\infty} \beta_3 \left[\frac{e^{\lambda}}{(1 + \beta_3)} \right]^i \quad 3.16$$

qui peut lui aussi être simplifié:

$$dK_{1,t+n} \approx e^{\lambda n} dK_{1,t} \quad 3.17$$

Étant donné que n et λ sont strictement positifs, de **3.17** il est évident que la variation infinitésimale sur les conditions initiales augmentera exponentiellement dans le temps. Puisqu'il a été posé que le comportement temporel du stock de monnaie est chaotique par **3.4**, et que sa dynamique est transmise à la composante déterministe $K_{1,t}$, alors l'évolution temporelle du niveau général des prix sera déterminé par une dynamique de stabilité faible.

Il est maintenant possible de démontrer que la dimension d'état de la dynamique du niveau des prix est plus grande que celle de l'offre de monnaie, ce dernier étant 1. De **3.13**, $K_{1,t} - (1 + \beta_3)K_{1,t-1} = -\beta_3 m_{t-1}$, de sorte que:

$$\begin{aligned}
K_{1,t+1} - (1 + \beta_3)K_{1,t} &= -\beta_3 m_t \\
&= -\beta_3 f(m_{t-1}) \\
&= -\beta_3 \left\{ -\left[1 / \beta_3\right]K_{1,t} + \left[\frac{(1 + \beta_3)}{\beta_3}\right]K_{1,t-1} \right\}
\end{aligned} \tag{3.18}$$

La dynamique temporelle de $K_{1,t+1}$ sera donc :

$$K_{1,t+1} = (1 + \beta_3)K_{1,t} - \beta_3 \left\{ -\left[1 / \beta_3\right]K_{1,t} + \left[\frac{(1 + \beta_3)}{\beta_3}\right]K_{1,t-1} \right\} \tag{3.19}$$

qui est un processus du second ordre, alors que le processus dynamique de f (en 3.4) est du premier ordre, de sorte qu'il y a eu amplification du processus chaotique dans la transmission à p_t .

Il est possible d'appliquer une preuve analogue aux autres variables endogènes du modèle, puisque leurs solutions comptent la même composante déterministe, que ce soit l'offre de monnaie réelle (3.7), l'inflation anticipée (3.8), le taux d'intérêt nominal (3.9) ou l'inflation effective (3.9). Démontrons par l'absurde que la première différence du stock de monnaie $\gamma_t = m_t - m_{t-1}$ possède une dynamique non périodique, comme l'est l'évolution temporelle du stock de monnaie. Posons donc que γ_t est périodique de période θ , impliquant que $\gamma_{t+j\theta} = \gamma_t$. Alors :

$$\begin{aligned}
m_{\tau+c\theta} &= \gamma_{\tau+c\theta} + \gamma_{\tau+c\theta-1} + \dots + \gamma_{\tau+1} + m_\tau \\
&= c \left(\sum_{i=1}^{\theta} \gamma_{\tau+i} \right) + m_\tau
\end{aligned} \tag{3.20}$$

où c et j sont entiers. L'équation 3.20 réfute la supposition que γ_t est périodique, car si le résultat de sa sommation est non nulle, m_t est non borné, puisque pour c suffisamment grand, $m_{\tau+c\theta}$ n'aura aucune borne — mais cela contredit l'hypothèse posée au sujet du comportement dynamique du stock de monnaie par 3.4, puisqu'une

fonction chaotique est bornée par définition. Si le résultat de la sommation de **3.20** était nul, m_t aurait une période θ , ce qui contredit la même hypothèse.

Donc l'équation de l'offre de monnaie réelle **3.7** peut être réécrite par l'expression **3.21**.

$$K_{2,t} = f(m_{t-1}) - \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{\beta_3}{(1 + \beta_3)^i} \right] f^{(i)}(m_{t-1}) \quad \mathbf{3.21}$$

L'offre de monnaie réelle obéira à une dynamique de stabilité faible, puisque la quasi-différence de **3.21** sera $\Delta_{2,t} = K_{2,t} - (1 + \beta_3)K_{2,t-1} = m_t - m_{t-1}$, qui est apériodique par définition. On peut démontrer de la même manière que l'inflation anticipée, le taux d'intérêt nominal et l'inflation effective sont non périodiques, parce que dans tous les cas la quasi-différence du terme déterministe de leurs équations respectives (**3.8**, **3.9** et **3.10**) se simplifie en $-\beta_3(m_t - m_{t-1})$ qui est non périodique.

De la même façon qu'il a été possible de montrer que l'équation du niveau général des prix dépendait sensitivement de ses conditions initiales, on peut démontrer que les autres variables endogènes possèdent la sensibilité aux conditions initiales, et que leur comportement dynamique est plus complexe que celui du stock de monnaie. En utilisant la définition de la quasi-différence du terme déterministe de l'offre de monnaie réelle ($K_{2,t}$) notée $\Delta_{2,t}$, nous avons le système bivariant **3.22**:

$$K_{2,t} = (1 + \beta_3)K_{2,t-1} + f(m_{t-1}) - m_{t-1} \quad \mathbf{3.22a}$$

$$m_t = f(m_{t-1}) \quad \mathbf{3.22b}$$

Il est possible de réécrire $\Delta_{2,t} = m_{t+1} - m_t$ comme:

$$\Delta_{2,t+1} = \sum_{i=0}^{t-1} \Delta_{2,t-i} + f^{(t+1)}(m_0) - m_0 \quad \mathbf{3.23}$$

En appliquant la définition de Δ_2 des deux côtés de l'équation, **3.23** devient après simplification:

$$K_{2,t+1} - \beta_3 \sum_{i=0}^{t-1} K_{2,t-i} - (1 + \beta_3)K_{2,0} + m_0 = f^{(t+1)}(m_0) \quad \mathbf{3.24}$$

En itérant à rebours **3.24**, en appliquant le fait que $f^{(t+1)}(m_0) = f(f^{(t)}(m_0))$, on obtient une équation univariante d'ordre infini décrivant la dynamique de K_2 en **3.25**.

$$K_{2,t+1} = \beta_3 \sum_{i=0}^{t-1} K_{2,t-i} + (1 + \beta_3)K_{2,0} - m_0 + f \left(K_{2,t} - \beta_3 \sum_{i=1}^{t-1} K_{2,t-i} - (1 + \beta_3)K_{2,0} + m_0 \right) \quad \mathbf{3.25}$$

Cette équation indique une dynamique manifestement plus complexe pour cette composante déterministe que l'évolution temporelle de la masse monétaire. Cette analyse est encore une fois la même pour les autres variables endogènes du système.

3.5. Conséquences sur l'hypothèse des anticipations rationnelles

L'ensemble de ce qui précède a montré comment un système d'équations linéaires décrivant l'ensemble de l'économie peut posséder une dynamique de stabilité faible transmise par une équation non linéaire, par le biais des termes déterministes des équations du système. Il est donc possible de faire l'économie de modèles théoriques entièrement non linéaires pour analyser les comportements chaotiques, qualité non négligeable étant donné à la fois le degré de complexité de la manipulation de tels modèles, et les limites mathématiques à leur résolution, sans compter les difficultés qu'engendrent les tests empiriques de tels modèles.

La dynamique de stabilité faible n'est pas transmise à la production agrégée ni au taux d'intérêt réel dans ce modèle, à cause de la construction même de l'offre agrégée de Lucas, dont les fluctuations sont un bruit stochastique pur, caractéristique

fondamentale de ce modèle. De plus, comme il y a absence d'effet de balance réel sur IS, le comportement du taux d'intérêt réel « mime » la dynamique de l'output (DeCoster et Mitchell 1992, p. 278). Au regard de ce qui précède, il est raisonnable de croire qu'une offre agrégée possédant un terme déterministe dans sa définition (dont les fluctuations ne seraient pas un bruit blanc) pourrait subir l'influence du comportement chaotique du sentier temporel de la masse monétaire. Cette section examine ce problème, avant d'étudier plus en profondeur l'anticipation rationnelle d'une variable ou d'une fonction chaotique.

La modélisation de notre système avec anticipations rationnelles pose un problème à cause de la non linéarité de la règle monétaire, qui nous empêche, peu importe la forme analytique de la fonction, de calculer l'espérance $E_{t-1}f^i(m_{t-1})$, parce qu'elle n'est pas égale à $f^i(E_{t-1}m_{t-1})$. Il faudrait donc itérer les anticipations sur la masse monétaire future un grand nombre de fois, particulièrement parce que l'équation est sensitivement dépendante aux conditions initiales, quoique bornée, et donc deux valeurs de départ très rapprochées peuvent produire un sentier temporel très divergent. Conséquemment, il y a des coûts de calculs très élevés, qui posent en eux-même une aporie pour l'hypothèse des anticipations rationnelles, en demandant aux agents une capacité de calcul énorme, même si nous leur postulons une connaissance parfaite de la règle monétaire f . DeCoster et Mitchell (1992, p. 279-80) semblent considérer qu'il est nécessaire d'abandonner l'hypothèse des anticipations rationnelles, et proposent à la place un autre processus d'anticipation, dont la prémisse est toutefois près de l'hypothèse des anticipations rationnelles, à la différence que l'erreur d'anticipation n'est pas nécessairement stochastique. Ils posent que le niveau des prix anticipé p^a est constant et tel qu'il assure que l'erreur d'anticipation à long terme soit nulle. Soit $E_{t-1}p_t = E_{t-1}p_{t+1} = p^a$ dans l'équation **A5.3** de l'annexe:

$$p_t = \left[\frac{\beta_3 b}{(\alpha + \beta_3 b)} \right] m_t + \left[\frac{\alpha}{(\alpha + \beta_3 b)} \right] p^a \quad 3.26$$

Soit \bar{m} la moyenne de la masse monétaire à long-terme, hypothèse compatible avec une variable chaotique bornée, alors le prix anticipé p^a sera le niveau des prix agrégé moyen à long-terme, soit (de **3.26**):

$$p^a = \bar{m} \quad 3.27$$

En utilisant le résultat **3.27**, les solutions du modèle trouvées à la section 3.4 sont maintenant données par les équations **3.28** à **3.33**:

$$p_t = \left[\frac{\beta_3 b}{(\alpha + \beta_3 b)} \right] m_t + \left[\frac{\alpha}{(\alpha + \beta_3 b)} \right] \bar{m} \quad 3.28$$

$$\begin{aligned} r_t - (E_{t-1} p_{t+1} - E_{t-1} p_t) &= r_t \\ &= \left[\frac{-\alpha \beta_3}{(1 + \beta_1 \beta_2)(\alpha + \beta_3 b)} \right] (m_t - \bar{m}) \end{aligned} \quad 3.29$$

$$E_{t-1} p_{t+1} - E_{t-1} p_t = 0 \quad 3.30$$

$$p_{t+1} - p_t = \left[\frac{\beta_3 b}{(\alpha + \beta_3 b)} \right] (m_{t+1} - m_t) \quad 3.31$$

$$m_t - p_t = \left[\frac{\alpha}{(\alpha + \beta_3 b)} \right] (m_t - \bar{m}) \quad 3.32$$

$$y_t = \left[\frac{\alpha \beta_3 b}{(\alpha + \beta_3 b)} \right] (m_t - \bar{m}) \quad 3.33$$

Ces solutions montrent que six des sept variables ont un sentier temporel chaotique (sauf l'inflation anticipée **3.30**, évidemment), et donc qu'en recourant à une hypothèse non stochastique des anticipations la dynamique de stabilité faible de

l'équation non linéaire de la masse monétaire et transmise à l'ensemble du système linéaire. DeCoster et Mitchell (1992, p. 281) concluent leur exercice en écrivant qu'il « underscores the importance of examining expectations formation in the presence of chaotic dynamics », sans plus entrer dans le détail. Il est toutefois possible de constater, dans le cadre de ce petit modèle, les conséquences de l'application de l'hypothèse des anticipations rationnelles à des variables évoluant sous une dynamique de stabilité faible, sans recourir à une autre forme d'anticipations comme les auteurs le font en **3.26**.

Le résultat **3.17** montre que le sentier temporel du niveau agrégé des prix sera sensiblement dépendant de ses conditions initiales, et la solution du modèle pour le niveau des prix donné en **3.5** montre que celui-ci est anticipé rationnellement sur la base de la connaissance de la fonction du sentier de la masse monétaire f . Le niveau général des prix est donc soumis aux critères de l'hypothèse des anticipations rationnelles, ce qui ne l'empêche pas d'avoir une dynamique de stabilité faible, d'être une fonction chaotique. De plus, c'est la composante déterministe du niveau général des prix $K_{1,t}$ qui est en quelque sorte la « courroie de transmission » du comportement chaotique originant de la fonction du stock de monnaie. DeCoster et Mitchell (1992, p. 279-80) affirment que l'anticipation du niveau des prix sous régime de stabilité faible présente un problème tel qu'il est nécessaire de recourir à une modélisation différente des anticipations. Pourtant, techniquement, rien n'est changé: l'anticipation rationnelle du niveau général des prix se présente sous la même expression mathématique que la dynamique chaotique du sentier temporel de la masse monétaire soit transmise ou non à sa composante déterministe. Aucune justification théorique n'est apportée par DeCoster et Mitchell à l'abandon de la formulation en termes d'anticipations rationnelles.

En fait, une telle justification n'existe pas. L'hypothèse des anticipations rationnelles, rappelons-le, stipule que, dans ce cas-ci, l'anticipation du niveau général

des prix est générée à l'aide de l'information qui engendre la formation du niveau des prix dans ce modèle; autrement dit, l'anticipation de p_t est propre au modèle auquel elle appartient. Donc dans le cas qui nous occupe puisque la structure du modèle ne se modifie pas avec la transmission du comportement chaotique de la masse monétaire aux variables endogènes (nous venons de le démontrer), l'anticipation des variables du modèle demeure rationnelle au sens de Muth.

3.6. Conclusion

Ce qui a pu conduire DeCoster et Mitchell à l'abandon de l'hypothèse des anticipations rationnelles est la crainte de la perte de leur efficacité à prédire le comportement futur du modèle en présence de dynamique de stabilité faible. Mais, sur le plan théorique, rien n'a été modifié. Si nous avions imputé une variable stochastique possédant une distribution de probabilité très large, conformément à l'hypothèse des anticipations rationnelles, l'anticipation des variables aurait eu la même distribution de probabilité, et pour une valeur de celle-ci suffisamment grande, la perte de prédictibilité aurait été aussi grande (si ce n'est plus) que dans le cas chaotique. Ce problème survient parce que DeCoster et Mitchell rejettent l'hypothèse des anticipations rationnelles sans appuyer leur rejet sur un critère quelconque d'efficacité de l'hypothèse. Dans le prochain chapitre, nous tenterons de déterminer quel pourrait-il être: quelle norme permettrait d'évaluer la valeur de l'anticipation rationnelle d'une variable chaotique, alors que nous venons de voir que des fonctions sous régime de dynamique de stabilité faible peuvent être néanmoins anticipées rationnellement, en toute cohérence mathématique.

Notes du chapitre III

- 1 À titre illustratif, nous avons utilisé le modèle de Solow-Swan pour montrer la possibilité d'émergence d'une dynamique chaotique (Marcil 1994).
- 2 C'est-à-dire que dans la notation du chapitre précédent, $E_t \mathcal{P}_t = E_t (\mathcal{P}_t | \Omega_{t-1})$. Nous utilisons dans ce chapitre cette notation allégée pour ne pas alourdir inutilement les développements mathématiques.
- 3 Puisque la forme de l'équation **3.4** est de la même classe de l'équation **1.3**.
- 4 Comme précédemment, nous suivons pas à pas la démonstration de DeCoster et Mitchell (1992).
- 5 La somme pondérée des erreurs de la période courante à prédire le sentier futur du stock de monnaie.
- 6 La définition mathématique est donnée par Eckmann et Ruelle (1985, p. 630), qui est basé sur le théorème ergodique multiplicatif de Oseledec.

