

JEAN-PHILIPPE GERVAIS

**LA RELATION EMPIRIQUE ENTRE LA PRIME
DE CHANGE AU NOIR ET L'INFLATION**

1^{ER} essai du mémoire présenté à la
faculté des études supérieures
de l'université Laval pour
l'obtention du grade maître ès arts (M.A.)

Département d'Économique
FACULTÉ DES SCIENCES SOCIALES
UNIVERSITÉ LAVAL

JANVIER 1996

La Relation empirique entre la prime de change sur le marché noir et l'inflation

Introduction

Beaucoup de pays en voie de développement ont adopté un régime de change dual au cours des dernières années. Ce système de marché de change a été adopté particulièrement pour freiner la réduction des réserves internationales d'un pays [Lizondo (1987)]. Sous un tel système, les réserves officielles sont utilisées pour certaines importations prioritaires à un prix relativement bas (au taux de change officiel fixe), tandis que les autres importations et le capital du secteur privé sont échangés à un taux de change plus déprécié dans un marché libre. Ces marchés peuvent être illégaux [Kamin (1993)] ou légaux [Lizondo (1987)], mais ils ne sont jamais clandestins [Dornbush et *al.* (1983)]. Le phénomène des marchés de change au noir est beaucoup plus répandu que plusieurs ne le croient. Selon un recensement de l'organisme Pick's Currency, plus de 100 pays éprouvaient des problèmes de changes sur le marché noir en 1988. Le degré des difficultés de chaque pays varie énormément. Par exemple, en 1988, la prime de change pour le franc français s'élevait à 2 % du taux de change officiel tandis que la prime de change pour la monnaie cubaine était de 4400 %.

Cependant, le soulagement de la balance des paiements relié à un régime de change dual n'a souvent été que transitoire et éphémère. Le marché de change au noir a souvent des conséquences énormes sur les variables macro-économiques d'un pays. En raison des coûts d'inefficacité, comme l'incitation à la contrebande et les pertes de bien-être encourues par les producteurs et les consommateurs associées à un marché de taux de change au noir, les pays ont souvent tenté une unification des deux taux de change en libéralisant leur taux de change officiel. Cependant, l'inflation post-unification peut augmenter substantiellement et de manière permanente. Cette hausse de l'inflation s'explique par le fait que la prime sur le marché de change agit comme une taxe implicite sur les exportations. Elle sert de découragement à l'exportation et agit comme une source cachée de revenus fiscaux [Kharas et

Pinto (1989) et Pinto (1991)]. Supposons que le déficit fiscal est financé par une combinaison de revenus de seignuriage (i.e. une taxe sur la monnaie domestique) et la taxe implicite sur les exportations. L'élimination de la prime sur le marché parallèle dans le but apparent de stimuler les exportations est en conflit apparent avec le financement des dépenses fiscales dans une économie où les instruments de taxation sont limités. Dans ce cas, un pays n'a d'autres choix que de financer son déficit par une augmentation des revenus de seignuriage et provoque ainsi une hausse du niveau des prix.

Des travaux théoriques additionnels ont semé un doute sur l'interprétation de la relation de Pinto (1991) entre la prime de change et le niveau des prix. Park (1995) soutient que la prime de change est une taxe implicite sur les exportations, mais aussi une subvention implicite aux importations. L'emphase sur le problème de la subvention à l'exportation permet de prouver qu'il peut exister une relation positive stable entre la prime de change et le niveau des prix. Cette relation dépendra aussi des mécanismes d'offre de monnaie domestique et de crédit intérieur. Morris (1995) renverse aussi la conclusion de Pinto (1991) en démontrant que l'impact d'une dévaluation du taux de change officiel (i.e une réduction de la prime de change) dépend de la structure fiscale du pays.

Les différentes théories énoncées ne font que renforcer la pertinence de notre étude. L'analyse empirique du travail a pour but de modéliser empiriquement la relation entre la prime du taux de change au noir et le niveau des prix domestiques. Cet essai est divisé en 4 chapitres. Le premier chapitre jette les fondations théoriques du modèle empirique. Il met en évidence les diverses relations entre certaines variables macro-économiques dans le contexte où un pays expérimente un problème de marché de change dual. Cette section définira les attentes quant aux relations empiriques. Le deuxième chapitre décrit la situation macro-économique des deux pays qui feront l'objet de l'analyse empirique, la Bolivie et la Zambie. On discute alors des caractéristiques propres à chaque variable pour l'analyse. Au chapitre suivant, on introduit la notion de cointégration. Les tests de cointégration et les méthodes d'estimation d'Engle et Granger (1987), de Phillips et Hansen (1990), Johansen (1988) et Johansen et Juselius (1990, 1992) sont considérés pour caractériser la relation entre la prime de change au noir et le niveau des prix. Le dernier chapitre analyse la dynamique de court terme des variables macroéconomiques de la Bolivie et la Zambie.

Chapitre I

Cadre théorique de l'étude

1.1 Modèle de Pinto (1991)

Le papier de Pinto (1991) servira de base théorique pour la spécification du modèle empirique. Il analyse les effets d'une unification du taux de change officiel et du taux de change au noir. Les hypothèses du modèle de Pinto (1991) sont les suivantes. Le gouvernement fixe de manière exogène \hat{e} , le taux de dépréciation du taux de change de la monnaie domestique par dollar U.S. Les biens consommés domestiquement (H) sont produits avec une technologie Cobb-Douglas et deux facteurs de productions : le travail (L) et un bien intermédiaire importé (I). Le prix de ces biens est p_H . Les biens exportés sont produits avec une technologie exhibant des rendements constants à l'échelle et un seul facteur de production, le travail (L). Leur prix est p_x . Sur le total des biens exportés, X, une quantité X_2 est échangée en contrebande au taux de change sur le marché libre, b, et une quantité X_3 est retournée au gouvernement au taux officiel, e. Le secteur privé maximise sa fonction de profit soumise aux contraintes de production. Après avoir manipulé les conditions de premier ordre, on peut retrouver une fonction d'exportation du bien de contrebande, $X_2 = c(1 - 1/\Psi)$, où c est défini comme l'inverse du coût marginal de l'activité de contrebande et $\Psi \equiv b/e$ est la prime sur le marché de change au noir.