IV Anticipations, rationalité et imprédictibilité

If we confine our study to the theory of strategy, we seriously restrict ourselves by the assumption of rational behavior - not just of intelligent behavior, but of behavior motivated by a conscious calculation of advantages, a calculation that in turn is based on an explicit and internally consistent value system. [...] Whether the resulting theory provides good or poor insight into actual behavior is, I repeat, a matter for subsequent judgment.

T.C. Schelling, *The strategy of conflict* (1960, p. 4).

Donc tout ce qui repose derrière l'Homo œconomicus, c'est l'hypothèse éventuelle que, dans certains rapports d'échange, tous les moyens, pour ainsi dire, sont d'un côté, et toutes les fins de l'autre. [...]

Si l'on savait communément, si on se rendait bien compte d'une façon générale que l'Homme économique n'est qu'un simple moyen d'exposition [...] il est improbable qu'il fût devenu ce croquemitaine universel.

L. Robbins, *Essai sur la nature et la signification de la science économique* (1932, p. 98).

Ce qui est rationnel est effectif [Wirklichkeit], ce qui est effectif est rationnel.

Hegel, *Principes de la philosophie du droit* (1821, p. 55).

Au chapitre précédent nous avons pu constater que l'introduction d'un régime dynamique chaotique dans un modèle déterministe simple, dont la formulation est standard dans le corpus central de la pensée économique contemporaine, n'exigeait pas de modifications de l'expression mathématique. Il y a place, selon les auteurs du modèle, DeCoster et Mitchell (1992, p. 279-80), pour une réflexion sur la nécessité de l'abandon ou non de l'hypothèse des anticipations rationnelles, ou de sa modification. Nous tenterons dans ce chapitre d'évaluer les implications fondamentales que pourrait

occasionner l'introduction d'une dynamique de stabilité faible dans une modélisation économique avec anticipations rationnelles, précisément sur la validité de cette hypothèse clef¹.

Pour ce faire, il nous faut avoir recours à un critère d'évaluation, ou à tout le moins le choix d'une méthode permettant l'estimation de cet effet. La première section de ce chapitre présente donc une analyse du critère d'évaluation auquel nous recourrons afin de déterminer la nécessité ou non du rejet de l'hypothèse des anticipations rationnelles dans un univers d'une stabilité relative mais très imprédictible. Nous verrons que ce critère dépendra de l'usage qui est fait des anticipations rationnelles et des exigences d'explication qui sont formulées vis-à-vis elles, selon qu'elles sont utilisées comme théorie explicative de la génération des anticipations des agents, ou comme outil syntaxique de formulation des modèles économiques. Cette distinction nous amènera à procéder par opposition dans l'évaluation que nous cherchons à produire. Dans un premier temps nous présenterons une critique de l'hypothèse des anticipations rationnelles, énoncée par des commentateurs qui voudraient trouver dans les anticipations rationnelles une théorie explicative de la formation des anticipations des agents, et qui, sur des critères empruntés à la théorie psychologique, par exemple, les rejettent parce qu'elles demandent une capacité de calcul trop importante aux agents, compte tenu de l'univers complexe et incertain qui les entourent. Dans un second temps nous présenterons les arguments défendant la validité de l'hypothèse des anticipations rationnelles, vue non plus comme une explication du comportement des agents, mais comme une formulation opérationnelle des anticipations dans le cadre de la modélisation macroéconomique. À la section 4.4, en synthèse, nous soutiendrons que ces deux points de vue sont incommensurables, puisqu'ils relèvent de positions épistémologiques irréconciliables, autour de la conception, instrumentaliste ou non, que l'on adopte de la rationalité.

4.1. Critère d'évaluation

L'objectif de ce mémoire étant l'évaluation des conséquences épistémologiques de l'application de l'hypothèse des anticipations rationnelles à un modèle possédant une dynamique de stabilité faible, il est nécessaire de déterminer une méthode d'appréciation de ces implications. Examinons d'abord quels peuvent être les effets possibles de la juxtaposition des théories du chaos à l'hypothèse des anticipations rationnelles. Trois éventualités s'offrent à nous: ou bien un système dynamique de stabilité faible entraîne le rejet complet de l'hypothèse des anticipations rationnelles, celles-ci n'ayant plus d'opérationnalité dans le processus de modélisation, ou encore aucune modification n'affecte l'hypothèse, sauvegardant l'intégrité de la modélisation, ou finalement, position médiane, l'hypothèse des anticipations rationnelles ne survit pas intégralement au comportement chaotique du modèle, mais certaines modifications affectées à sa formulation autorisent en partie sa conservation (disons permettent de préserver certaines de ses caractéristiques, jugées essentielles par rapport à celles, contingentes, qui sont abandonnées).

Afin de clarifier cette question, nous procéderons par opposition en trois étapes successives: en examinant d'abord les arguments favorables à l'abandon des anticipations rationnelles, puis ceux en faveur de leur conservation, et finalement, en opérant une synthèse entre ces deux points de vue, toujours en fonction de systèmes dynamique de stabilité faible. Les deux premières étapes correspondent en fait aux deux points de vue qu'il est possible d'adopter sur l'hypothèse des anticipations rationnelles. D'une part, il est possible de considérer que la théorie des anticipations rationnelles a comme objectif de comprendre ou d'expliquer la génétique des anticipations des agents, c'est-à-dire le processus par lequel sont formées par les individus les prévisions subjectives de variables économiques futures. D'autre part, nous pouvons envisager les anticipations rationnelles comme intervenant subséquentement dans l'analyse, alors qu'on ne tient pas compte de ce processus de

prévision (on le prend comme donné), et qu'on utilise une formulation déterminée des variables anticipées, dans le seul but d'intégrer ces variables à la série d'équations composant le modèle économique. En vocabulaire mathématique, on pourrait dire que la première optique considère une dérivation explicite de la fonction d'anticipation, alors que la seconde tient en compte sa dérivation implicite.

À ces deux positions correspondent deux utilisations différentes de l'hypothèse des anticipations rationnelles. D'une part, elle peut être utilisée pour elle-même, comme théorie autonome, ou, d'autre part, comme hypothèse, axiomatique ou non, comme outil méthodologique, technique d'écriture de modèles. Évidemment, une utilisation n'exclut pas l'autre. Il est possible de considérer dans un premier temps logique une analyse théorique de la génétique des anticipations, puis d'en utiliser les résultats pour fonder une technique de modélisation. Toutefois, cette priorité logique n'est pas nécessaire à la deuxième utilisation: il est possible de recourir à une formulation donnée, axiomatique, des anticipations sans expliquer leur fondement psychologique ou la procédure d'où elles sont issues. C'est, comme nous l'avons vu au second chapitre, ce que faisait Muth dans sa formulation initiale de l'hypothèse des anticipations rationnelles.

Par voie de conséquence, puisqu'il est possible de voir cette hypothèse comme une théorie explicative, ou comme un axiome définitionnel, cela n'influence pas le choix d'un critère d'évaluation de la préservation de son intégrité, étant donné que l'hypothèse des anticipations rationnelles est un corps théorique clairement défini, une hypothèse explicitement formulée mathématiquement, une des plus précises de la théorie économique contemporaine. Peu importe l'utilisation qui en est faite, et le pouvoir explicatif qu'on cherche à lui accorder, il est possible d'analyser les modifications, le rejet ou l'absence de rejet qu'entraîne son application à un système dynamique chaotique.

Deuxièmement, que l'hypothèse des anticipations rationnelles soit utilisée pour elle-même en vue d'expliquer le comportement des agents ou qu'elle soit intégrée dans un modèle théorique, ce n'est que l'objet d'explication qui serait affecté par une modification de l'hypothèse suite à l'apparition d'un comportement chaotique, sans égard à son utilisation. Par exemple, si l'hypothèse des anticipations rationnelles est modifiée, lorsqu'on l'utilise comme explication de la génétique des anticipations des agents, c'est l'explication de cette génétique qui est affectée, et si c'est à l'intérieur d'un modèle qu'elle est employée, on altère possiblement le comportement du modèle, mais dans les deux cas, les anticipations rationnelles sont modifiées de la même façon, peu importe le champ de leur application.

Donc notre méthode d'analyse de l'effet de la dynamique de stabilité faible sur l'hypothèse des anticipations rationnelles nous conduira d'abord à examiner les mobiles fondant leur rejet, et ces mobiles sont généralement liés dans la littérature à une exigence d'explication de la génétique des prédictions, à la première utilisation que nous venons d'évoquer. On récuse souvent l'applicabilité des anticipations rationnelles par des considérations psychologiques, logiques ou philosophiques, parce qu'elles demanderaient une capacité de calcul trop importante de la part de l'agent, par exemple. Implicitement ou explicitement, on attribue à cette hypothèse un objectif de connaissance des processus cognitifs gouvernant le comportement des agents, sans égard à l'utilisation qui en est faite réellement dans la littérature. Dans un second volet l'examen des arguments favorables au maintien de la théorisation en termes d'anticipations rationnelles est lié, ici généralement de façon explicite, à une position épistémologique de donner intentionnellement à celles-ci uniquement le statut d'outil syntaxique de modélisation. Comme nous le verrons, l'une et l'autre position tiennent en grande partie à un choix épistémologique quant au statut qui est accordé aux anticipations rationnelles.

Cette différenciation dans le caractère qu'on leur accorde suppose une réflexion sur les conséquences des choix épistémologiques qui sont faits, souvent implicitement et sans interrogation sur leurs implications, et qui fondent les oppositions entre partisans et adversaires des anticipations rationnelles. Trop souvent, on retrouve dans le camp hétérodoxe des arguments opposés aux anticipations rationnelles qui leur reprochent leur irréalisme et leur manque de compétence à expliquer les processus prédictifs réels des agents, sans relever le fait qu'une telle prise de position repose généralement sur une épistémologie instrumentaliste, et très souvent de façon consciente et explicite de la part des théoriciens utilisant cette hypothèse. En différenciant les deux approches opposées dans notre analyse, nous sommes en mesure de mettre cette dualité en lumière.

4.2. La génétique des anticipations des agents

La plupart des critiques des anticipations rationnelles leur reprochent leur manque de réalisme. C'est donc que le point de vue adopté ici considère que l'hypothèse des anticipations rationnelles devrait avoir comme objectif l'explication du processus de formation des anticipations effectives des individus. Il est alors patent qu'elle reposera sur une théorie de la connaissance, qui est souvent ramenée à un processus d'acquisition de l'information de la part des individus.

Rappelons que l'hypothèse des anticipations rationnelles stipule que les agents utilisent toute l'information disponible pour former leurs anticipations, et qu'ils ne feront pas systématiquement d'erreurs de prévision. Cela implique que le terme stochastique dans la fonction d'anticipation doit être orthogonal à l'ensemble des informations disponibles dans le modèle. L'anticipation des variables est alors expliquée de la même façon que leur réalisation effective dans l'ensemble du modèle. On impute aux agents dans le modèle la connaissance de la structure paramétrique du modèle en question. De sorte qu'avec le temps et l'acquisition d'une information

toujours meilleure, la structure du modèle, et, à terme, de l'économie, sera le produit de la règle de décision des individus.

La théorie de la connaissance sur laquelle reposera l'hypothèse des anticipations rationnelles dans ce cadre devra être compatible avec un concept quantitatif d'acquisition d'informations. Connaître « mieux » deviendra accumuler une quantité d'informations toujours plus grande. C'est ce que représente, en effet, dans l'équation 2.2 le symbole Ω_t , l'ensemble des informations disponibles au temps t . Il serait possible, manifestement, de considérer cet ensemble comme un concept qualitatif, qui serait fonction du temps et de l'expérience des agents. Mais on considère dans la littérature que l'hypothèse des anticipations rationnelles repose sur une logique inductive quantitative.

La formulation de cette logique inductive repose sur la théorie des probabilités bayésiennes (Cyert et DeGroot 1974; Blume, Bray et Easley 1982), dont l'utilisation tend à être aujourd'hui de plus en plus généralisée dans la théorie économique. Le théorème de probabilité inverse, élaboré par Bayes en 1763, permet de calculer la probabilité qu'un événement passé se soit produit, étant donné qu'un événement subséquent s'est réalisé. Cette probabilité *a posteriori* permet de donner au processus inductif une plus grande souplesse dans son analyse, en tenant compte de l'information passée qui vient modifier l'information présente, c'est-à-dire la structure économique actuelle (voir Tiao et Zellner 1964). Puisque cette notion d'information bayésienne est un concept probabiliste, il est tout naturel que l'information soit traitée comme une valeur quantitative, et non pas qualitative (Zellner 1971, ch. 1).

Puisque le processus d'apprentissage sous l'optique des anticipations rationnelles est typiquement bayésien, et que cette méthodologie est un processus inférenciel, il fera face à des difficultés méthodologiques liées au problème de

l'induction de Hume (Rutherford 1983-4, p. 386). Le problème de l'induction repose sur l'idée de justificationnisme, c'est-à-dire la nécessité d'une justification logique à la validité du savoir: la connaissance de lois générales étant issue de la cueillette d'informations, d'expérimentations, l'interrogation épistémologique a longtemps cherché à justifier logiquement le passage de la collecte d'informations multiples à la production de principes universels. On appelle inductivisme le justificationnisme fondé sur la logique inductive (Boland 1982, p. 14). Or le problème de l'inductivisme est insoluble: il est « impossible de *prouver* la vérité du principe de l'induction en faisant appel à l'expérience », selon la formulation de Russell (1912, p. 79, italiques dans le texte)².

Pour Boland (1982, p. 74) l'inductivisme soutient un des fondements du corpus néoclassique: le psychologisme. Une théorie de la connaissance défendant un point de vue inductiviste étant irrecevable, on sera donc justifié de rejeter l'hypothèse des anticipations rationnelles comme théorie explicative de la génétique des anticipations, parce qu'elle demanderait une énorme capacité de cueillette et de traitement de l'information: « it is now difficult to know where rationality stops and omniscience begins » (Gomes 1982-3, p. 51). De plus, la psychologie expérimentale montre que les agents ne répondent pas à une logique inductive dans leur apprentissage, et que par conséquent ils ne produisent pas leurs anticipations selon un processus assimilable dans son essence à l'hypothèse des anticipations rationnelles (Rutherford 1990). Lovell (1986) a produit une étude empirique du comportement de manufacturiers, pour savoir si l'hypothèse des anticipations rationnelles était vérifiée dans la réalité, en particulier par rapport à l'utilisation que font les individus de l'information (et non pas par rapport uniquement au succès de leurs prévisions), et l'a rejetée.

Mais des analyses théoriques réfutent également le réalisme des anticipations rationnelles, et proposent des méthodes alternatives de modélisation du processus de

prévision, comme c'est le cas du modèle d'apprentissage de Haltiwanger et Waldman (1985) dans lequel, plutôt que d'introduire des imperfections dans l'hypothèse des anticipations rationnelles pour expliquer les divergences avec la réalité, on fait intervenir un concept d'hétérogénéité dans les capacités des agents à acquérir efficacement l'information (p. 336), dans une perspective d'obtenir plus de réalisme descriptif des anticipations individuelles (p. 326). D'autre part, une logique inductive d'apprentissage supposerait l'homogénéité des phénomènes économiques dans le temps, ce qui pour les critiques de cette catégorie, ne serait pas le cas dans la réalité. On se réfère alors aux prises de position de Keynes (1937; 1939; cf. Rutherford 1983-4, p. 383), qui nourrissait un scepticisme certain face à la possibilité de lois générales applicables à l'économie, et d'outils statistiques empruntés aux sciences naturelles, à cause de la non homogénéité temporelle des phénomènes économiques.

Un travail critique face à l'hypothèse des anticipations rationnelles, publié dans ce qui est devenu au cours des années 1980 un des organes les plus importants de la nouvelle macroéconomie classique, le *Journal of monetary economics*, montre que les changements dans la structure de l'économie peuvent rendre un équilibre avec anticipations rationnelles non effectif (Shiller 1978); cette analyse repose en grande partie sur l'impossibilité de l'induction. Et puisqu'il n'y a pas de possibilité de preuve inductive complète, il n'existe pas de connection indiscutable entre la quantité de preuves trouvées en faveur d'une théorie et sa vérité probable (Lakatos 1970, p. 95). Par conséquent, on ne peut baser une prédiction d'un futur inconnu par essence sur une connaissance inductive: « [t]here is no inductive proof which says that for knowledge to be true it must have an inductive proof » (Boland 1982, p. 78); or c'est ce que tente d'accomplir l'hypothèse des anticipations rationnelles, et c'est pour cette raison que ces critiques la rejettent. Pour Rutherford (1983-4, p. 385), il faut abandonner ces « idées inductives », qui sont le lot des théoriciens des anticipations rationnelles; l'accumulation du savoir ne peut être réduit à une simple accumulation

quantitative de données. On demande une théorie faisant place à un savoir qualitatif et social:

The theory of knowledge put forward by the objective, data-respecting, sober style of modernism in Muth's paper is that the privileged form of knowing is knowing by the lone person himself, *solus ipse*. That is, real knowing is said to be individual and solipsistic, not social. No one needs to *say* anything to you, the Cartesian says, to persuade you of the ancient proof of the irrationality of the square root of 2. There is nothing social about your assent to it. So too the metaphor of facing fact. One turns towards it (the Cartesian professor now turns and talks in the direction of an imagined object), and there it is. We face 'observations' for 'the real tests.' No need to talk. (McCloskey 1985, p. 99)

En conclusion, une théorie dynamique déterministe qui fonde l'essence de son explication du déroulement des événements sur l'imprédictibilité ne pourrait avoir recours à une analyse en termes d'induction bayésienne, puisque le futur devient complètement inutilisable pour l'action présente. À cet égard, il faut noter que Mirowski (1990, p. 305) est impitoyable envers la théorie néoclassique, et pour lui les théories du chaos sont une nouvelle démonstration que la théorie néoclassique ne peut être préservée: « [t]his [chaos] theory will have to allow for randomness not as error or perturbation, but as constituting the very substrate of economic experience in a manner never dreamed of by the advocates of rational expectations. [...] what the chaos literature will not do is augment or save neoclassical theory³. »

4.3. Grammaire de la modélisation économique

Comme nous l'avons mentionné, il n'est toutefois pas nécessaire d'adopter un point de vue réaliste face aux anticipations rationnelles, et il est pensable d'élaborer l'analyse *comme si* les agents anticipaient rationnellement. On ne postule pas aux agents en réalité le pouvoir de produire réellement avec efficacité leurs anticipations en tenant compte de l'ensemble de l'information disponible, comme on le modélise, mais on s'appuie sur une méthodologie instrumentaliste de la rationalité.

Intuitivement, il est supposé que c'est dans la nature du système économique de produire chez les agents qui le composent un comportement tel qu'il puisse être modélisé en termes d'anticipations rationnelles. Ce point de vue s'appuie généralement sur les positions épistémologiques de Friedman (1953), proches de l'instrumentalisme sans lui être assimilable complètement, et dont, par ailleurs, les thèses économiques ont influencé fortement les auteurs de la nouvelle macroéconomie classique et de l'hypothèse des anticipations rationnelles, qui furent pour plusieurs ses étudiants à Chicago⁴.

Dans cette perspective, il est nécessaire de mettre l'accent sur la souplesse de l'outil-anticipations rationnelles. L'hypothèse des anticipations rationnelles sont tautologiques et axiomatiques: le comportement des agents est supposé rationnel par construction, sans égard à l'examen du comportement effectif. Lagueux (1988) montre que les argument aprioristes ne sont pas réfutables, même en essayant de les baser sur des fondements empiriques. C'est pourquoi certains modèles avec anticipations rationnelles, comme celui que nous avons présenté au chapitre III, peuvent produire des flots chaotiques sur un attracteur et devenir complètement imprédictibles.

Dans une des toutes premières analyses de comportement chaotique sous anticipations rationnelles, Benhabib et Day (1981) montrent « that rational choice in a stationary environment can lead to erratic behaviour when preferences depend on experience » (p. 359), en imputant aux préférences une dynamique cyclique ou quasi-cyclique. Dans une autre optique, van der Ploeg (1986) montre qu'un modèle financier non linéaire déterministe avec anticipations rationnelles peut produire une dynamique de stabilité faible, dont le comportement n'est pas discernable de celui des modèles stochastiques linéarisés, tels qu'ils sont utilisés par les économétriciens. Il met donc en garde contre les risques de ne pouvoir distinguer une dynamique stochastique d'un flot sur un attracteur chaotique, ce dernier cas étant beaucoup plus

riche en informations, puisqu'il est structurellement borné; sa formulation des anticipations rationnelles n'est aucunement affectée par le flot chaotique, et épouse le comportement du modèle de la même façon que s'il était linéaire.

Dès lors, l'argument exposé à la section précédente par Shiller (1978) voulant qu'un équilibre avec anticipations rationnelles puisse être remis en question parce que la structure de l'économie dans le temps n'est pas stable ou homogène, et que par conséquent un processus d'acquisition d'informations fondé sur une logique inductive bayésienne ne puisse tenir, n'est, dans ce cadre-ci, pas recevable, puisque non seulement on postule aux agents la connaissance de la structure de l'économie, mais on fait de celle-ci un produit à long-terme des anticipations des agents. Les modèles faisant intervenir les anticipations rationnelles possèdent une auto-référence telle qu'illustrée à la figure 4.1 ci-après. Une variable explicative y^a , l'anticipation de la valeur de y aux périodes subséquentes, est introduite, qui est fonction d'un certain nombre de paramètres (β) et de l'ensemble de l'information disponible au moment de former les anticipations (Ω). Cet ensemble d'informations contient deux éléments particuliers: à la fois les paramètres du modèle, c'est-à-dire sa structure constitutive, et à la fois la distribution de probabilité des termes stochastiques qu'il inclut. Donc, un système non linéaire qui possède un attracteur étrange pourra contenir comme terme explicatif une variable anticipée. Si ce modèle est construit avec l'hypothèse des anticipations rationnelles, l'ensemble d'informations qui constitue la partie conditionnelle de l'espérance de la variable anticipée inclura la structure non linéaire et chaotique du système. Si le flot de ce système se situe sur l'attracteur étrange, il sera alors impossible d'établir des prédictions efficaces sur son comportement futur. Mais cette conséquence ne remet pas en question l'hypothèse des anticipations rationnelles qui veut que l'anticipation des variables par les agents soit modélisée comme les probabilités objectives du modèle. L'imprédictibilité est considérablement augmentée (en fait, il n'y a plus de prédictibilité précise possible, mais une enveloppe

qualitative de possibilités) qui rend nulle toute prédiction, mais cette possibilité est présente même dans un système linéaire, lorsque la variance du terme stochastique du modèle explicatif est très élevée⁵.

$$y_{t+i}^a = \beta E(y_{t+i} | \Omega_t) + \dots$$

Figure 4.1. Principe d'auto-référence des anticipations rationnelles

Cette situation en apparence paradoxale tient à la nature même de la modélisation sous l'hypothèse des anticipations rationnelles. Car cette hypothèse n'est en dernière analyse qu'une technique de modélisation, une syntaxe. La structure traditionnelle d'un modèle en économie est illustrée à la figure 4.2. Un modèle est tout d'abord constitué de variables explicatives, qui sont les diverses observations empiriques recueillies par les travaux empiriques. Ces observations sont liées à la variable (ou aux variables) expliquée(s) par un calcul algorithmique, à travers la structure du modèle, c'est-à-dire ses paramètres. Traditionnellement (*i.e.* dans l'économie dominante d'après-guerre), on considérait ces paramètres comme relativement stables dans le temps, et dont les modifications répondaient à des variations tendancielle à long terme dues aux innovations technologiques et productives ou aux changements démographiques. La « critique de Lucas » (1976) rationalise les impacts méthodologiques de l'utilisation de l'hypothèse des anticipations rationnelles, qui remet en question cette vision des modèles économiques (il a lui-même élaboré la référence des modèles de cette forme dans Lucas 1975):

Given that the structure of an econometric model consists of optimal decision rules of economic agents, and that optimal decision rules vary systematically

with changes in the structure of series relevant to the decision maker, it follows that any change in policy will systematically alter the structure of econometric models. (Lucas 1976, p. 41)

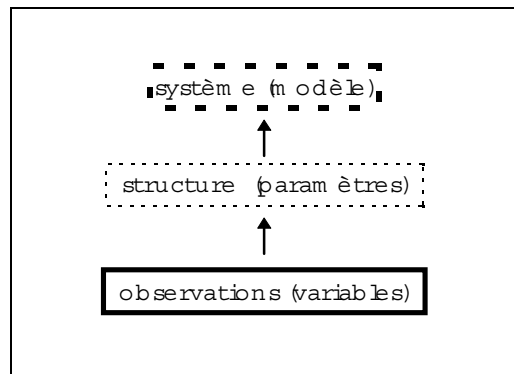


Figure 4.2. Composantes d'un modèle

La structure du système modélisé, c'est-à-dire ses paramètres, possède le même rôle que les variables qu'elle contraint, puisqu'elle s'adapte elle-même aux anticipations des agents. La structure effective du modèle sera la structure anticipée des agents. Cette déduction logique de l'hypothèse posée par Muth montre la force des anticipations rationnelles. Puisque le modélisateur croit nécessaire d'introduire dans son modèle les anticipations des agents pour expliquer le comportement des variables macroéconomique, mais que ces anticipations sont difficilement mesurables directement, imputer la connaissance aux agents (modélisés) de la structure du modèle est la syntaxe la plus simple à adopter.

Cette capacité importante, en plus d'apporter une solution simple aux problèmes de modélisation des anticipations, confère à ce type de modélisation une grande souplesse. C'est ce qui permet à plusieurs auteurs de développer des théories éloignées, dans leurs conclusions, de celles de la nouvelle macroéconomie classique (associée d'abord au néo-libéralisme, à la modélisation en termes d'efficacité de marché, etc.) en recourant aux anticipations rationnelles. Ceux qu'on appelle maintenant « néo-keynésiens », issus de la nouvelle macroéconomie classique,

utilisent des modèles avec anticipations rationnelles, mais intègrent des rigidités nominales. Ils permettent « de voir comment des ‘petites rigidités nominales’ peuvent engendrer d’importants effets réels sur le plan macroéconomique » (Beaud et Dostaler 1993, p. 180). En particulier, il faut mentionner les modèles d’Akerlof et Yellen (1985), qui utilisent une hétérogénéité dans les capacités d’apprentissage des agents, comme Haltiwanger et Waldman (1985), ou de Mankiw (1985) et qui produisent un modèle du cycle sous ces conditions (voir également Caplin et Spulber 1987 et Parkin 1986).

Ces auteurs ne recourent pas à des tests de dépendance sensitive aux conditions initiales, et, de fait, leurs modèles ne produisent pas un flot chaotique, mais ils mettent toutefois en place les conditions d’émergence d’une dynamique de stabilité faible qui se trouverait sur un attracteur étrange. C’est le cas, par exemple, des possibilités de « bulles spéculatives » qui possèdent une dynamique de stabilité faible provenant du caractère auto-réalisateur des anticipations (Rosser 1991, p. 74), comme dans les modèles d’actifs en termes de monnaie de Brock (1974) ou d’actifs non monétaires comme dans Calvo (1978), qui produisent des bulles à équilibres multiples d’anticipations rationnelles.

4.4. Choix de critère et positions épistémologiques

Il y a donc deux approches épistémologiques principales possibles à l’hypothèse des anticipations rationnelles: comme théorie explicative de la génétique des anticipations et comme outil de modélisation axiomatique. Il faut noter que dans la littérature, une grande partie des modèles qui utilisent les anticipations rationnelles ont recours à une épistémologie instrumentaliste, et ne considèrent pas cette hypothèse comme un reflet de la réalité, même approchée. C’est la position de l’article fondateur de Muth (1961, p. 317), rappelons le: l’hypothèse avancée par lui « *does not* assert that the scratch work of entrepreneurs resembles the system of equations in any way; nor does it state

that predictions of entrepreneurs are perfect or that their expectations are all the same ».

La conséquence de la circularité que nous avons exposée à la section précédente est primordiale. Le modèle s'adaptera lui-même aux changements structuraux qui pourraient difficilement être repérés dans l'évolution temporelle des données. Mais en même temps, cette situation constitue le facteur limitant des anticipations rationnelles, puisque, même dans l'hypothèse où elles produisent de meilleures prédictions quantitatives, elles n'ont pas de propriétés explicatives du fonctionnement économique. Les anticipations modélisées des agents de la structure de l'économie sont égales à la structure modélisée de l'économie: cette circularité interdit tout caractère explicatif du modèle.

Ces deux positions semblent irréconciliables. Selon la prise de position épistémologique que l'on adopte, l'attente nourrie envers une théorie ou une hypothèse comme celle des anticipations rationnelles sera radicalement différente, et le critère de validité qu'on y attache sera lui aussi complètement distinct. Mais la théorie du chaos peut construire un pont entre les deux positions, aussi fragile soit-il. En effet, dans la première situation, on rejette les anticipations rationnelles parce qu'elles demandent beaucoup trop de compétence dans le traitement de l'information de la part des agents, *a fortiori* face à un futur totalement imprédictible comme on le retrouve dans le cas chaotique. Dans le second cas de figure, l'hypothèse des anticipations rationnelles ressort intacte de son application à un système dynamique positionné sur un attracteur chaotique, mais cette application met en lumière l'absence de signification que cette hypothèse peut avoir pour l'explication réelle des variables anticipées. Il y a lieu, alors, de concilier les exigences de réalisme du premier camp avec les résultats du second. Prigogine et Stengers (1979, p. 360 et 377) tirent conclusion fondamentale des théories du chaos:

Là où s'arrêtent les lois générales de la thermodynamique peut se révéler le rôle constructif de l'irréversibilité; c'est le domaine où les choses naissent et meurent, ou se transforment en une histoire singulière que tissent le hasard des fluctuations et la nécessité des lois. [...] Comme pour les matérialistes qui voulaient concevoir une nature capable d'histoire, les lois de la mécanique réversible ont été pour nous un obstacle, mais nous ne les avons pas déclarées fausses au nom d'un autre type de lois universelles. Bien au contraire, alors que nous avons découvert les limites de leur champ d'application, nous leur avons conservé leur caractère fondamental; elles constituent la référence technique et conceptuelle qui nous est nécessaire pour décrire et définir le domaine où elles ne suffisent plus à caractériser le mouvement.

Ce que la dynamique de stabilité faible nous indique, c'est que le caractère fondamental que l'on doit conserver dans l'hypothèse des anticipations rationnelles, est la souplesse syntaxique qu'elle apporte à la modélisation économique. À cette souplesse, il faut toutefois réintégrer une notion de la rationalité qui ne soit pas instrumentale, afin de satisfaire le besoin de compréhension des mécanismes d'anticipations, besoin qui émerge de la théorie macroéconomique depuis Keynes. C'est dans ce sens que nous concluons au prochain chapitre notre examen des conséquences de l'application des anticipations rationnelles aux systèmes chaotiques.