Par ailleurs, la richesse financière nominale des résidents est définie comme $W \equiv M + bF$, où M est le stock de monnaie domestique conservé par le secteur privé et F est le stock de dollars conservé dans des portefeuilles privés et convertis au taux b. On définit le paramètre, a, comme la fraction de richesse que les résidents consomment. De plus, si on fait l'hypothèse que le secteur privé, comme le gouvernement, ne dépense que sur les biens d'importation, alors on peut retrouver l'identité suivante : $bI = a(M + bF)$. Définissons les variables, g et T, comme

étant les dépenses gouvernementales et les taxes en dollars U.S. respectivement. Après plusieurs manipulations, on retrouve l'équation suivante :

$$\dot{F} = p_x L - g - a (m/\Psi + F) \quad (1)$$

L'équation (1) dicte le processus d'accumulation du stock de dollars U.S. par les résidents dans le temps. Le processus d'offre de monnaie est dicté par le financement du déficit, $g-T$. Cette perspective des finances publiques implique qu'une augmentation du déficit est entièrement financée par une augmentation du crédit domestique puisque, par hypothèse, les réserves en monnaie étrangère sont constantes. Si on définit le stock de monnaie domestique réel, $m \equiv M/e$, alors on peut obtenir :

$$\dot{m} = (g-T) - m\hat{e} \quad (2)$$

où $\hat{e} \equiv \dot{e}/e$ est le taux officiel de dépréciation. De par l'équation (2), il est évident que le choix de $(g-T)$ et \hat{e} est équivalent au choix d'une règle d'offre de monnaie. Le modèle est complété par un choix de portefeuille du type substitution de monnaie [Calvo et Rodriguez (1977)]. On définit λ comme la fraction de la richesse W qui est détenue en monnaie domestique. C'est une fonction décroissante du taux de dépréciation anticipé de b . Les agents opèrent en information complète et λ est donc une fonction décroissante du taux de dépréciation réel de b . Puisqu'il n'y a pas de rendement d'intérêt dans le modèle, il est possible alors de démontrer que la différence des taux de rendement entre M et F est le taux de dépréciation de la monnaie sur le marché noir, $\hat{b} = \dot{b}/b$. En utilisant le fait que $m \equiv M/e$ et $\Psi \equiv b/e$, on peut écrire :

$$m = \frac{\lambda (\hat{\Psi} + \hat{e})}{1 - \lambda (\hat{\Psi} + \hat{e})} \Psi F \quad (3)$$

Les équations (1), (2) et (3) sont les équations dynamiques qui conditionnent le système. On cherche donc la solution à l'état stationnaire pour laquelle $(\dot{\Psi}, \dot{F}, \dot{m}) = (0,0,0)$. Cela est donné par :

$$(b/e)^* = \Psi^* = \frac{a}{\lambda (\hat{e}) \cdot \hat{e}} \frac{g-T}{p_x L - g} \quad (4)$$

$$F^* = (1 - \lambda(\hat{e})) [(p_x L - g)/a] \quad (5)$$

$$m^* = (g-T) / \hat{e} \quad (6)$$

On définit $\lambda(\hat{e}) \cdot \hat{e}$ comme la taxe d'inflation unitaire. Cette taxe ne peut être levée que sur la monnaie domestique. À l'état stationnaire, b et e se déprécient au même taux et donc la prime sur le marché noir est constante. Le taux de dépréciation de e est aussi le taux d'inflation à l'état stationnaire. Les équations (4) et (6) sont des équilibres stables pour $\hat{e} > 0$ car si $\hat{e} = 0$, alors il n'y a pas d'équilibre stationnaire possible pour m et Ψ . L'équation (4) indique les facteurs qui déterminent la prime de change sur le marché noir. L'équation (6) indique que le déficit est financé par la taxe sur la monnaie, $m^* \hat{e}$. Soit $\eta \equiv -\lambda'(\hat{e}) \cdot \hat{e} / \lambda(\hat{e})$, l'élasticité de la demande de monnaie par rapport à l'inflation, on peut démontrer à partir de l'équation (4) que :

$$\partial \Psi^* / \partial \hat{e} > 0 \text{ si } \eta > 1; \quad \partial \Psi^* / \partial \hat{e} < 0 \text{ si } \eta < 1 \quad (7)$$

Cependant, pour les fins de son analyse, Pinto élimine par hypothèse le cas où $\eta > 1$. La relation entre l'inflation et la prime de change peut être réécrite à partir de l'équation (4) comme :

$$\Psi^* \cdot \theta(\hat{e}) = a \frac{g - T}{p_x L - g} \quad (8)$$

où $\theta(\hat{e}) \equiv \lambda(\hat{e}) \cdot \hat{e}$. L'équation (8) démontre qu'il existe une situation d'échange entre Ψ et \hat{e} pour financer le déficit fiscal, $g - T$. C'est-à-dire qu'une baisse de Ψ , la prime de change au noir, doit être compensée par une augmentation de $\theta(\hat{e})$ et donc une augmentation dans \hat{e} . Cela implique une hausse de l'inflation si $g - T$ est constant. Pour mieux saisir la relation entre les revenus de seigneurage, la prime de change et les dépenses fiscales, on peut réécrire l'équation (6) :

$$g = m^* \hat{e} - T = g \left(1 - \frac{1}{\Psi^*} \right) + \frac{T}{\Psi^*} + m^* \hat{e} . \quad (9)$$

Si la prime de change disparaît, le terme de l'équation (9) entre parenthèses devient nul. Si T et g sont constants, on a alors d'autres choix que d'augmenter les revenus de seigneurage.