Notes du chapitre IV

- 1 Une partie des résultats de ce chapitre ont produit les réflexions contenues dans Marcil (1995).
- 2 Une preuve logique de l'invalidité de l'induction est fournie par le théorème de Popper-Miller (Popper et Miller 1983).
- 3 Il ajoute (*id.*): « We may finally have arrived at the critical juncture in human intellectual history where our images of the natural world are so very anomic and frightening that economists can no longer seek to imitate physics, since it would undermine their role and function in social life. » Ailleurs (Mirowski 1989), il considère que les travaux de Mandelbrot conduisent à l'abandon des techniques économétriques telles qu'on les connaît, et qu'à chaque problème empirique devrait correspondre une méthode particulière.
- 4 Voir les entrevues de Arjo Klamer (1983) avec les théoriciens de la nouvelle macroéconomie classique, qui semblent souvent prendre leurs distances avec Friedman, tout en reconnaissant, évidemment, l'influence énorme qu'il a eue sur eux.
- 5 Hayek avait avancé l'idée selon laquelle les sciences sociales, contrairement aux sciences naturelles, ne peuvent produire de prédictions exactes, mais, au mieux, des «second best», des «pattern predictions», c'est-à-dire des prédictions d'orientation générale, de structure des grandeurs économiques (Hayek 1974, p. 7). Cette idée semble s'approcher des prédictions dans un système à dynamique de stabilité faible, limitées à une enveloppe qualitative finie (nous devons à Robert Nadeau cette remarque; cf. Paque 1990).

V Leçons et défis: rationalité et histoire

People are willing to believe such [chaotic] models because they see butterflies in their own lives. [...]

But the attraction of the chaotic is also the attraction of magic. The accident has the power of magic, a childish omnipotence of thought in which I can change the world with a word. [...]

Chaos pleases us, then, by reintroducing a sense of magic, a sense of many possibilities.

D.N. McCloskey, « History, differential equations, and the problem of narration » (1991, p. 31-2).

L'histoire est le produit le plus dangereux que la chimie de l'intellect ait élaboré [...]. L'histoire vérifie ce que l'on veut, elle n'enseigne rigoureusement rien, car elle contient tout et donne des exemples de tout.

P. Valéry, *Regards sur le monde actuel* (1962, p. 40).

Puisque seule la connaissance des processus qui ont présidé à la genèse de la chose permet d'avoir la science de cette chose, les choses humaines, les institutions, dans le sens le plus large du terme, ne pourront être comprises que dans une perspective génétique, temporelle, historique, en tant qu'elles découlent des modifications de notre esprit humain lui-même.

Vico, *La science nouvelle* (1725, p. 85).

5.1. Point de vue épistémologique et rationalité

La leçon principale des théories du chaos, particulièrement à travers l'analyse de la dépendance sensitive aux conditions initiales, est qu'un système déterministe très simple peut, sous certaines conditions, produire un comportement qui n'est pas différenciable de celui d'un système stochastique. Du très simple et du parfaitement déterminé émerge le complexe et l'imprévisible. La sensibilité aux variations minimales dans les paramètres ou les conditions initiales, qui produit la perte de

mémoire du signal par rapport à lui-même, « revient à faire de l'imprédictibilité l'aspect déterminant du chaos » (Bergé *et al.* 1984, p. 109). C'est la définition canonique que donnait la Royal Society lors d'une conférence en 1986 pour faire le point sur les débats et découvertes en la matière: « comportement stochastique se produisant dans un système déterministe » (Stewart 1989, p. 35).

D'autre part l'application de l'hypothèse des anticipations rationnelles, qui stipule que la distribution de probabilité des anticipations des agents suit celle des variables réalisées, à un système possédant une dynamique de stabilité faible pose la question fondamentale de sa signification réelle. Puisque dans sa formulation cette hypothèse stipule que les agents utilisent toute l'information qui leur est disponible pour faire la meilleure prévision sous contrainte des coûts d'acquisition de l'information, on serait porté à croire que son opérationnalité est complètement minée dans le cas chaotique, puisque le coût tendrait vers l'infini. Est-elle alors une théorie explicative de la genèse de ces prévisions ou simplement une technique normative entrant en jeu dans le processus de modélisation? Nous croyons avoir montré que les utilisateurs de l'hypothèse des anticipations rationnelles n'ont pas la prétention d'en faire une théorie explicative de la genèse des anticipations des agents, et que ce sont les auteurs critiques de cette utilisation qui cherchent à lui attribuer un pouvoir explicatif qu'elle ne possède pas dans sa définition. Nous croyons que cet antagonisme relève de prises de position épistémologiques opposées l'une à l'autre, les utilisateurs des anticipations rationnelles recourant à une méthodologie de type friedmannienne du *comme si*, ou plus généralement, instrumentale. La « rationalité » définie par l'hypothèse des anticipations rationnelles n'étant, en dernière analyse, qu'instrumentale, caractéristique générale du corpus néoclassique central (voir Beaud et Dostaler 1993, p. 171 *et sqq.*).

En définitive, les anticipations rationnelles relèvent de la catégorie des axiomes fondateurs du corpus central de la théorie économique contemporaine, et ont un

caractère purement tautologique, ce qui à la fois les met à l'abri d'une réfutation quelconque, et empêche de leur imputer quelque pouvoir explicatif que ce soit. Appliquées comme syntaxe de modélisation, elles épouseront, en quelque sorte, l'évolution chaotique du modèle auquel elles sont intégrées. En effet, le modèle s'adaptera lui-même aux changements structuraux qui ne sont pas nécessairement détectables dans l'évolution temporelle des variables. L'hypothèse des anticipations rationnelles sort intacte de son application à un système possédant un flot chaotique, mais cet exercice met en lumière leur caractère profond: l'absence de toute signification.

La divergence fondamentale des prises de positions épistémologiques dans un camp et dans l'autre montre, à notre sens, leur importance, et l'intérêt de la réflexion méthodologique pour la théorie économique. Une position limite du point de vue instrumental fera uniquement appel à un critère d'efficacité de prédiction des modèles, sans accorder de valeur à l'explication des mécanismes sous-jacents. C'est un des écueils les plus importants à nos yeux qui fondent les dissidences entre les divers courants de pensée actuels en théorie économique. L'attente légitime de théories explicatives que d'aucuns ont face à l'objet économique ne peut être comblée par une telle position épistémologique. Nous situons nos désirs dans ce camp, et nous exprimons, dans la dernière section, nos réflexions à ce sujet.

5.2. Raison et histoire: le caractère de la pensée économique

Le diagramme de bifurcation analysé par Feigenbaum (figure 1.10) peut être interprété de la façon suivante: l'ordonnée représentant les solutions possibles de l'état du système, l'abscisse mesure l'écart à l'équilibre, ou le flux (croissant) de déséquilibre (Prigogine et Stengers 1988, p. 61). À chaque point de bifurcation, qu'on peut appeler « fenêtre de bifurcation » (May 1976, p. 462), le système doit « choisir » sa trajectoire; lorsqu'il y a doublement de période, le système peut suivre une

trajectoire cyclique, mais il peut aussi pénétrer dans une zone chaotique. C'est pourquoi (Briggs et Peat 1989, p. 145) affirment:

À chaque point de bifurcation du passé de notre système, un flux survient dans lequel de nombreux futurs existent. Par l'itération et l'amplification du système, un futur est choisi et les autres possibilités disparaissent à jamais. Ainsi, nos points de bifurcation constituent une carte de l'irréversibilité du temps.

En présence de chaos, à chaque fenêtre de bifurcation, le système fait face à un futur ouvert, à une infinité de possibles. Il est devant « un univers de propensions » (Popper 1990). Mais malgré cela, le système demeure parfaitement déterministe. Conséquemment, la théorie du chaos conclut qu'un système déterministe non linéaire de la classe de l'équation 1.3 est imprédictible, mais demeure déterministe.

Ce déterminisme est supporté par l'irréversibilité, et vice-versa. L'irréversibilité émerge de la dépendance aux conditions initiales: après un événement fortuit, insignifiant au niveau macroscopique, s'ensuit une série d'événements causalement reliés, parfaitement déterministes, un effet macroscopique qualitativement important. Il y a émergence, création soudaine, à partir d'un événement insignifiant, d'une histoire entièrement nouvelle et inattendue (Elskens et Prigogine 1986, p. 5759-60). La bifurcation du système vers le chaos empêche le retour vers le passé, affirme l'irréversibilité essentielle du système.

On croit souvent *a priori* que les théories du chaos tuent le déterminisme. En fait, elles ne peuvent continuer de soutenir un principe de déterminisme qui voudrait qu'à chaque état présent du système il y ait un et un seul état subséquent. Une telle conception, celle de Laplace, restreint toute surprise, toute création, parce que l'état du système à l'instant 1 ne peut être autre que celui déterminé par l'instant 0 précédent¹. Mais le déterminisme « chaotique » est celui qui stipule que chaque état du système contient une partie de son passé, mais pas l'ensemble des possibles disponibles dans ses états passés, et que conséquemment son évolution est

irréversible. De sorte que le chaos s'appuie fermement sur le caractère déterministe de la science (Israël 1992 et Ruelle 1981).

Nous appelons hasard les phénomènes qui ont un comportement totalement imprévisible. Et les systèmes dynamiques déterministes chaotiques sont totalement imprévisibles dans la « zone chaotique » du schéma de bifurcation. Ce sont des systèmes qui ont une structure parfaitement prévisible en droit (puisqu'ils participent d'un déterminisme absolu, comme l'équation logistique), mais en pratique, leur comportement semble véritablement stochastique. On penserait réfuter une classe de théories à laquelle appartiendrait le matérialisme historique de Marx et Engels par exemple. L'interprétation habituelle de la pensée de Marx, c'est de la voir comme une théorie déterministe de l'histoire. Selon le schéma traditionnel, les individus sont déterminés par leurs conditions socio-économiques. Mais, comme l'explique Don Lavoie (1989), à la lumière des théories du chaos, cette détermination n'implique pas une négation de la possibilité de choix. Notre état présent est déterminé par notre histoire, mais pas par notre futur; celui-ci est fondamentalement ouvert sur un infini de possibles.

L'absence d'une telle conception ouverte et irréversible de l'histoire dans le corpus central de la théorie économique tient en grande partie au caractère instrumental de la rationalité qui y est incorporé. La définition classique de la science économique de Robbins (1932, p. 30) citée plus haut, subordonnant le choix de moyens d'action les plus efficaces à des fins déterminées, refuse à la raison un rôle dans l'histoire puisque les fins, les choix ultimes des individus ne lui sont pas accessibles. Comme l'explique Max Horkheimer (1974, p. *vii*), « it is not only the business but the essential work of reason to find means for the goals one adopts at any given time ». Le choix de ces buts n'est pas objet de connaissance, et en théorie économique, ce n'est pas un aspect voilé, mais bien une prise de position délibérée: « [r]ationality is an instrumental concept » (Hirshleifer 1985, p. 59).

La principale difficulté qu'entraîne cette conception est l'évacuation de toute réflexion sur les fins des agents économiques, qui sont pourtant une variable essentielle du comportement. Il semble difficile d'admettre que les préférences des agents ne soient pas endogènes aux schémas explicatifs de leur comportement. Les valeurs éthiques déterminent des choix sur les choix et les agents sont en mesure d'avoir des préférences sur leur préférences (Hirschman 1985, p. 8). Le recours à une analyse non instrumentale de la raison permettrait une réflexion plus fine et plus riche du comportement des agents (Stewart 1995). Une telle analyse n'implique pas l'abandon du recours à la raison, mais simplement la reconnaissance que la rationalité, instrumentale ou non, est un concept normatif *per se*. Conséquemment, une réflexion sur les fondements éthiques du comportement des agents, un recours à la raison non instrumentale pour analyser les préférences et les fins des agents et des sociétés, permettrait leur intégration dans le corps théorique de l'analyse économique (Hausman et McPherson 1993, p. 679).

Nous croyons que l'introduction des caractéristiques chaotiques dans les modèles économiques avec anticipations rationnelles ne remet pas en question cette hypothèse, et qu'en conséquence cela montre le « vide sémantique », l'absence de signification économique ou d'explication comportementale de l'hypothèse des anticipations rationnelles. Les anticipations rationnelles sont une syntaxe de modélisation dans une optique prédictive. Si jamais l'économie était un système souvent chaotique, cette modélisation deviendrait toutefois complètement inutile, puisqu'elle ne possède aucun caractère explicatif, et que son pouvoir prédictif s'en trouverait totalement miné. Le besoin pour une théorie explicative plutôt que prédictive relève du choix épistémologique, mais en présence de chaos, ce choix semble inévitable. A. Boutot (1991, p. 173) évalue ainsi que la théorie non linéaire sonne le glas de la « science positive », celle qui s'identifie trop à la technique et à la description et pas assez à l'explication; « la théorie du chaos accroît en revanche

l'intelligibilité du réel » (p. 175). La théorie du chaos incitera peut-être certains économistes à appréhender l'économie d'une autre façon, structurelle, ancrée dans sa nature historique.

Christian Vidal tire la leçon suivante des théories du chaos (débat dans Bergé *et al.* 1984, p. 289):

Du point de vue philosophique, il y a une idée extrêmement forte qui mettra sans doute du temps à pénétrer et à imprégner les mentalités: elle découle de ce concept central de sensibilité aux conditions initiales, auquel on donne parfois le nom de dynamique de stabilité faible. Cette idée capitale, c'est qu'à travers ce concept la science est, une fois de plus, en train de reconnaître, d'identifier ses propres limites. [...] Ici, de façon un peu analogue [au principe d'incertitude d'Heisenberg], la notion de sensibilité vis-à-vis des conditions initiales nous interdit à tout jamais l'espoir d'être un jour capable de prédire le devenir d'un système dynamique dont le flot s'inscrit sur un attracteur étrange. Et ceci, quoi qu'on fasse. [...] Dans les deux cas, cependant, il s'agit d'une identification de limites intrinsèques de la science, et, *ipso facto*, de son pouvoir. Ce pouvoir existe, bien entendu, mais il est borné au sens le plus mathématique du terme. Que la science, au fur et à mesure qu'elle progresse, se révèle ainsi capable de trouver par elle-même certaines des frontières de son champ d'action, n'est somme toute pas si banal, ni si indigne d'intérêt.

Cet enseignement, qu'il formule pour les sciences de la nature, ne peut, à coup sûr, être rejeté pour la théorie économique.

Note du chapitre V

- 1 Il faut noter que nous escamotons dans cette analyse restreinte un problème fondamental du déterminisme scientifique: l'opposition global/local. Le déterminisme de Laplace, auquel se réfère Poincaré (1902, p. 161) pour affirmer qu'il ne tient plus à cause du second principe de la thermodynamique (*a fortiori* en présence de sensibilité aux conditions initiales), est un déterminisme global: l'état de l'univers (*i.e.* de tout ce qui existe) est déterminé par son état passé. Si cette question est philosophiquement importante, le problème scientifique est de nature locale, et la théorie du chaos s'applique à des situations locales, mais fermées (comme l'équation logistique); *cf.* Bachelard (1951, pp. 212-3), Hunt (1987, p. 132), Israël (1992, p. 258) et Stone (1989).

Annexe: développements mathématiques

1. Théorème de Li-Yorke

Ce sont les mathématiciens Li et Yorke (1975) qui ont formulé un théorème définissant les caractéristiques d'un système chaotique (et qui ont par ailleurs utilisé pour la première fois le mot chaos dans cet article). Ils définissaient toutefois le chaos de façon légèrement plus limitative (on découvrit par la suite qu'il s'agissait d'un cas particulier d'un théorème connu, celui de Sarkovskii). Leur définition, qui demeure utile, est la suivante (théorème de Li-Yorke): Soit $f: I \rightarrow I$ une transformation continue sur l'intervalle I (comme l'équation logistique **1.3** par exemple), s'il y a un point $y_t \in I$ tel que:

$$f^{(3)}(y_t) \leq y_t < f(y_t) < f^{(2)}(y_t) \quad \mathbf{A1.1}$$

tel que:

$$f^{(2)}(y_t) = f(f(y_t)) = f(y_{t+1}) = y_{t+2} \quad \mathbf{A1.2}$$

alors:

- 1° pour chaque k entier, il y a un point périodique dans I de période k ;
- 2° il y a un ensemble non dénombrable $S \subset I$ de points initiaux aperiodiques tel que:
 - i.* peu importe le rapprochement qu'il peut y avoir entre deux trajectoires aperiodiques, elles se distancieront éventuellement l'une de l'autre;
 - ii.* toutes les trajectoires possibles se dirigent arbitrairement près l'une de l'autre;

- iii. aucune trajectoire apériodique ne convergera asymptotiquement vers une autre trajectoire;
- 3° tout système unidimensionnel ayant les propriétés 1° et 2° sera dit chaotique.