1.2 Modèles de Park (1995) et Morris (1995)

Les papiers de Park (1995) et Morris (1995) dérivent sensiblement les mêmes résultats que Pinto (1991). Cependant, les deux papiers prouvent que ces résultats sont

sensibles à la manière dont on définit les variables monétaires et le financement des dépenses fiscales. Park (1995) démontre que la relation entre la prime de change et l'inflation ne dépend pas uniquement de l'élasticité de la demande de monnaie par rapport à l'inflation, mais aussi de la règle de crédit intérieur et des ajustements des réserves de devises étrangères.

Il traite premièrement de la situation où les réserves en monnaie étrangère sont fixes. Dans cette situation, un pays expérimente une persistante demande excédentaire de devises étrangères. Il met donc en place des mesures de contrôles des capitaux et des importations pour limiter l'échange de devises par les exportateurs au taux de change officiel. Cela rejoint le traitement de Pinto. Cependant, il relâche l'hypothèse que α , la part des biens de consommation importés et échangés au taux de change officiel, égale zéro. La relation de Park entre le taux de dévaluation du taux de change officiel et la prime de change est la même que celle de Pinto (équations (7) et (7')). Cependant, il note que puisque η devrait augmenter avec une dépréciation de e , la relation positive de (7) est plus vraisemblable dans une économie où l'inflation est accompagnée d'un taux de dépréciation élevé.

La relation de Pinto entre l'inflation et la prime de change peut différer sous certaines conditions. Il admet que la prime de change au noir est une taxe implicite à l'exportation mais souligne qu'elle est aussi une subvention implicite à l'importation. En effet, étant donné une richesse (W) fixe, les biens importés sont relativement moins chers sur le marché officiel que sur le marché noir. L'élimination de la prime sur le marché de change abolit cette subvention en plus de la taxe. Lors d'une unification des taux de change, on peut démontrer que l'élimination de la prime de change cause une appréciation de la monnaie domestique et une stabilisation de l'inflation si $\eta > 1$. La vraisemblance de ce résultat est directement influencée par la valeur de α . Par opposition, le modèle de Pinto n'admettait que le cas où $\eta < 1$, et ainsi, il imposait la relation négative entre la prime de change et l'inflation.

Par contre, supposons maintenant que les réserves de la banque centrale en devises étrangères s'ajustent complètement en accord avec les fluctuations de la balance commerciale. Dans ce contexte, les autorités d'un pays ne spécifient que le type de transactions commerciales qui a accès au marché officiel et ainsi les réserves de la banque centrale doivent s'ajuster pour que le marché officiel soit en équilibre. Sous ces conditions, le crédit domestique croît au taux μ au lieu d'être dicté par le financement du déficit fiscal :

$$\dot{m} = m(\mu - \hat{e}) + \alpha f(v) \quad (10)$$

où $f(v)$ est la différence entre la production de biens transigés et la consommation de biens échangés. Supposons que $\alpha = 1$ et ainsi toutes les transactions sont allouées au marché officiel. Dans ce contexte, les conséquences macro-économiques d'une unification des deux taux de change seront dépendantes de la sensibilité de la balance commerciale par rapport au taux de change officiel. Si la balance commerciale est équilibrée sous le régime de change dual ($\mu = \hat{e}$), alors l'unification crée une appréciation de la monnaie domestique et une diminution de l'inflation. Il faut se rappeler qu'à l'état stationnaire, l'équation (10) égale zéro. Puisque $\alpha=1$, cela implique que $\mu = \hat{e}$ puisque $f(v) = 0$. Cependant, lorsque la balance commerciale est en surplus ($\mu < \hat{e}$) sous un marché de change dual, une unification des deux taux de change cause une appréciation de la monnaie domestique (diminution de l'inflation). Contrairement, lorsque la balance commerciale est en déficit ($\mu > \hat{e}$)¹, l'unification cause une dépréciation de la monnaie (augmentation de l'inflation).

Morris (1995) prouve aussi que les résultats de Pinto peuvent être renversés si on définit les variables fiscales différemment. Définissons la variable β comme étant la valeur accrue des importations en monnaie domestique qui est payée par le secteur privé en raison du taux de change parallèle. De plus, définissons δ comme étant la valeur accrue en monnaie domestique que paient les exportateurs avec l'existence d'un marché de change parallèle. Ces deux variables sont donc des variables de contrôle pour le gouvernement car il décide dans quelle proportion les dépenses du secteur privé sur le bien d'importation et les paiements aux exportateurs sont effectués au taux de change officiel. La différence entre le prix mondial au taux de change officiel et le prix domestique est une taxe explicite sur le bien d'exportation, X , et la différence entre le prix domestique et le prix mondial au taux de change officiel est une subvention explicite sur le bien d'importation, I .

Dans la même veine que Park, Morris ne s'intéresse pas qu'à l'approche budgétaire du processus de création de monnaie. En effet, le crédit du secteur privé peut aussi varier suite aux changements du taux de change officiel. Il suppose donc que la banque centrale compense

¹ La situation où $\mu > \hat{e}$ est insoutenable à long terme puisque cela implique un déclin persistant des réserves en devises internationales.

le secteur privé en augmentant le crédit disponible par la proportion γ de l'augmentation du coût d'acheter des dollars suite au changement du taux de change officiel.

L'équation déterminant le processus de création de monnaie sera fonction des trois variables, β , δ et γ . L'accumulation de réserves de devises étrangères doit être financée par la monnaie domestique. Mais, contrairement à Park, le traitement de Morris fait en sorte que cette composante de la création de monnaie disparaît dans le développement de la contrainte budgétaire du gouvernement. L'équation (2) de Pinto devient ainsi :

$$\partial M / \partial t = K_P + K_E E \quad (2')$$

où K_P est un terme réel fixe, $K_E = \delta X - \beta I + (1-\gamma)A$ et A représente l'allocation de monnaie étrangère du secteur privé. Pour savoir si une dépréciation du taux de change officiel, E , va faire diminuer ou augmenter la création de monnaie nominale, il faut connaître la valeur des exportations et des importations dont les prix sont contrôlés par le gouvernement et connaître l'allocation du secteur privé en devises étrangères.

On peut réécrire l'équation (2') en terme réel et, en définissant l'accumulation du stock de dollars sur le marché parallèle par l'équation (1'), on retrouve les deux équations suivantes :

$$\dot{m} = K_P + eK_E - m\hat{P} \quad (2'')$$

$$\dot{F} = S - \varphi(m+F) \quad (1')$$

où P est le niveau des prix domestiques et S est l'offre de dollars sur le marché noir obtenus en exportant la quantité X_2 sur le marché parallèle. De plus, postulons que $\varphi(m+F)$, le montant dépensé sur le marché d'importation parallèle, est égal à $\varphi(W)$, une fonction de la richesse totale. On peut alors compléter le système dynamique avec l'équation :

$$\dot{e} = e[\hat{E} - \lambda(m/F)] \quad (11)$$

où E est le taux de change officiel nominal et \hat{E} son taux de croissance. La fonction λ est définie comme étant la proportion de la richesse qui est détenue en monnaie domestique et est fonction du taux de croissance de P .

Les équations (1'), (2') et (11) définissent la dynamique du système de Morris. L'analyse dynamique est complexe puisqu'il existe plusieurs états stationnaires. L'apport majeur du papier de Morris est l'analyse du comportement des différentes variables macro-

économiques pour deux spécifications différentes de la politique de dévaluation du taux de change. La variable K_E joue un rôle important dans le modèle.

Le résultat principal est que si l'élasticité de la demande de monnaie, η , est assez basse, et qu'un pays veut contrôler l'inflation, la politique de change optimale va dépendre de l'équation (2"). Lorsque la création de monnaie augmente avec une dévaluation ($K_E > 0$), l'inflation est minimisée par une dévaluation fixe du taux de change, accompagnée par une prime de change positive à l'équilibre. A l'état stationnaire, le changement dans P égale au changement dans E . Dans le cas où $K_E < 0$, l'état stationnaire pour le régime de dévaluation fixe n'est pas stable. Cela signifie que si l'économie est perturbée, il y aura une tendance pour que la déviation de l'état stationnaire devienne encore plus grande. Si la politique de change est accompagnée par des politiques fiscales qui impliquent une diminution de la création de monnaie accompagnée par une inflation nominale ($K_E < 0$), alors l'inflation va être minimisée par une unification des taux de change. Donc une prime de change nulle n'entraîne pas nécessairement de hauts taux d'inflation.

1.3 Résumé des hypothèses théoriques

Les différents résultats cités plus haut ne font que renforcer la pertinence de notre étude. Les trois spécifications théoriques d'une situation de marché de change parallèle évoquent des résultats contradictoires dans certains cas. Les équations (6) et (8) du modèle de Pinto (1991) indiquent les relations à l'état stationnaire de l'offre de monnaie (m), du déficit gouvernemental ($g-T$), de la prime de change Ψ , de l'inflation $\theta(\hat{e})$ et du taux de change officiel, e . Ces variables devraient donc exhiber une relation de long terme stable. En appliquant une transformation logarithmique aux équations (6) et (8), on retrouve les relations suivantes :

$$\log \theta(\hat{e}) = \beta_{10} + \beta_{11} \log \Psi^* + \beta_{12} \log (g-T) \quad (12)$$

$$\log m^* = \beta_{21} \log (g-T) + \beta_{22} \log \hat{e} \quad (13)$$

Cependant, les équation (12) et (13) de Pinto ne sont pas les seules relations possibles. Les attentes quant à la proportionnalité des variables et le signe de leur relation sont pour l'instant un peu confuses en raison des nombreuses hypothèses citées plus haut. Notre analyse empirique est ainsi justifiée en espérant qu'elle puisse trancher le débat. La variable m

de l'équation (13) est l'offre de monnaie. Elle a cependant largement été utilisée dans les études empiriques comme proxy pour la demande de monnaie [Johansen et Juselius (1992)]. Puisque nous utilisons une transformation logarithmique des données, nous pourrions estimer directement l'élasticité de la demande de monnaie par rapport à l'inflation dans un système d'équations en normalisant le coefficient de l'offre de monnaie par rapport au coefficient du niveau des prix. Le signe de la relation entre l'inflation et la prime de change sera entre autres déterminé par cette élasticité, la situation de la balance commerciale du pays et les variables budgétaires du modèle de Morris (1995). Les différentes hypothèses des modèles théoriques peuvent se résumer dans cet ordre :

- Nous vérifions premièrement que la relation de l'équation (12) entre l'inflation, la prime de change et les dépenses fiscales est présente dans au moins une relation de cointégration. Dans un tel scénario, l'élasticité de la demande de monnaie, obtenue en normalisant le coefficient de la variable monétaire par le coefficient de la variable des prix, conditionne la relation de cointégration entre l'inflation et la prime de change.
- À partir de cette élasticité, on peut vérifier que la relation entre la prime de change et la variable de prix est celle prédite par Pinto (1991) pour le cas où η est inférieur à un ou celle prédite par Park (1995) dans le cas où η est supérieur à un, dans un contexte où le déficit fiscal détermine la règle de création de monnaie.
- Si l'hypothèse précédente n'est pas vérifiée, la relation entre la prime de change et le niveau des prix peut être dictée par un modèle d'ajustement des réserves tel que décrit par Park (1995) et Morris (1995). Dans un premier temps, la relation entre la situation de la balance commerciale, la prime de change et le niveau des prix peut être expliquée par l'évolution de la balance commerciale selon les arguments de Park (1995).
- Si aucune des situations précédentes ne s'appliquent, on peut alors s'appuyer sur l'approche de Morris (1995) pour simuler des valeurs de K_E dans le temps. Ainsi, on pourrait vérifier que la relation entre le niveau des prix et de la prime de change prédite par Morris est supportée par les données suite aux différentes politiques de dévaluation.
- Finalement, la modélisation de Pinto (1991), Morris (1995) et Park (1995) implique que le taux de croissance du taux de change officiel et du niveau des prix sont égaux. La modélisation empirique permettra de tester cette hypothèse.