2. Modèle de Ruelle-Takens

Nous ne développerons pas ici l'axiomatique de la théorie de Ruelle et Takens (1971) qui est complexe, et se rattache d'abord à l'analyse de la turbulence, mais nous donnons quelques éléments d'interprétation, tels que fournis par Bergé *et al.* (1984, pp. 171-9). L'essentiel de la rupture épistémologique produite par leur article de 1971 (c'est ainsi que le caractérise Bergé *et al.*) est d'avoir produit une avancée profondément nouvelle au mécanisme de marche vers la turbulence de L.D. Landau, outil classique de la physique dynamique. La théorie de Landau stipulait qu'il était nécessaire d'obtenir un très grand nombre de bifurcations successive à un système pour engendrer la turbulence, alors que la théorie de Ruelle-Takens stipule qu'il suffit d'un tout petit nombre de bifurcations pour produire un flot chaotique.

Bergé *et al.* imaginent l'expérience suivante. Considérons un système dynamique quelconque dans un état stationnaire (par exemple l'écoulement laminaire d'un fluide). Si on augmente un paramètre de contrôle de cet écoulement, supposons qu'il devienne oscillatoire de fréquence f_1 ; ce passage s'appelle bifurcation de Hopf. Supposons trois de ces bifurcations, qui produisent les trois fréquences indépendantes f_1 , f_2 , et f_3 . Alors, Ruelle et Takens montrent que le tore T^3 correspondant à ces trois dimensions de bifurcation peut généralement atteindre un flot chaotique, et produire un attracteur étrange. Ils montrent de plus que les perturbations peuvent détruire le tore des bifurcations de Hopf pour produire un attracteur étrange, qui lui (contrairement au système de départ), sera structurellement stable. Contrairement à la théorie de Landau, jusqu'alors en vigueur, il ne suffit plus d'une infinité de bifurcations pour produire une turbulence, mais de seulement trois. Conséquemment,

cette théorie « montre donc qu'un système à petit nombre de degrés de liberté peut engendrer un régime chaotique » (Bergé *et al.* 1984, p. 173).

L'étude du passage de l'écoulement laminaire à l'écoulement turbulent peut être simulée numériquement avec le développement d'une fonction quasi-périodique à trois fréquences $X(t)$:

$$X(t) = F(f_1 t, f_2 t, f_3 t) \quad \text{A2.1}$$

Les itérations numériques appliquées à une application de Poincaré du tore produit par cette fonction F permettent de calculer les exposants de Lyapunov (voir section 3 ci-après), et de déterminer si le flux observé est sur un attracteur étrange. Les études empiriques recourant à cette classe de concepts ont recours à l'analyse de densité spectrale des flux temporels.

3. Identification empirique d'un comportement chaotique

Deux méthodes principales existent pour identifier la dynamique de stabilité faible d'un système chaotique (Jarsulic 1993, p. 358-9): l'exposant de Lyapunov et la mesure de la dimension de corrélation du système dynamique sous-jacent.

L'exposant ou le nombre caractéristique de Lyapunov est une des méthodes les plus communes de détection du chaos dans les sciences naturelles. L'exposant de Lyapunov λ mesure la vitesse de divergence entre les trajectoires sur un attracteur. En effet, on a vu au chapitre I que les courbes intégrales du flot chaotique sur l'attracteur s'éloignent une de l'autre exponentiellement en fonction du temps; l'exposant λ cherche à capter cette caractéristique. Une définition simple de ce nombre est donnée par:

$$\lambda(x_0) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln |D F(x_i)| \quad \text{A3.1}$$

où

$$x_i = F^i(x_0) \quad \mathbf{A3.2}$$

F^i étant la i ème itération de la fonction F du système dynamique. Certains résultats, des théorèmes ergodiques multiplicatifs, établissent l'existence de cette limite dans un grand nombre de situations empiriques (Bergé *et al.* 1984, p. 304), ce qui autorise son application à la recherche empirique. Une moyenne logarithmique d'un résultat dérivé de **A3.1** permet de concevoir une méthode de détermination expérimentale de l'exposant de Lyapunov. L'exposant caractéristique λ , le taux de divergence de la trajectoire par période moyenne (sans dimension), est remplacé par une moyenne logarithmique qui représente alors le taux de divergence par unité de temps. Wolf *et al.* (1985) ont produit une méthode d'estimation lorsque les équations caractéristiques du système dynamique ne sont pas connues. Bergé *et al.* (1984, p. 302-10) discutent des diverses méthodes empiriques de détermination de l'exposant caractéristique d'un flot chaotique sur l'attracteur); voir également Eckmann *et al.* (1986) qui construisent un algorithme spécifique aux séries chronologiques. Finalement Eckmann (1992) donne un aperçu non technique de la question.

Une deuxième méthode de caractérisation empirique est donnée par Grassberger et Proccacia (1983) qui mesure la dimension de corrélation du flot chaotique sur l'attracteur étrange, qui mesure le degré « d'étrangeté » de l'attracteur étrange comme le dit joliment le titre de leur article. Il s'agit de mesurer l'exposant α , dont presque tous les attracteurs chaotiques possèdent la propriété:

$$C(k) = \ln(k)^\alpha \quad \mathbf{A3.3}$$

où $C(k)$ est l'intégrale de corrélation pour la distance k sur la trajectoires de l'espace des phases; α donnera une bonne estimation de la dimension de l'attracteur.

Dans les deux cas, la dimension de l'attracteur sera fractale, comme nous l'avons défini plus haut. Il faut noter, cependant, que ces techniques produisent des résultats peu satisfaisant avec des petites séries de données comme celles qui sont disponibles en économie, et c'est pour cette raison que les résultats les plus intéressants ont été réalisés sur des données financières et boursières dont le mouvement est très rapide.

4. Hypothèse des anticipations rationnelles

Cette exposition mathématique se base principalement sur McCallum (1989, p. 145-73) et Blanchard et Fischer (1989, p. 214-21). Toutes les variables sont exprimées sous forme logarithmique.

Nous supposons que l'agent forme l'anticipation du niveau général des prix une période à l'avance: *i.e.* au temps t , il anticipe le prix p_{t+1}^a de la période suivante (a signifiant que la grandeur de la variable est anticipée). L'écart entre cette anticipation et le niveau des prix effectivement réalisé sera la différence $p_{t+1} - p_{t+1}^a$, où p_{t+1} est le niveau des prix observé en $t+1$. La proposition fondamentale de l'hypothèse des anticipations rationnelles est de conditionner cette erreur d'anticipation à n'être pas reliée systématiquement à aucune information que possède l'agent au moment de la formation de son anticipation, au temps t . Pour satisfaire cette condition, nous devons supposer (c'est l'apport décisif de Muth 1961) que l'anticipation subjective d'une variable par les agents est égale à la moyenne de la distribution de probabilité de la variable anticipée, étant donnée l'information disponible à l'agent. Mathématiquement, cela signifie que la moyenne de la probabilité de distribution de la variable p_{t+1} , étant donnée l'ensemble d'informations disponibles à l'agent au temps t (noté Ω_t) sera l'espérance mathématique conditionnelle de cette variable (pour pouvoir utiliser l'opérateur d'espérance, cette variable doit être aléatoire). Soit la variable aléatoire p_t à laquelle est associée une fonction de densité $f(p_t)$ (c'est-à-dire

la fonction décrivant la distribution de probabilité des différentes valeurs possibles de p_t), alors l'espérance mathématique sera égale à:

$$E p_t = \int p_t f(p_t) d p_t \quad \mathbf{A4.1}$$

Puisque la variable p_t est une variable aléatoire, son espérance mathématique $E p_t$ sera égale à sa moyenne. Un résultat classique de la théorie statistique stipule que nous pouvons calculer cette espérance lorsque la densité de probabilité de p_t est conditionnelle à un ensemble d'information Ω_{t-1} . L'espérance conditionnelle de p_t sera alors:

$$E(p_t | \Omega_{t-1}) = \int p_t f(p_t | \Omega_{t-1}) d p_t \quad \mathbf{A4.2}$$

La condition exigée par l'hypothèse des anticipations rationnelles stipulera donc que:

$$p_{t+i}^a = E(p_{t+i} | \Omega_t) \quad \mathbf{A4.3}$$

C'est-à-dire que l'anticipation subjective de la valeur de p_{t+i} est égale à l'espérance conditionnelle (à l'ensemble d'information disponible en t) de cette variable. Pour montrer que les erreurs d'anticipations ne sont reliées à aucune information Ω_{t-1} , il suffit de calculer la moyenne de la distribution des valeur de $p_{t+1} - p_{t+1}^a$, c'est-à-dire leur espérance mathématique:

$$\begin{aligned} E(p_{t+1} - p_{t+1}^a) &= E[p_{t+1} - E(p_{t+1} | \Omega_t)] \\ &= E(p_{t+1}) - E[E(p_{t+1} | \Omega_t)] \\ &= E(p_{t+1}) - E(p_{t+1}) \\ &= 0 \end{aligned} \quad \mathbf{A4.4}$$

Donc l'espérance mathématique de cette erreur étant nulle, cela revient à dire que l'erreur d'anticipation ne sera due qu'au hasard stochastique. Cette condition essentielle sera donc incorporée à n'importe quel modèle économique. Prenons par exemple un modèle de demande de monnaie réelle inspiré de Cagan (1956):

$$m_t - p_t = \gamma + \alpha \Delta p_{t+1}^a + \varepsilon_t \quad \mathbf{A4.5}$$

En vertu du résultat obtenu en **A4.3** nous pouvons ré-écrire cette équation de la façon suivante:

$$m_t - p_t = \gamma + \alpha E(\Delta p_{t+1} | \Omega_t) + \varepsilon_t \quad \mathbf{A4.6}$$

La façon de définir le contenu de l'ensemble d'information Ω_t varie selon les auteurs et leurs besoins, mais de façon générale, en accord avec l'hypothèse de départ de Muth, cet ensemble inclut la valeur de toutes les variables du modèle pour la période t , et pour toutes les périodes antérieures. De plus, pour être en accord avec l'hypothèse de rationalité, selon McCallum (1989, p. 149) les agents comprennent le fonctionnement de l'économie, et donc peuvent inférer le bruit statistique ε , pour toutes les périodes t et antérieures, valeurs qui sont donc incluses dans l'ensemble Ω_t . L'information utilisée par les agents pour former leurs anticipations représente donc l'ensemble de la structure du modèle.

5. Solution du modèle de DeCoster et Mitchell

Nous dérivons ici les équations **3.1** à **3.4** du modèle de DeCoster et Mitchell (1992), afin d'obtenir les équations **3.6** à **3.11**. Nous suivons en tous points la dérivation de DeCoster et Mitchell. Puisque la règle monétaire **3.4** est non linéaire, nous utiliserons des formes quasi-réduites des équations **3.2** et **3.3** de la demande agrégée et du taux nominal d'intérêt:

$$Y_t = \beta_3 b(m_t - p_t) + b(E_{t-1}P_{t+1} - E_{t-1}P_t) \quad \mathbf{A5.1}$$

$$r_t = -\left[\frac{\beta_3}{(1 + \beta_1\beta_2)} \right] (m_t - p_t) + \beta_2 b(E_{t-1}P_{t+1} - E_{t-1}P_t) \quad \mathbf{A5.2}$$

où $b \equiv [\beta_1 / (1 + \beta_1\beta_2)] > 0$. En substituant **A5.1** dans **3.1**, nous obtenons l'équation déterminant le niveau des prix:

$$p_t = \left[\frac{\beta_3 b}{\alpha + \beta_3 b} \right] m_t + \left[\frac{b}{\alpha + \beta_3 b} \right] E_{t-1}P_{t+1} + \left[\frac{(\alpha - b)}{\alpha + \beta_3 b} \right] E_{t-1}P_t \quad \mathbf{A5.3}$$

Ce résultat obtenu, nous pouvons calculer les valeurs anticipées du niveau des prix qui nous seront utiles, en calculant d'abord l'espérance mathématique de l'expression obtenue en **A5.3** pour un délai d'une période, et en substituant la règle monétaire **3.4**:

$$E_{t-1}P_t = \left[\frac{\beta_3}{(1 + \beta_3)} \right] E_{t-1}f(m_{t-1}) + \left[\frac{1}{(1 + \beta_3)} \right] E_{t-1}P_{t+1} \quad \mathbf{A5.4}$$

En itérant le même résultat pour une période de plus, tout en gardant l'anticipation à la période du résultat en $t-1$, nous obtenons (grâce au résultat voulant que pour un x_t quelconque, $E_{t-1}E_t x_{t+1} = E_{t-1}x_{t+1}$):

$$E_{t-1}P_t = \left[\frac{\beta_3}{(1 + \beta_3)} \right] E_{t-1}f(m_{t-1}) + \left[\frac{1}{(1 + \beta_3)} \right] E_{t-1}P_{t+1} \quad \mathbf{A5.5}$$

En itérant jusqu'à la $k^{\text{ième}}$ substitution, nous obtenons:

$$E_{t-1}P_t = \sum_{i=1}^k \left[\frac{\beta_3}{(1 + \beta_3)^i} \right] E_{t-1}f(m_{t+i-2}) + \left[\frac{1}{(1 + \beta_3)^k} \right] E_{t-1}P_{t+k} \quad \mathbf{A5.6}$$

Si le processus pour p_t n'est pas explosif (il ne le sera pas à cause des limites imposées à m_t), le dernier terme de l'expression tendra vers zéro comme $k \rightarrow \infty$. Donc, si nous itérons cette équation à l'infini, en notant que $m_{t+i+2} = f^{(i+1)}(m_{t-1})$ et $f(m_{t+i-2}) = f^{(i)}(m_{t-1})$ (où $f^{(i)}(\cdot)$ est la valeur du résultat de la i ème itération de $f(\cdot)$), nous obtenons l'expression de l'anticipation rationnelle du niveau des prix, qui est la somme pondérée des erreurs de prévision du sentier temporel du stock de monnaie:

$$E_{t-1}P_t = \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{\beta_3}{(1 + \beta_3)^i} \right] E_{t-1} f^{(i)}(m_{t-1}) \quad \text{A5.7}$$

Partant de ce résultat, nous pouvons calculer l'anticipation des prix pour la période suivante, toujours anticipée à l'aide de l'information de la période $t-1$:

$$E_{t-1}P_{t+1} = \sum_{i=2}^{\infty} \left[\frac{\beta_3}{(1 + \beta_3)^{i-1}} \right] E_{t-1} f^{(i)}(m_{t-1}) \quad \text{A5.8}$$

Nous pouvons donc maintenant solutionner pour le niveau des prix, en substituant ces deux résultats **A5.7** et **A5.8** dans l'équation **A5.3**, qui nous donne l'équation **3.5**:

$$P_t = \left[\frac{\beta_3 b}{\alpha + \beta_3 b} \right] \left[f(m_{t-1}) - E_{t-1} f(m_{t-1}) \right] + \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{\beta_3}{(1 + \beta_3)^i} \right] E_{t-1} f^{(i)}(m_{t-1}) \quad \text{A5.9}$$