1.4 Résumé des études empiriques

Les études empiriques sur les taux de change au noir ne sont pas nombreuses. Elles ont principalement analysé la relation entre le taux officiel et le taux au noir. Phylaktis et Kassimatis (1994) ont examiné la relation dynamique entre le taux de change officiel et le taux de change au noir pour les pays du bassin du Pacifique. Ils ont trouvé que la relation entre les deux taux est proportionnelle à un. Cela implique une prime de change constante à long terme. La vitesse d'ajustement des deux taux de change varie selon les pays et semble dépendre de la situation financière des pays. L'ajustement de la prime de change à sa valeur d'équilibre est plus rapide pour les pays où les marchés de change sont développés. Ils observent une grande variabilité des taux de change au noir principalement due à une surréaction de celui-ci suite à un choc. Ils concluent que le taux officiel cause dans le sens de Granger le taux de change au noir.

Kamin (1993) a modélisé le comportement dynamique du taux de change au noir lors de période de dévaluation du taux de change officiel. La relation négative entre la prime de change et les exportations officielles est vérifiée pour quelques 40 pays. Larue et Mutunga (1993) obtiennent des résultats similaires avec leurs modèles de type gravité. Dornbusch et *al.* (1983) ont évalués les déterminants de la prime de change pour le Brésil dans un contexte où la saisonnalité des données jouent un rôle important. Ce pays observe une rentrée importante de dollars U.S. lors de la saison touristique. L'accumulation de dollars sur le marché parallèle engendre un déclin saisonnier de la prime de change. Bien que des arguments théoriques sur la relation entre le niveau des prix et les marchés de change parallèles ont été avancés, ils n'ont jamais été testé empiriquement. Cet essai propose donc de vérifier ces énoncés théoriques.

Chapitre II

Analyse descriptive des variables et méthodologie

2.1 Description de la situation macro-économique et du marché de change pour deux pays en voie de développement

2.1.1 L'expérience bolivienne

Sachs (1987) argumente que l'hyper-inflation observée en Bolivie de 1984 à 1985 a été la plus rapide dans l'histoire de l'Amérique Latine et une des plus élevées dans le monde. Durant une période de 12 mois, soit de août 1984 à août 1985, les prix ont augmenté de 20 000 %. De plus, durant les derniers mois de la période hyper-inflationniste, l'inflation grimpait à un taux annuel de 60 000 %. Les comportements de la prime de change et de l'inflation trimestrielle en Bolivie sont illustrés aux figure 1 et 2 respectivement de l'annexe B. Sachs identifie trois aspects majeurs qui ont caractérisé cette poussée hyper-inflationniste. Premièrement, il opine que la baisse des prêts internationaux pour la Bolivie et l'augmentation des taux d'intérêt internationaux au début des années 80 sont les deux principaux facteurs qui ont initié la poussée vertigineuse de l'inflation. Deuxièmement, il remarque que le pays a eu recours à une augmentation des revenus de seigneurage puisque le transfert international net de ressources a diminué. Enfin, l'augmentation de l'inflation a causé l'effondrement du système de taxation avec comme résultat que les revenus du gouvernement ont connu une importante chute.

Un programme de stabilisation fructueux, conduit par un nouveau gouvernement, a suivi. Une des politiques maîtresses de cette réforme a été la dévaluation du taux de change officiel et, subséquemment, un flottement dirigé de la devise bolivienne accompagné d'une motivation de rétablir une convertibilité complète de la devise. La période de 1982 à 1985 est

caractérisée par une prime de change très élevée. Elle a atteint un sommet de plus de 700 % du taux de change officiel en 1984. La réglementation du marché de change de la Bolivie est très tordue et confuse. Par exemple, en 1982, il existait trois taux de change différents. Un taux officiel fixe était utilisé pour les importations de blé et les paiements de la dette publique extérieure. Un autre taux fixe, légèrement dévalué, était utilisé pour les exportations où 60 % de celles-ci devaient être échangées à ce taux et l'autre 40 % étaient échangées à un taux sur le marché libre utilisé aussi pour toutes les autres transactions. Sachs (1987) souligne le fait que le succès du programme de stabilisation est dû à la réduction des dépenses gouvernementales et à l'unification du taux de change. Cependant le lien entre les deux politiques n'est abordé qu'implicitement et vaguement.

La période 1979-1985 fut très instable politiquement pour la Bolivie. De 1971 à 1978, ce pays connut un régime politique stable et prospère. Cependant, l'arrivée au pouvoir d'un nouveau gouvernement en 1978 créa beaucoup de remous politiques et économiques. Cela contribua à déclencher l'hyper-inflation décrite auparavant. Le succès de la politique de stabilisation est dû à l'élection d'un nouveau gouvernement en août 1985. Ce programme a cependant signifié un déclin du niveau de vie des habitants et une hausse du chômage. Plus importante encore, a été l'augmentation de l'activité du secteur informel en Bolivie. Le pays est considéré comme le deuxième plus important exportateur de drogue au monde. La contrebande est aussi très bien organisée et très largement répandue. Des estimations indiquent que, pour certaines années, plus de 50 % des travailleurs étaient impliqués dans le secteur informel [GATT (1993)].

1.1.2 L'expérience zambienne

La Zambie a connu un déclin économique sans précédent du milieu des années 70 jusqu'au milieu des années 80. Une stagnation économique a caractérisé cette période en raison de nombreux chocs externes et internes. L'origine du déclin économique semble liée à la chute dramatique du prix d'exportation du cuivre. Cet effet négatif externe a été accompagné par de mauvaises politiques intérieures et un taux de change surévalué qui a contribué à détériorer les termes d'échange de la Zambie. [Young (1988)]. Le pays a approché le milieu des années 80 abattu économiquement par les politiques d'un gouvernement

socialiste. Le Fonds Monétaire International (FMI) est alors intervenu en éliminant tout contrôle des prix et des salaires, en réduisant drastiquement les subventions gouvernementales et en tentant d'encourager l'entreprise privée par une série de mesures incitatives à la production.

Les efforts de la Zambie pour réduire le déficit de sa balance commerciale ont été amorcés en 1983 avec la fixation d'un taux de change dirigé. L'insuccès de cette mesure l'ont conduite à adopter un système de change flottant avec la création d'un encan en octobre 1985. Durant cette période, la prime sur le marché de change au noir était de 100% relativement au taux officiel et l'inflation croissait au rythme annuel de 37 %. Elle atteignit un sommet de 70% en 1986. Les figures 3 et 4 de l'annexe B représentent l'évolution de la prime de change et de l'inflation trimestrielle en Zambie respectivement. La Zambie a aussi connu une période d'inflation élevée. L'unification de son taux de change a causé de grandes augmentations de l'inflation et une accélération du taux de dépréciation de sa devise relativement à celui observé historiquement sur le marché noir [Pinto (1991)]. Cependant, ce pays n'a pas vécu une situation hyper-inflationniste comme l'indique la figure 4 de l'annexe B. En mars 1987, le système de change dual fut réinstallé. Un sentiment anti-FMI parmi la population a redonné vie au courant socialiste. La Zambie se sentait coincée par son énorme dette extérieure et les arrangements contractés avec le FMI ne furent jamais respectés.

La Bolivie et la Zambie constituent des pays de référence intéressants pour analyser la relation de la prime du taux de change au noir et du niveau des prix en raison des contrastes observés. Dans le cas de la Bolivie, une prime de change élevée a été accompagnée par une situation hyper-inflationniste, tandis que pour la Zambie, l'inflation trimestrielle n'a jamais dépassé 25 % malgré une prime de change atteignant des sommets de 200 %.

2.2 Introduction des variables et source des données

Les variables des équations (12) et (13) sont les variables d'intérêt du modèle empirique. Ce sont le déficit gouvernemental (DEF), une variable monétaire (M1)², le taux de

² L'emploi de la variable monétaire M1 est préféré à l'emploi de M2 puisque son utilisation produit de meilleurs résultats lors de l'estimation du système au chapitre 3.

change officiel (OFF), la prime sur le marché de change (PRI) et le niveau des prix (CPI)³. L'estimation des équations (12) et (13) pose cependant un problème. En effet, le logarithme d'une valeur négative n'est pas défini. Puisque les pays en voie de développement observent généralement un solde budgétaire négatif, nous utiliserons les dépenses gouvernementales (EXPEN) comme proxy pour la variable $(g - T)$ ⁴.

Les données sur le taux de change au noir et la prime de change pour les deux pays sont récoltées dans les revues de Pick's Currency Yearbook. Les données sur la masse monétaire, le taux de change officiel, l'indice des prix à la consommation et les dépenses gouvernementales pour les deux pays sont puisées dans l'annuaire Statistiques Financières Internationales du Fonds Monétaire International. Une description plus détaillée des variables est fournie à l'annexe A. La période couverte pour l'analyse est le premier trimestre de 1972 jusqu'au quatrième trimestre de 1993 pour la Bolivie et le troisième trimestre de 1970 jusqu'au deuxième trimestre de 1987 pour la Zambie.

Nous possédons des observations pour les variables OFF, CPI, PRI et M1 jusqu'à la fin de l'année 1993 pour la Zambie et la Bolivie. Le problème est que la fréquence d'observation de la variable fiscale EXPEN change. Les données ne sont plus présentées de façon trimestrielle mais seulement sous une fréquence annuelle à partir du deuxième trimestre de 1987 pour la Zambie et du quatrième trimestre de 1988 pour la Bolivie. Nous proposons donc d'utiliser le filtre de Kalman pour produire des estimations trimestrielles de la variable EXPEN pour la Bolivie. La procédure ainsi que les résultats, sont décrits à l'annexe C. La possibilité d'augmenter la grosseur de l'échantillon pour la Zambie est abandonnée puisque les observations annuelles de la variable EXPEN ne sont disponibles que jusqu'au milieu de 1989. La procédure a été expérimentée pour la Zambie mais elle ne produisit que de piètres résultats.

³ À partir de maintenant, toute référence aux variables CPI, M1, EXPEN, PRI et OFF fera allusion à leur transformation logarithmique si cela n'est pas spécifié autrement.

⁴ Plus ou moins 90 % des observations du solde budgétaire de chaque pays ont un solde négatif. On ne peut donc pas prendre la valeur absolue du déficit comme variable explicative puisque cela ferait disparaître les observations trimestrielles où un pays a enregistré un surplus budgétaire. Cela est d'une importance primordiale dans notre étude puisqu'un surplus budgétaire est un élément clé dans le redressement d'une situation inflationniste [Pinto (1991)]. L'utilisation du proxy g pour la variable $(g - T)$ semble justifiée. À l'examen des données, on remarque que les surplus budgétaires ont été accompagnés de marquantes baisses des dépenses et ne semblent pas être dus à une augmentation des revenus. De plus, le coefficient de corrélation de Pearson entre les dépenses gouvernementales et le déficit fiscal est -0,86 et -0,92 pour la Bolivie et la Zambie respectivement.

Nous obtenons donc un échantillon de 88 et 68 observations pour la Bolivie et la Zambie respectivement.

2.3 Stationnarité des variables et racines unitaires

2.3.1 Introduction

La première étape de l'étude empirique est de déterminer le degré d'intégration de chacune des variables. À ce stade-ci, il est utile d'introduire un bref résumé de la littérature sur le concept de stationnarité et de ses implications sur l'estimation de modèles économétriques. Une série de données est stationnaire si sa moyenne, μ_t , ainsi que ses autocovariances, γ_{jt} , sont constantes dans le temps [Hamilton (1994)]. Si une série de données possède une racine unitaire (i.e. est non-stationnaire), cela implique qu'un choc sur cette série a un effet persistant dans le temps. Par contre, si la série est stationnaire, les chocs ne peuvent qu'avoir un effet temporaire. Le degré d'intégration des variables est important puisque les techniques d'estimation diffèrent selon la classification des variables. Quatre tests classiques⁵ sont présentés dans les sections suivantes pour déterminer si les variables sont stationnaires ou possèdent une racine unitaire. Il s'agit des tests Dickey-Fuller Augmenté, Phillips-Perron et Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin et Zivot-Andrews.