De là, nous pouvons aisément calculer l'erreur d'anticipation, entre **A5.9** et **A5.7**:

$$P_t - E_{t-1}P_t = \left[\frac{\beta_3 b}{\alpha + \beta_3 b} \right] \left[f(m_{t-1}) - E_{t-1} f(m_{t-1}) \right] \quad \text{A5.10}$$

Finalement, l'output peut être calculé en substituant **A5.10** dans **A5.1**, pour obtenir le résultat **3.6**:

$$Y_t = \left[\frac{\alpha \beta_3 b}{\alpha + \beta_3 b} \right] \left[f(m_{t-1}) - E_{t-1} f(m_{t-1}) \right] \quad \mathbf{A5.11}$$

De **3.4** et **A5.9**, nous pouvons obtenir l'équation déterminant l'offre de monnaie réelle (équation **3.7**):

$$m_t - p_t = f(m_{t-1}) - \left[\frac{\beta_3 b}{\alpha + \beta_3 b} \right] \left[f(m_{t-1}) - E_{t-1} f(m_{t-1}) \right] \\ - \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{\beta_3}{(1 + \beta_3)^i} \right] E_{t-1} f^{(i)}(m_{t-1}) \quad \mathbf{A5.12}$$

L'inflation anticipée peut être obtenue à son tour de **A5.7** et **A5.8** (résultat **3.8**):

$$E_{t-1} p_{t+1} - E_{t-1} p_t = \left[\frac{-\beta_3}{1 + \beta_3} \right] E_{t-1} f(m_{t-1}) \\ + \sum_{i=2}^{\infty} \left[\frac{\beta_3^2}{(1 + \beta_3)^i} \right] E_{t-1} f^{(i)}(m_{t-1}) \quad \mathbf{A5.13}$$

En substituant **A5.13** et **A5.12** dans **A5.2**, l'équation déterminant le taux d'intérêt nominal (équation **3.9**) devient:

$$r_t = \left[\frac{-\beta_3}{1 + \beta_3} \right] f(m_{t-1}) + \sum_{i=2}^{\infty} \left[\frac{\beta_3^2}{(1 + \beta_3)^i} \right] E_{t-1} f^{(i)}(m_{t-1}) \\ + \left[\frac{\alpha \beta_3 b \beta_2 (1 + \beta_3) + \beta_3^2 (b - \alpha)}{(1 + \beta_3)(\alpha + \beta_3 b)} \right] \left[f(m_{t-1}) - E_{t-1} f(m_{t-1}) \right] \quad \mathbf{A5.14}$$

En itérant d'une période l'expression du niveau des prix **A5.9**, nous obtenons le niveau des prix pour $t+1$:

$$\begin{aligned}
p_{t+1} &= \left[\frac{\beta_3 b}{\alpha + \beta_3 b} \right] [f(m_t) - E_t f(m_t)] \\
&\quad + \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{\beta_3}{(1 + \beta_3)^i} \right] E_t f^{(i)}(m_t)
\end{aligned}
\tag{A5.15}$$

Ce dernier résultat nous permet, en soustrayant **A5.9** de **A5.15**, de calculer l'expression du taux d'inflation (équation **3.10**):

$$\begin{aligned}
p_{t+1} - p_t &= \left[\frac{\beta_3 b}{\alpha + \beta_3 b} \right] \{ [f(m_t) - E_t f(m_t)] - [f(m_{t-1}) - E_{t-1} f(m_{t-1})] \} \\
&\quad + \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{\beta_3}{(1 + \beta_3)^i} \right] E_t f^{(i)}(m_t) - \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{\beta_3}{(1 + \beta_3)^i} \right] E_{t-1} f^{(i)}(m_{t-1})
\end{aligned}
\tag{A5.16}$$

En soustrayant l'inflation anticipée **A5.13** du taux d'intérêt nominal **A5.14**, nous obtenons l'expression du taux d'intérêt réel **A5.17** (équation **3.11**):

$$r_t - (E_{t-1} p_{t+1} - E_{t-1} p_t) = \left[\frac{\alpha \beta_3 (\beta_2 b - 1)}{(\alpha + \beta_3 b)} \right] [f(m_{t-1}) - E_{t-1} f(m_{t-1})] \tag{A5.17}$$

Index onomastique

- Aczel, A.D. 64
Ahmad, S. 62
Akerlof, G.A. 96
Albin, P.S. 62
Allen, R.G.D. 47
Arrow, K.J. 50, 58
Ashley, R.A. 63
Auroux, S. 39
Bachelard, G. 108
Baek, E.G. 64
Barnett, W.A. 60, 63, 64
Batty, M. 13
Baumol, W.J. 60
Bayes, T. 88
Beaud, M. 53, 96
Benhabib, J. 4, 60, 61, 93
Bentham, J. 43, 46
Bergé, P. 6, 26, 102, 107, 110, 112
Bergman-Terrell, E. 35
Blanchard, O.J. 66, 113
Blank, S.C. 65
Blinder, A.S. 54
Blume, L.E. 88
Boland, L.A. 89
Boldrin, M. 60, 61
Bray, M.M. 88
Briggs, J. 8, 35, 104
Brock, W.A. 64, 97
Broome, J. 46, 47
Brown, R. 41, 42
Butler, A. 60
Cagan, P. 115
Calvo, G. 97
Canzoneri, M. 54
Caplin, A.S. 96
Carrier, D. 63
Chavas, J.-P. 64
Chen, P. 65
Condillac 38
Coullet, P. 25
Craig, S.G. 63
Cyert, R.M. 88
Day, R.H. 60, 61, 62, 93
Dechert, W. 64
DeCoster, G.P. 58, 65–80, 81, 82, 116–20
DeGroot, M.H. 88
Deneckerre, R. 61
Descartes 38, 40
Dostaler, G. 53, 96
Easley, D. 88
Eckmann, J.-P. 25, 72, 81, 112
Edgeworth, F.Y. 43
Ekeland, I. 10, 14
Elskens, Y. 104
Elster, J. 48
Engels, F. 105
Érasme 36
Feigenbaum, M.J. 23, 24, 32, 103
Fischer, S. 5, 53, 54, 55, 66, 113
Fotheringham, A.S. 13

- Frank, M.Z. 60, 64
 Friedman, M. 53, 92, 100
 Gabisch, G. 60, 62
 Gallo, G. 63
 Geweke, J. 60
 Gleick, J. 7, 8, 13, 14, 15, 31
 Gomes, G.M. 89
 Goodwin, R.M. 4, 61
 Gorman, W.M. 50
 Grandmont, J.-M. 61
 Granger, C.W.J. 64
 Granger, G.G. 37, 39
 Grassberger, P. 112
 Gray, J.A. 54
 Greenwald, B. 57
 Haltiwanger, J. 90, 96
 Hausman, D.M. 106
 Hayek, F.A. von 49, 63, 100
 Hegel 39, 82
 Hicks, J.R. 47, 57
 Hinich, M.J. 64
 Hirschman, A.O. 106
 Hirshleifer, J. 44, 47, 106
 Hobbes 43
 Holmes, J.M. 61
 Holt, T.H. 64
 Hommes, C.H. 61, 62
 Horkheimer, M. 105
 Hsieh, D.A. 64
 Hume 38, 89
 Hunt, G.M.K. 108
 Israël, G. 105, 108
 Jarsulic, M. 60, 63, 111
 Jevons, W.S. 46
 Josephy, N.H. 64
 Kant 39
 Kelsey, D. 60
 Keynes, J.M. 5, 90
 Kingsland, S.E. 35
 Klamer, A. 100
 Kohlhase, J.E. 63
 Kugler, P. 64
 Kuhn, T.S. 13
 Kydland, F.E. 53
 La Fontaine 39
 Lagueux, M. 92
 Landau, L.D. 110
 Lanford, O.E. 23
 Laplace 108
 Lavoie, D. 63, 105
 LeBaron, B. 64
 Leibniz 38
 Lenz, C. 64
 Lesourne, J. 60
 Lewin, R. 35
 Li, T.Y. 9, 17, 109
 Longley, P.A. 13
 Lorenz, E.N. 14–15, 17, 32, 35
 Lorenz, H.-W. 60, 62
 Lovell, M.C. 89
 Lucas, R.E. 52, 53, 55, 57, 58, 66
 Machlup, F. 44
 Malinvaud, E. 49, 50, 54
 Mandelbrot, B. 9, 10, 12, 13, 14, 100
 Mankiw, N.G. 54, 96
 Manning, R. 61
 Marcil, I. 35, 81, 100
 Marx, K. 4, 105
 May, R.M. 15, 17, 25, 104
 Mayer, T. 55
 McCallum, B.T. 113, 115
 McCloskey, D.N. 91, 101
 McMahan, F. 64
 McPherson, M.S. 106
 Medio, A. 63
 Mill, J.S. 43
 Mirowski, P. 91, 100
 Mises, L. von 47, 48

- Mitchell, D.W. 58, 65–80, 81, 82, 116–20
 Montrucchio, L. 61
 Morgenstern, O. 57
 Muth, J.F. 51–53, 85, 97, 113–16
 Myerson, R.B. 47
 Nadeau, R. 100
 Neumann, J. von 51, 57
 Nietzsche 1
 Nijkamp, P. 62
 Nusse, H.E. 62
 Oseledec, V.I. 81
 Papell, D.H. 63
 Pareto, V. 43, 44, 46
 Parkin, M. 96
 Pascal 31, 36
 Patterson, D.M. 63
 Peat, F.D. 8, 104
 Pelikan, S. 61
 Peters, R.S. 42
 Platon 37
 Poincaré, H. 7, 32, 35, 108
 Popper, K. 104
 Prescott, E.C. 52, 53
 Prigogine, I. 103, 104
 Proccacia, I. 112
 Puu, T. 61
 Quandt, R.E. 60
 Radzicki, M.J. 63
 Ramsey, J.B. 63
 Rasmusen, E. 47
 Reggiani, A. 62
 Ribeill, G. 10
 Ricardo, D. 44, 45
 Robbins, L. 44, 82, 105
 Romer, P.M. 5
 Rosser, J.B. 10, 13, 97
 Rothman, P. 63
 Ruelle, D. 25, 32, 72, 81, 105, 110
 Russell, B. 89
 Rutherford, M.H. 89, 90
 Saltzman, B. 14
 Samuelson, P.A. 62
 Sargent, T.J. 52, 53
 Savit, R. 65
 Sayers, C.L. 63, 64
 Scheinkman, J.A. 60, 64
 Schelling, T.C. 82
 Schumpeter, J.A. 4, 5
 Shafer, W. 62
 Shaw, G.K. 53, 54
 Sheffrin, S.M. 53
 Shell, K. 60
 Shiller, R.J. 90, 93
 Smale, S. 17
 Smith, A. 44, 45
 Solow, R.M. 81
 Spulber, D.F. 96
 Stengers, I. 103
 Stengos, T. 60, 64
 Stewart, H. 106
 Stewart, I. 8, 102
 Stiglitz, J.E. 57
 Stone, M.A. 108
 Swan, T.W. 81
 Swift 7
 Takens, F. 110
 Taylor, J.B. 5, 54
 Testart, A. 45
 Thom, R. 9, 13, 14
 Tiao, G.C. 88
 Valéry, P. 101
 van der Ploeg, F. 62, 93
 Varian, H.R. 50
 Velupillai, K. 62
 Vico 101
 Vidal, C. 107
 Waldman, M. 90, 96
 Willes, M.H. 55
 Wolf, A. 112
 Woodford, M. 61
 Yellen, J.L. 96

Yorke, J.A. 9, 17, 25,
109

Zeeman, E.C. 10

Zellner, A. 88, 89

Zhang, W.-B. 13, 61

Bibliographie

- Aczel, Amir D. et Norman H. Josephy (1991), 'The chaotic behavior of foreign exchange rates,' *American economist*, **35** (2), 16-24.
- Ahmad, Syed (1991), *Capital in economic theory: neo-classical, Cambridge and chaos*, Aldershot, Hants, Edward Elgar.
- Akerlof, George A. et J. L. Yellen (1985), 'A near-rational model of the business cycle,' *Quarterly journal of economics*, **100** (supplement), 828-38.
- Albin, Peter S. (1987), 'Microeconomic foundations of cyclical irregularities or "chaos,' *Mathematical social sciences*, **13**, 185-214.
- Arrow, Kenneth J. ([1963] 1974), *Choix collectifs et préférences individuelles*, Paris, Calmann-Lévy, 2^e éd.
- Arrow, Kenneth J. (1988), 'Workshop on the economy as an evolving complex system: summary,' in *The economy as an evolving complex system: the proceedings of the Evolutionary paths of the global economy workshop, held september, 1987, in Santa Fe, New Mexico*, éd. par Philip W. Anderson, Kenneth J. Arrow et David Pines, Redwood City, Calif., Addison-Wesley, 275-82.
- Ashley, Richard A. et Douglas M. Patterson (1989), 'Linear versus nonlinear macroeconomies: a statistical test,' *International economic review*, **30**, 685-704.
- Auroux, Sylvain (1990), 'Rationalité [philos. gén.],' in *Encyclopédie philosophique universelle*, éd. par André Jacob, **2**, *Les notions philosophiques: dictionnaire*, éd. par Sylvain Auroux, Paris, Presses universitaires de France, 2162-3.
- Bachelard, Gaston (1951), *L'activité rationaliste de la physique contemporaine*, Paris, Presses universitaires de France.
- Barnett, William A. et Melvin J. Hinich (1993), 'Has chaos been discovered with economic data?,' in *Nonlinear dynamics and evolutionary economics*, éd. par Richard H. Day et Ping Chen, New York, Oxford University Press, 254-65.
- Barnett, William A. et Ping Chen (1988), 'The aggregation theoretic monetary aggregates are chaotic and have strange attractors: an econometric application of mathematical chaos,' in *Dynamic econometric modelling*, éd. par William A.

- Barnett, Ernst R. Berndt et Halbert White, New York, Cambridge University Press, 199-245.
- Barnett, William A., John Geweke et Karl Shell, éd. (1989), *Economic complexity: chaos, sunspots, bubbles, and nonlinearity*, Cambridge, Cambridge University Press.
- Baumol, William J. et Jess Benhabib (1989), 'Chaos: significance, mechanism, and economic applications,' *Journal of economic perspectives*, **3** (1), 77-105.
- Baumol, William J. et Richard E. Quandt (1985), 'Chaos models and their implications for forecasting,' *Eastern economic journal*, **11**, 3-15.
- Beaud, Michel et Gilles Dostaler (1993), *La pensée économique depuis Keynes: historique et dictionnaire des principaux auteurs*, Paris, Seuil.
- Benhabib, Jess et Richard H. Day ([1982] 1992), 'A characterization of erratic dynamics in the overlapping generations model,' in *Cycles and chaos in economic equilibrium*, éd. par Jess Benhabib, Princeton, Princeton University Press, 64-81.
- Benhabib, Jess et Richard H. Day (1980), 'Erratic accumulation,' *Economic letters*, **6**, 113-7.
- Benhabib, Jess et Richard H. Day (1981), 'Rational choice and erratic behaviour,' *Journal of economic studies*, **48**, 459-71.
- Benhabib, Jess, éd. (1992), *Cycles and chaos in economic equilibrium*, Princeton, Princeton University Press.
- Bentham, Jeremy (1823), *An introduction to the principles of morals and legislation*, London, Pickering.
- Bentham, Jeremy (1843), éd. par John Bowring, *The works of Jeremy Bentham*, Edinburgh, W. Tait, 11 vol.
- Bergé, Pierre, Yves Pomeau et Christian Vidal ([1984] 1988), *L'ordre dans le chaos: vers une approche déterministe de la turbulence*, Paris, Hermann, 2^e éd.
- Bergman-Terrell, Eric (1992), *FracView v. 1.03*, Greenwood Village, Pocket-Sized Software.
- Blanchard, Olivier J. et Stanley Fischer (1989), *Lectures on macroeconomics*, Cambridge, MIT Press.
- Blank, Steven C. (1991), "'Chaos' in futures markets? A nonlinear dynamical analysis,' *Journal of futures markets*, **11**, 711-28.
- Blinder, Alan S. et N. Gregory Mankiw (1984), 'Aggregation and stabilization policy in a multi-contract economy,' *Journal of monetary economics*, **13**, 67-86.