2.3.2 Test Dickey-Fuller

Le premier test suggéré est le test Dickey-Fuller Augmenté (ADF) [Said et Dickey (1984)]. On teste l'hypothèse H_0 : y_t possède une racine unitaire. Ce test prend en considération l'autocorrélation possible des résidus et corrige ce problème s'il est détecté. Soit

⁵ Plus récemment, des contributions bayésiennes [Sims et Uhlig (1991), Sims (1988)] sont venues jeter un doute sur l'approche classique du traitement des racines unitaires. Un numéro entier de la revue *Journal of Applied Econometrics* (1991, vol. 6) a été consacré au débat entre le traitement classique et bayésien des racines unitaires. Contrairement à l'approche classique, le traitement bayésien considère que les données ne sont pas aléatoires car elles sont connues au moment de l'inférence. L'inférence bayésienne conditionne une probabilité de distribution des coefficients de la régression sur les données. L'hypothèse d'une racine unitaire reçoit donc un poids à posteriori selon l'évidence des données. On doit par contre spécifier à priori une distribution pour le coefficient de la régression. Ce choix d'une densité de distribution à priori est le principal débat entre classiques et bayésiens. Phillips (1991) a démontré que la distribution à priori uniforme était largement tributaire des résultats obtenus par Sims et Uhlig (1991). Les discussions de l'article de Phillips n'ont pas résorbé la controverse entourant les deux approches. Le choix de la spécification de la distribution à priori est traitée clairement par Uhlig (1994).

une variable y_t , pour $t = 1, \dots, T$, qui suit un processus AR(1), le test ADF consiste à estimer la relation suivante :

$$\Delta y_t = \alpha + \beta t + \rho y_{t-1} + \sum_i \Psi_i \Delta y_{t-i} + u_t, \text{ pour } i = 1, \dots, m \quad (14)$$

où u_t est iid $\rightarrow N(0, \sigma^2)$ et m est choisi en fonction de l'autocorrélation potentielle des résidus et diffère pour chacune des variables. La distribution du test ADF est non-standard et est très sensible à la spécification de l'équation estimée. Pour déterminer si l'inclusion d'une variable de tendance dans les trois tests est nécessaire, on construit le graphique de chaque variable par rapport au temps. Les critères utilisés pour déterminer la valeur de m sont le Critère d'Information d'Akaike (AIC) [Akaike (1974)] et le Critère Bayésien de Schwartz (SBC) [Schwartz (1978)]. Les formules sont les suivantes :

$$1- AIC(m) = -2 \log(\text{maximum de vraisemblance}) + 2m$$

$$\text{Ceci peut être réduit à l'expression : } AIC(m) = T \log \hat{\sigma}^2 + 2m \quad (15)$$

où T est le nombre d'observations de l'échantillon et $\hat{\sigma}^2$ est l'estimateur du maximum de vraisemblance de σ^2

$$2- SBC(m) = T \log(\text{maximum de vraisemblance}) + m \log T \quad (16)$$

Le choix optimal du paramètre m de l'équation (14) se fait donc en minimisant les valeurs de ces deux critères. Les résultats du test ADF pour chaque variable sont présentés dans le Tableau 1 de la section 2.3.5.

2.3.3 Test Phillips-Perron

Le test de Phillips et Perron (1988), (PP) ressemble au test ADF. Toutefois, il corrige le problème d'autocorrélation des résidus d'une manière potentiellement plus efficace [Schwert (1989)]. Leur statistique est basée sur la régression (14), mais subit une modification pour que l'autocorrélation des résidus ne vienne pas affecter la distribution asymptotique. Le test de racine unitaire classique développé par Dickey et Fuller (1979) est sensible à l'hypothèse que les données sont générées par un processus autorégressif pur [Schwert (1989)]. De plus, les tests PP et ADF ne performant pas bien lorsque le paramètre MA qui génère les données est grand [Schwert (1979)]. Ces dernières considérations justifient l'application des deux tests (PP et ADF) aux séries de données. On exécute premièrement la régression suivante au moyen des moindres carrés ordinaires :

$$y_t = \alpha + \beta t + \rho y_{t-1} + u_t \quad (17)$$

La statistique PP est calculée de la manière suivante :

$$Z_\rho = T(\hat{\rho}-1) - \frac{1}{2} \left\{ \frac{T^2 \hat{\sigma}_\rho}{S_T^2} \right\} \{ \hat{\lambda}^2 - \hat{\gamma}_0 \} \quad (18)$$

où $\lambda^2 = \gamma_0 + 2\sum_{j=1}^{\infty} \gamma_j = 2\pi S_u(0)$ et γ_j est la $j^{\text{ième}}$ autocovariance de la population. $S_u(0)$ est le spectre de la population pour u_t à la fréquence 0. L'estimateur de Newey et West (1987), décrit dans Hamilton (1994), peut approximer $S_u(0)$. Cela implique que :

$$\hat{\lambda}^2 = \hat{\gamma}_0 + 2 \sum_{j=1}^l \left[1 - \frac{j}{1+l} \right] \hat{\gamma}_j \quad (19)$$

$$\hat{\gamma}_j = T^{-1} \sum_{t=j}^T \hat{u}_t \hat{u}_{t-j}, \text{ pour } j = 0, \dots, T \quad (20)$$

$$S_T^2 = (T-k) \sum_{t=1}^T \hat{u}_t^2 \quad (21)$$

où k est le nombre de paramètres estimés et l est le paramètre de troncature. Le paramètre l est considéré comme étant l'opérateur de retard significatif le plus élevé de la fonction d'autocorrélation ou de la fonction d'autocorrélation partielle de la première différence de la série. Les résultats du test PP sont présentés au tableau 1 de la section 2.3.5.