- Blume, L. E., M. M. Bray et D. Easley (1982), 'Introduction to the stability of rational expectations equilibrium,' *Journal of economic theory*, **26**, 313-7.
- Boland, Lawrence A. (1982), *The foundations of economic method*, London, Allen and Unwin.
- Boldrin, Michele et Luigi Montrucchio (1986), 'On the indeterminacy of capital accumulation paths,' *Journal of economic theory*, **40**, 26-39.
- Boldrin, Michele et Michael Woodford ([1990] 1992), 'Equilibrium models displaying endogenous fluctuations and chaos: a survey,' in *Cycles and chaos in economic equilibrium*, éd. par Jess Benhabib, Princeton, Princeton University Press, 8-43.
- Boutot, Alain (1991), 'La philosophie du chaos,' *Revue philosophique de la France et de l'étranger*, **181**, 145-78.
- Briggs, John et F. David Peat ([1989] 1991), *Un miroir turbulent: guide illustré de la théorie du chaos*, Paris, InterÉditions.
- Briggs, John F. (1992), *Fractals: the patterns of chaos*, New York, Touchstone.
- Brock, William A. (1974), 'Money and growth: the case of long-run perfect foresight,' *International economic review*, **15**, 750-77.
- Brock, William A. (1986), 'Distinguishing random and deterministic systems: abridged version,' *Journal of economic theory*, **40**, 168-95.
- Brock, William A. et Chera L. Sayers ([1988] 1992), 'Is the business cycle characterized by deterministic chaos?,' in *Cycles and chaos in economic equilibrium*, éd. par Jess Benhabib, Princeton, Princeton University Press, 374-93.
- Brock, William A. et Ehung G. Baek (1991), 'Some theory of statistical inference for nonlinear science,' *Review of economic studies*, **58**, 697-716.
- Brock, William A., David A. Hsieh et Blake LeBaron (1992), *Nonlinear dynamics, chaos, and instability: statistical theory and economic evidence*, Cambridge, MIT Press.
- Broome, John (1991), 'Utility,' *Economics and philosophy*, **7**, 1-12.
- Brown, R. (1976), 'Psychosis and irrationality,' in *Rationality and the social sciences*, éd. par Stanley I. Benn et Geoffrey W. Mortimore, London, Routledge and Kegan Paul, 332-58.
- Butler, Alison (1990), 'A methodological approach to chaos: are economists missing the point?,' *Federal Reserve Bank of St. Louis review*, **72** (2), 36-48.

- Cagan, Phillip (1956), 'The monetary dynamics of hyperinflation,' in *Studies in the quantity theory of money*, éd. par Milton Friedman, Chicago, University of Chicago Press, 25-117.
- Calvo, Guillermo (1978), 'On the indeterminacy of interest rates and wages with perfect foresight,' *Journal of economic theory*, **19**, 321-37.
- Canzoneri, Matthew B. (1980), 'Labor contracts and monetary policy,' *Journal of monetary economics*, **6**, 241-55.
- Caplin, A. S. et D. F. Spulber (1987), 'Menu costs and the neutrality of money,' *Quarterly journal of economics*, **102**, 703-25.
- Carrier, David (1993), 'Will chaos kill the auctioneer?,' *Review of political economy*, **5**, 299-320.
- Chavas, Jean-Paul et Matthew T. Holt (1991), 'On nonlinear dynamics: the case of the pork cycle,' *American journal of agricultural economics*, **73**, 819-28.
- Couillet, Pierre (1988), 'Transition vers le chaos par doublement de période,' in *Le chaos: théories et expériences*, éd. par Pierre Bergé, Paris, Eyrolles, 83-116.
- Craig, Steven G., Janet E. Kohlhase et David H. Papell (1991), 'Chaos theory and microeconomics: an application to model specification and hedonic estimation,' *Review of economics and statistics*, **73**, 208-15.
- Cyert, Richard M. et Morris H. DeGroot (1974), 'Rational expectations and Bayesian analysis,' *Journal of political economy*, **82**, 521-36.
- Day, Richard H. (1982), 'Irregular growth cycles,' *American economic review*, **72**, 406-14.
- Day, Richard H. (1983), 'The emergence of chaos from classical economic growth,' *Quarterly journal of economics*, **98**, 201-13.
- Day, Richard H. et Wayne Shafer (1985), 'Keynesian chaos,' *Journal of macroeconomics*, **7**, 277-95.
- Day, Richard H., Sudipto Dasgupta, Samar K. Datta et Jeffrey B. Nugent (1987), 'Instability in rural-urban migration,' *Economic journal*, **97**, 940-50.
- DeCoster, Gregory P. et Douglas W. Mitchell (1992), 'Dynamic implications of chaotic monetary policy,' *Journal of macroeconomics*, **14**, 267-87.
- Deneckere, Raymond et Steve Pelikan (1986), 'Competitive chaos,' *Journal of economic theory*, **40**, 13-25.
- Descartes, René ([1637] 1988), 'Discours de la méthode pour bien conduire sa raison et chercher la vérité dans les sciences,' in *Œuvres philosophiques*, éd. par Ferdinand Alquié, **1**, Paris, Garnier, 567-650.

- Eckmann, Jean-Pierre (1992), 'Mesures dans un système dynamique chaotique,' in *Chaos et déterminisme*, éd. par Amy Dahan Dalmedico, Jean-Luc Chabert et Karine Chemla, Paris, Seuil, 91-114.
- Eckmann, Jean-Pierre et David Ruelle (1985), 'Ergodic theory of chaos and strange attractors,' *Reviews of modern physics*, **57**, 617-56.
- Eckmann, Jean-Pierre, S. Oliffson Kamphorst, David Ruelle et S. Ciliberto (1986), 'Liapunov exponents from time series,' *Physical review A*, **34**, 4971-9.
- Edgeworth, Francis Y. (1881), *Mathematical psychics: an essay on the application of mathematics to the moral sciences*, London, C. K. Paul.
- Ekeland, Ivar (1984), *Le calcul, l'imprévu: les figures du temps de Kepler à Thom*, Paris, Seuil.
- Elskens, Y. et Ilya Prigogine (1986), 'From instability to irreversibility,' *Proceedings of the National Academy of Sciences of USA*, **83**, 5756-60.
- Elster, Jon (1986), *Le laboureur et ses enfants: deux essais sur les limites de la rationalité*, Paris, Minuit.
- Érasme, Didier ([1511] 1964), *Éloge de la folie*, éd. par Pierre de Nolhac, Paris, Garnier-Flammarion.
- Feigenbaum, Mitchell J. (1978), 'Quantitative universality for a class of nonlinear transformations,' *Journal of statistical physics*, **19**, 25-52.
- Fischer, Stanley (1977), 'Long-term contract, rational expectations, and the optimal money supply rule,' *Journal of political economy*, **85**, 191-205.
- Fischer, Stanley, éd. (1980), *Rational expectations and economic policy*, Chicago, University of Chicago Press.
- Fotheringham, A. Stewart, Michael Batty et Paul A. Longley (1989), 'Diffusion-limited aggregation and the fractal nature of urban growth,' *Papers of the Regional Science Association*, **67**, 55-69.
- Frank, Murray Z. et Thanasis Stengos (1988), 'Chaotic dynamics in economic time-series,' *Journal of economic surveys*, **2**, 103-33.
- Friedman, Milton (1953), 'The methodology of positive economics,' in *Essays in positive economics*, Chicago, University of Chicago Press, 3-43.
- Gabisch, Günter et Hans-Walter Lorenz ([1987] 1989), *Business cycle theory: a survey of methods and concepts*, Berlin, Springer, 2^e éd.
- Gleick, James ([1987] 1989), *La théorie du chaos: vers une nouvelle science*, Paris, Albin Michel.

- Gomes, Gustavo Maia (1982-3), 'Irrationality of 'rational expectations',' *Journal of post Keynesian economics*, **5**, 51-65.
- Goodwin, Richard M. (1967), 'A growth cycle,' in *Capitalism and economic growth*, éd. par C. H. Feinstein, Cambridge, Cambridge University Press, 54-8.
- Goodwin, Richard M. (1988), *Chaotic economic dynamics*, Florence, European University Institute, Department of Economics, EUI working paper, n° 88/357.
- Goodwin, Richard M. (1990a), *Chaotic economic dynamics*, Oxford, Clarendon Press.
- Goodwin, Richard M. (1990b), 'The complex dynamics of innovation, output, and employment,' *Structural change and economic dynamics*, **1**, 119-31.
- Gorman, W. M. (1953), 'Community preference fields,' *Econometrica*, **21**, 63-80.
- Gorman, W. M. (1959), 'Separable utility and aggregation,' *Econometrica*, **27**, 469-81.
- Grandmont, Jean-Michel ([1985] 1992), 'On endogenous competitive business cycles,' in *Cycles and chaos in economic equilibrium*, éd. par Jess Benhabib, Princeton, Princeton University Press, 82-137.
- Granger, Clive W. J. (1991), 'Developments in the nonlinear analysis of economic series,' *Scandinavian journal of economics*, **93**, 263-76.
- Granger, Gilles Gaston (1989), 'Rationalisme,' in *Encyclopædia universalis*, **19**, Paris, Encyclopædia universalis, 540-4.
- Grassenberger, Peter et Itamar Porcaccia (1983), 'Measuring the strangeness of strange attractors,' *Physica*, 9D, 189-208.
- Gray, Jo Anna (1976), 'Wage indexation: a macroeconomic approach,' *Journal of monetary economics*, **2**, 221-35.
- Greenwald, B. et Joseph E. Stiglitz (1987), 'Keynesian, new Keynesian and new classical economics,' *Oxford economic papers*, **39**, 119-32.
- Haltiwanger, John et Michael Waldman (1985), 'Rational expectations and the limits of rationality: an analysis of heterogeneity,' *American economic review*, **75**, 326-340.
- Hausman, Daniel M. et Michael S. McPherson (1993), 'Taking ethics seriously: economics and contemporary moral philosophy,' *Journal of economic literature*, **31**, 671-731.
- Hayek, Friedrich A. von ([1931] 1975), *Prix et production*, Paris, Calmann-Lévy.

- Hayek, Friedrich A. von ([1942-44] 1953), *Scientisme et sciences sociales*, Paris, Plon.
- Hayek, Friedrich A. von (1974), 'The pretence of knowledge,' *American economic review*, **79** (supplement), 3-7.
- Hegel, George W. F. ([1821] 1989), éd. par Robert Derathé, *Principes de la philosophie du droit ou droit naturel et science de l'État en abrégé*, Paris, J. Vrin.
- Hegel, George W. F. ([1827/30] 1986), *Encyclopédie des sciences philosophiques*, éd. par Bernard Bourgeois, **1**, *La science de la logique*, Paris, J. Vrin.
- Hicks, John R. (1990), 'The unification of macro-economics,' *Economic journal*, **100**, 528-38.
- Hicks, John R. et R. G. D. Allen (1934), 'A reconsideration of the theory of value,' *Economica*, **1**, 52-76; 196-219.
- Hirschman, Albert O. (1985), 'Against parsimony: three easy ways of complicating some categories of economic discourse,' *Economics and philosophy*, **1**, 7-21.
- Hirshleifer, Jack (1985), 'The expanding domain of economics,' *American economic review*, **75** (6, special issue), 53-68.
- Hirshleifer, Jack (1988), *Price theory and applications*, Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall.
- Holmes, James M. et Richard Manning (1988), 'Memory and market stability: the case of the cobweb,' *Economic letters*, **28**, 1-7.
- Hommel, Cars H. (1991), 'Adaptative learning and roads to chaos: the case of the cobweb,' *Economics letters*, **36**, 127-32.
- Horkheimer, Max (1974), *Critique of instrumental reason: lectures and essays since the end of World War II*, New York, Continuum.
- Hsieh, David A. (1989), 'Testing for nonlinear dependence in daily foreign exchange rates,' *Journal of business*, **62**, 339-68.
- Hsieh, David A. (1991), 'Chaos and nonlinear dynamics: application to financial markets,' *Journal of finance*, **46**, 1839-77.
- Hunt, G. M. K. (1987), 'Determinism, predictability and chaos,' *Analysis*, **47**, 129-33.
- Israël, Giorgio (1992), 'L'histoire du principe du déterminisme et ses rencontres avec les mathématiques,' in *Chaos et déterminisme*, éd. par Amy Dahan Dalmedico, Jean-Luc Chabert et Karine Chemla, Paris, Seuil, 249-73.

- Jarsulic, Marc (1993), 'Recent developments in business cycle theory,' *Review of political economy*, 5, 344-64.
- Jevons, William Stanley (1873), *The theory of political economy*, London, Macmillan.
- Kant, Immanuel ([1781/87] 1986), éd. par A. Tremesaygues et B. Pacaud, *Critique de la raison pure*, Paris, Presses universitaires de France, 11^e éd.
- Kantor, Brian (1979), 'Rational expectations and economic thought,' *Journal of economic literature*, 17, 1422-41.
- Kelsey, David (1988), 'The economics of chaos or the chaos of economics,' *Oxford economic papers*, 40, 1-31.
- Keynes, John Maynard (1937), 'The general theory of employment,' *Quarterly journal of economics*, 51, 209-23.
- Keynes, John Maynard (1939), 'Professor Tinbergen's method,' *Economic journal*, 49, 558-68.
- Kingsland, Sharon E. (1985), *Modeling nature: episodes in the history of population ecology*, Chicago, University of Chicago Press.
- Klamer, Arjo ([1983] 1988), *Entretiens avec des économistes américains*, Paris, Seuil.
- Kugler, Peter et Carlos Lenz (1990), 'Sind Wechselkursfluktuationen zufällig oder chaotisch?,' *Schweizerische Zeitschrift für Volkswirtschaft und Statistik*, 126, 113-28.
- Kuhn, Thomas S. ([1962] 1970), *The structure of scientific revolutions*, Chicago, University of Chicago Press, 2^e éd.
- La Fontaine, Jean de ([1668-94] 1990), *Fables choisies mises en vers*, Paris, Garnier.
- Lagueux, Maurice (1988), *Apriorisme et empirisme en science économique*, Montréal, Université de Montréal, Cahiers du département de philosophie, n° 8812, 17 pp.
- Lakatos, Imre (1970), 'Falsification and the methodology of scientific research programmes,' in *Criticism and the growth of knowledge: proceedings of the International Colloquium in the Philosophy of Science, London, 1965, volume 4*, éd. par Imre Lakatos et Alan Musgrave, Cambridge, Cambridge University Press, 91-196.
- Lanford, Oscar E. (1982), 'A computer-assisted proof of the Feigenbaum conjectures,' *Bulletin of the American Mathematical Society*, 6, 427-34.
- Lavoie, Don (1989), 'Economic chaos or spontaneous order? Implications for political economy of the new view of science,' *Cato journal*, 8, 613-35.

- Lecourt, Dominique (1993), 'Les nouvelles philosophies de la nature,' *Philosophiques*, **20**, 159-76.
- Lesourne, Jacques (1989), 'L'état des recherches sur l'ordre et le désordre en microéconomie,' *Économie appliquée*, **62** (3), 11-39.
- Lewin, Roger (1992), *Complexity: life at the edge of chaos*, New York, Macmillan.
- Li, Tien-Yien et James A. Yorke (1975), 'Period three implies chaos,' *American mathematical monthly*, **82**, 985-92.
- Lorenz, Edward N. (1963a), 'Deterministic nonperiodic flow,' *Journal of the atmospheric sciences*, **20**, 130-41.
- Lorenz, Edward N. (1963b), 'The mechanics of vacillation,' *Journal of the atmospheric sciences*, **20**, 448-64.
- Lorenz, Edward N. (1964), 'The problem of deducing the climate from the governing equations,' *Tellus*, **16**, 1-11.
- Lorenz, Edward N. (1979), 'On the prevalence of aperiodicity in simple systems,' in *Global analysis*, éd. par M. Grmela et J. E. Marsden, Berlin, Springer, 53-75.
- Lovell, Michael C. (1986), 'Tests of the rational expectations hypothesis,' *American economic review*, **76**, 110-24.
- Lucas, Robert E. Jr (1973), 'Some international evidence on output-inflation tradeoffs,' *American economic review*, **63**, 326-34.
- Lucas, Robert E. Jr. (1972), 'Expectations and the neutrality of money,' *Journal of economic theory*, **4**, 103-24.
- Lucas, Robert E. Jr. (1975), 'An equilibrium model of the business cycle,' *Journal of political economy*, **83**, 1113-44.
- Lucas, Robert E. Jr. (1976), 'Econometric policy evaluation: a critique,' in *The Phillips curve and the labor market*, éd. par Karl Brunner et Allan H. Meltzer, Amsterdam, North-Holland, 19-46.
- Lucas, Robert E. Jr. et Edward C. Prescott (1971), 'Investment under uncertainty,' *Econometrica*, **39**, 659-81.
- Machlup, Fritz (1967), 'L'homo œconomicus et ses collègues,' in *Les fondements philosophiques des systèmes économiques: textes de Jacques Rueff et essais rédigés en son honneur, 23 août 1966*, éd. par Emil M. Claassen, Paris, Payot, 117-30.
- Malinvaud, Edmond (1956), 'L'agrégation dans les modèles économiques,' *Cahiers du séminaire d'économétrie*, **4**, 69-146.

- Malinvaud, Edmond (1991), *Voies de la recherche macroéconomique*, Paris, Odile Jacob.
- Mandelbrot, Benoît ([1975] 1989), *Les objets fractals: forme, hasard et dimension*, Paris, Flammarion, 3^e éd.
- Mandelbrot, Benoît (1963a), 'The variation of certain speculative prices,' *Journal of business*, **36**, 394-419.
- Mandelbrot, Benoît (1963b), 'New methods in statistical economics,' *Journal of political economy*, **71**, 421-40.
- Mandelbrot, Benoît (1971), 'When can prices be arbitrated effectively? A limit to the validity of random walk and martingale models,' *Review of economics and statistics*, **53**, 225-36.
- Mankiw, N. Gregory (1985), 'Small menu costs and large business cycles: a macroeconomic model of monopoly,' *Quarterly journal of economics*, **100**, 529-39.
- Marcil, Ianik (1994), *Transformations économiques et irréversibilités: le chaos questionne l'économie*, Montréal, Université de Montréal — Université du Québec à Montréal, Groupe de recherche et d'étude sur les transformations sociales et économiques, Cahiers du GRÉTSÉ, n° 16.
- Marcil, Ianik (1995), *La signification des anticipations rationnelles face à la dynamique de stabilité faible*, Montréal, Université du Québec à Montréal, Groupe de recherche en épistémologie comparée, Cahiers d'épistémologie, n° 9507.
- May, Robert M. (1974), 'Biological populations with nonoverlapping generations, stable points, stable cycles and chaos,' *Science*, **186**, 645-7.
- May, Robert M. (1976), 'Simple mathematical models with very complicated dynamics,' *Nature*, **261**, 459-67.
- Mayer, Thomas (1993), *Truth versus precision in economics*, Aldershot, Edward Elgar.
- McCallum, Bennett T. (1989), *Monetary economics: theory and policy*, New York, Macmillan.
- McCloskey, Donald N. (1985), *The rhetoric of economics*, Madison, Wiscon., University of Wisconsin Press.
- McCloskey, Donald N. (1991), 'History, differential equations, and the problem of narration,' *History and theory*, **30**, 21-36.

- McMahon, Fred (1990), *Chaos models in economics: review, theory and evidence*, Montréal, McGill University, M. A. Dissertation, 114 pp.
- Medio, Alfredo et Giampaolo Gallo (1992), *Chaotic dynamics: theory and applications to economics*, Cambridge, Cambridge University Press.
- Mill, John Stuart ([1861] 1991), 'Utilitarianism,' in *On liberty and other essays*, éd. par John Gray, London, Oxford University Press, 129-201.
- Mirowski, Philip (1989), 'Tis a pity econometrics isn't an empirical endeavor: Mandelbrot, chaos, and the Noah and Joseph effects,' *Ricerche economiche*, **43**, 76-99.
- Mirowski, Philip (1990), 'From Mandelbrot to chaos in economic theory,' *Southern economic journal*, **57**, 289-307.
- Mises, Ludwig von ([1933] 1960), *Epistemological problems of economics*, Princeton, D. Van Nostrand.
- Muth, John F. (1960), 'Optimal properties of exponentially weighted forecasts,' *Journal of the American Statistical Association*, **55**, 299-306.
- Muth, John F. (1961), 'Rational expectations and the theory of price movements,' *Econometrica*, **29**, 315-35.
- Myerson, Roger B. (1991), *Game theory: analysis of conflict*, Cambridge, Harvard University Press.
- Neumann, John von et Oskar Morgenstern ([1944] 1953), *Theory of games and economic behavior*, Princeton, Princeton University Press, 3^e éd.
- Nietzsche, Friedrich W. ([1882] 1982), *Œuvres philosophiques complètes*, éd. par Giorgio Colli, Mazzino Montinari et Marc B. de Launay, **5**, *Le gai savoir: 'la gaya scienza'; fragments posthumes été 1881-été 1882*, Paris, Gallimard.
- Nijkamp, Peter et Aura Reggiani (1990), 'Logit models and chaotic behaviour: a new perspective,' *Environment and planning A*, **22**, 1455-67.
- Nijkamp, Peter et Aura Reggiani (1991), 'Chaos theory and spatial dynamics,' *Journal of transport economics and policy*, **25**, 81-96.
- Nusse, H. E. et C. H. Hommes (1990), 'Resolution of chaos with application to a modified Samuelson model,' *Journal of economic dynamic and control*, **14**, 1-19.
- Paque, Karl Heinz (1990), 'Pattern predictions in economics: Hayek's methodology of the social sciences revisited,' *History of political economy*, **22**, 281-94.
- Pareto, Vilfredo ([1906] 1966), *Manuel d'économie politique*, Genève, Droz.

- Parkin, M. (1986), 'The output-inflation trade-off when prices are costly to change,' *Journal of political economy*, **94**, 200-24.
- Pascal, Blaise ([1670] 1963), 'Pensées,' in *Œuvres complètes*, éd. par Louis Lafuma, Paris, Seuil, 493-641.
- Pascal, Blaise (attribué) (1963), 'Discours sur les passion de l'amour,' in *Œuvres complètes*, éd. par Louis Lafuma, Paris, Seuil, 285-9.
- Peters, R. S. (1976), 'The development of reason,' in *Rationality and the social sciences*, éd. par Stanley I. Benn et Geoffrey W. Mortimore, London, Routledge and Kegan Paul, 299-331.
- Platon (1966), éd. par Robert Baccou, *La république*, Paris, GF-Flammarion.
- Platon (1969), 'Timée,' in *Sophiste, Politique, Philèbe, Timée, Critias*, éd. par Émile Chambry, Paris, GF-Flammarion, 377-477.
- Poincaré, Henri ([1902] 1920), *La science et l'hypothèse*, Paris, Ernest Flammarion.
- Poincaré, Henri ([1908] 1922), *Science et méthode*, Paris, Ernest Flammarion.
- Popper, Karl R. ([1990] 1992), *Un univers de propensions: deux études sur la causalité et l'évolution*, Combas, Éd. de l'Éclat.
- Popper, Karl R. et David Miller (1983), 'A proof of the impossibility of inductive probability,' *Nature*, **302**, 687-8.
- Prigogine, Ilya et Isabelle Stengers ([1979] 1986), *La nouvelle alliance: métamorphose de la science*, Paris, Gallimard, 2^e éd.
- Prigogine, Ilya et Isabelle Stengers (1988), *Entre le temps et l'éternité*, Paris, Fayard.
- Puu, Tönu ([1989] 1991), *Nonlinear economic dynamics*, Berlin, Springer, 2^e éd.
- Radzicki, Michael J. (1990), 'Institutional dynamics, deterministic chaos, and self-organizing systems,' *Journal of economic issues*, **24**, 57-102.
- Ramsey, James B., Chera L. Sayers et Philip Rothman ([1990] 1992), 'The statistical properties of dimension calculations using small data sets: some economic applications,' in *Cycles and chaos in economic equilibrium*, éd. par Jess Benhabib, Princeton, Princeton University Press, 394-28.
- Rasmusen, Eric (1989), *Games and information: an introduction to game theory*, Oxford, Basil Blackwell.
- Ribeill, Georges (1975), 'Théorie des catastrophes de Thom: une illustration économique,' *Metra*, **14**, 499-529.
- Ricardo, David ([1821] 1992), éd. par Cécile Soudan, *Des principes de l'économie politique et de l'impôt*, Paris, Garnier-Flammarion.

- Robbins, Lionel ([1932] 1947), *Essai sur la nature et la signification de la science économique*, Paris, Médicis.
- Rosser, J. Barkley Jr. (1991), *From catastrophe to chaos: a general theory of economic discontinuities*, Boston, Kluwer Academic.
- Ruelle, David ([1981] 1990), 'Hasard et déterminisme: le problème de la prédictibilité,' in *La querelle du déterminisme: philosophie de la science aujourd'hui*, éd. par Krzysztof Pomian, Paris, Gallimard, 153-62.
- Ruelle, David (1980), 'Strange attractors,' *Mathematical intelligencer*, **2**, 126-37.
- Ruelle, David et Floris Takens (1971), 'On the nature of turbulence,' *Communications in mathematical physics*, **20**, 167-92.
- Russell, Bertrand ([1912] 1965), *Problèmes de philosophie*, Paris, Payot.
- Rutherford, Malcolm H. (1983-4), 'Rational expectations and Keynesian uncertainty: a critique,' *Journal of post Keynesian economics*, **6**, 377-87.
- Rutherford, Malcolm H. (1990), 'Rational expectations in the light of modern psychology,' in *Research in the history of economic thought and methodology*, éd. par Warren J. Samuels, **7**, Greenwich, CT, Jai Press, 127-40.
- Saltzman, Barry (1962), 'Finite amplitude free convection as an initial value problem,' *Journal of the atmospheric sciences*, **19**, 329-41.
- Sargent, Thomas J. (1987), 'Rational expectations,' in *The new Palgrave, a dictionary of economics*, éd. par John Eatwell, Murray Milgate et Peter Newman, **4**, London, Macmillan, 76-9.
- Sarkwoskii, A. N. (1964), 'Coexistence of cycles of a continuous map of a line into itself,' *Ukrainian mathematical journal*, **16**, 61-71.
- Savit, Robert (1989), 'Nonlinearities and chaotic effects in option prices,' *Journal of futures markets*, **9**, 507-18.
- Sayers, Chera L. (1991), 'Statistical inference based upon non-linear science,' *European economic review*, **35**, 306-12.
- Scheinkman, José A. (1990), 'Nonlinearities in economic dynamics,' *Economic journal*, **100** (Supplement), 33-48.
- Scheinkman, José A. et Blake LeBaron ([1989b] 1992), 'Nonlinear dynamics and stock returns,' in *Cycles and chaos in economic equilibrium*, éd. par Jess Benhabib, Princeton, Princeton University Press, 446-74.
- Scheinkman, José A. et Blake LeBaron (1989a), 'Nonlinear dynamics and GNP data,' in *Economic complexity: chaos, sunspots, bubbles, and nonlinearity*, éd. par

- William A. Barnett, John Geweke et Karl Shell, Cambridge, Cambridge University Press, 213-27.
- Schelling, Thomas C. (1960), *The strategy of conflict*, Cambridge, Harvard University Press.
- Shaw, G. K. (1984), *Rational expectations: an elementary exposition*, Brighton, Wheatsheaf.
- Sheffrin, Steven M. ([1983] 1985), *Les anticipations rationnelles*, Paris, Économica.
- Shiller, Robert J. (1978), 'Rational expectations and the dynamic structure of macroeconomic models: a critical review,' *Journal of monetary economics*, **4**, 1-44.
- Smale, Stephen (1967), 'Differential dynamical systems,' *Bulletin of the American Mathematical Society*, **73**, 747-817.
- Smith, Adam ([1776] 1991), éd. par Germain Garnier, *La richesse des nations*, Paris, Garnier-Flammarion, 2 vol.
- Stewart, Hamish (1995), 'A critique of instrumental reason in economics,' *Economics and philosophy*, **11**, 57-84.
- Stewart, Ian ([1989] 1992), *Dieu joue-t-il aux dés? Les mathématiques du chaos*, Paris, Flammarion.
- Stone, Mark A. (1989), 'Chaos, prediction and LaPlacean determinism,' *American philosophical quarterly*, **26**, 123-31.
- Taylor, John B. (1980), 'Aggregate dynamics and staggered contracts,' *Journal of political economy*, **88**, 1-23.
- Testart, Alain (1991), *Pour les sciences sociales: essai d'épistémologie*, Paris, Christian Bourgois.
- Thom, René (1956), 'Les singularités des applications différentiables,' *Annales de l'Institut Fourier*, **6**, 43-87.
- Thom, René (1972), *Stabilité structurelle et morphogénèse*, Paris, Interéditions.
- Thom, René (1974), *Modèles mathématiques de la morphogénèse*, Paris, Christian Bourgois.
- Thom, René (1991), *Prédire n'est pas expliquer: entretiens avec Émile Noël*, Paris, Eshel.
- Tiao, G. C. et Arnold Zellner (1964), 'Bayes' theorem and the use of prior knowledge in regression analysis,' *Biometrika*, **65**, 219-30.

- van der Ploeg, F. (1986), 'Rational expectations, risk and chaos in financial markets,' *Economic journal*, **96** (Supplement), 151-62.
- Varian, Hal R. (1992), *Microeconomic analysis*, New York, W. W. Norton, 3^e éd.
- Velupillai, Kumaraswamy (1986), 'From the fractals of micro to the chaos of macro,' *Journal of economic dynamics and control*, **10**, 269-72.
- Vico, Giambattista ([1725] 1993), *La science nouvelle*, Paris, Gallimard.
- Ward, Hugh (1990), 'Three men in a boat, two must row,' *Journal of conflict resolution*, **34**, 371-400.
- Willes, Mark H. ([1981] 1986), '“Les anticipations rationnelles”: une contre-révolution,' in *Crise et renouveau de la théorie économique*, éd. par Daniel Bell et Irving Kristol, Paris, Bonnel — Publisud, 143-67.
- Wolf, A., J. B. Swift, H. L. Winney et J. A. Vastano (1985), 'Determining Lyapunov exponents from a time series,' *Physica*, **16D**, 285-317.
- Woodford, Michael (1989), 'Imperfect financial intermediation and complex dynamics,' in *Economic complexity: chaos, sunspots, bubbles, and nonlinearity*, éd. par William A. Barnett, John Geweke et Karl Shell, Cambridge, Cambridge University Press, 309-34.
- Zeeman, E. Christopher (1974), 'On the unstable behavior of the stock exchanges,' *Journal of mathematical economics*, **1**, 39-44.
- Zeeman, E. Christopher (1977), *Catastrophe theory: selected papers, 1972-1977*, Reading, Addison-Wesley.
- Zellner, Arnold (1971), *An introduction to Bayesian inference in econometrics*, New York, John Wiley.
- Zhang, Wei-Bin (1991), *Synergetic economics: time and change in nonlinear economics*, Berlin, Springer.