2.3.4 Test Kwiatkowsky-Phillips-Schmidt-Shin

Le dernier test diffère des deux premiers. Le test de Kwiatkowsky, Phillips, Schmidt et Shin (1992), (KPSS), teste l'hypothèse H_0 que y_t est stationnaire. Selon les auteurs, les tests classiques ont, par construction, trop tendance à ne pas rejeter l'hypothèse nulle d'une racine unitaire. Ils choisissent une représentation dans laquelle une série y_t est composée d'une tendance déterministe, une marche aléatoire et un terme d'erreur stationnaire. L'hypothèse nulle d'une tendance stationnaire correspond à l'hypothèse que la variance de la marche aléatoire est zéro. Ils développent leur test dans la lignée de Phillips et Perron en dérivant la distribution asymptotique de la statistique en considérant la possibilité que le terme d'erreur ne soit pas iid. Soit y_t , pour $t = 1, 2, \dots, T$, décomposé comme :

$$y_t = \zeta t + r_t + \varepsilon_t \quad (22)$$

où r_t est une marche aléatoire :

$$r_t = r_{t-1} + u_t \quad (23)$$

Le terme d'erreur u_t est iid($0, \sigma_u^2$). L'hypothèse de stationnarité est simplement $\sigma_u^2 = 0$. Puisque les ε_t sont considérés comme stationnaires, l'hypothèse nulle est que y_t est stationnaire en tendance. Si les données n'exhibent pas de tendance, on considère le cas où $\zeta = 0$, et alors l'hypothèse nulle est que y_t est stationnaire autour d'un niveau plutôt qu'une tendance. Définissons e_t , $t = 1, 2, \dots, T$, les résidus de la régression de y par rapport à une constante et une tendance et $\hat{\sigma}^2$ l'estimateur de la variance des termes d'erreur de la régression. On peut alors définir la somme partielle du processus des résidus :

$$S_t = \sum_{i=1}^t e_i, \quad \text{pour } t = 1, 2, \dots, T \quad (24)$$

Un estimateur consistant de σ^2 lorsque les résidus démontrent de l'autocorrélation prend la forme :

$$s^2(l) = T^{-1} \sum_{t=1}^T e_t^2 + 2T^{-1} \sum_{s=1}^l w(s,l) \sum_{t=s+1}^T e_t e_{t-s} \quad (25)$$

où $w(s,l) = 1 - s / (l + 1)$ est la fenêtre de Bartlett utilisée par Newey et West (1987) et décrite auparavant. La statistique peut donc se calculer ainsi :

$$\hat{\eta} = \eta / s^2(l) = T^{-2} \sum_t S_t^2 / s^2(l) \quad (26)$$

La puissance du test est sensible au choix du paramètre de troncature, l et à la grandeur de l'échantillon. Plus l est élevé, plus la grosseur de l'échantillon se doit d'être élevée pour que les résultats asymptotiques soient fiables. Les tests de KPSS sur des variables macro-économiques démontrent que la valeur de la statistique diminue avec une augmentation de l . Donc, plus l est élevé, plus le test possède un biais en faveur de la stationnarité. Cependant, pour une valeur de l peu élevée, la validité des résultats asymptotiques n'est pas violée et le test a une puissance élevée même avec de petits échantillons. Cependant, une valeur faible de l peut ne pas corriger le problème d'autocorrélation des erreurs et ainsi produire un test biaisé. Le choix du paramètre l sera motivé par le choix du paramètre m dans le test ADF et du paramètre l du test PP puisque cette variable détermine le degré de retard de

la variable dépendante pour lequel les résidus n'exhibent plus d'autocorrélation. Les résultats du test KPSS sont présentés au tableau 1 de la section 3.5.

2.3.5 Analyse des résultats

Les résultats des tests de racines unitaires et de stationnarité ADF, PP et KPSS sont présentés au tableau 1. Notons que les tests de racines unitaires et de stationnarité portent sur les transformations logarithmiques de chaque variable. À l'examen des statistiques, on peut conclure avec une certaine certitude que toutes les variables pour la Bolivie possèdent une racine unitaire et ne sont donc pas stationnaires à l'exception de la prime sur le marché des changes. Les tests PP et KPSS favorisent l'hypothèse de stationnarité pour cette variable. Par conséquent, cette variable est considérée $I(0)$ pour le moment.

L'hypothèse que les variables CPI, OFF et PRI de la Zambie possèdent une racine unitaire ne peut être rejetée par les trois tests. Le test KPSS ne peut rejeter l'hypothèse de stationnarité pour la variable M1 de la Zambie tandis que les deux autres tests ne peuvent rejeter l'hypothèse que cette variable possède une racine unitaire. Cependant, comme il a été précisé auparavant, le test KPSS est très sensible au choix du paramètre l et pour $l = 0$, on aurait rejeté l'hypothèse de la stationnarité. La valeur élevée de la statistique du test PP pour la variable EXPEN de la Zambie est surprenante si on compare cette statistique avec les autres tests. Par contre, sur la base des trois tests, nous pouvons considérer que cette variable possède une racine unitaire.

TABLEAU 1
Tests de racines unitaires sur les séries individuelles :
Test Dickey-Fuller Augmenté (ADF), test Phillips-Perron (PP)
et test Kwiatkowsky-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS)

	CPI	M1	EXPEN	OFF	PRI
Bolivie					
Lag	4	8	8	3	2
Tendance	oui	oui	oui	non	non
Test ADF	-2,09	-2,58	-2,17	-0,81	-1,64
Test KPSS	0,24*	0,15*	0,17*	2,05*	0,36
Test PP	-4,05	-5,74	-6,63	-0,20	-20,94*
Zambie					
Lag	4	1	8	4	1
Tendance	oui	oui	oui	non	non
Test ADF	0,40	0,17 ^b	-1,25	-0,30	-2,19 ^b
Test KPSS	0,26*	0,13	0,17*	0,78*	1,30*
Test PP	2,05	1,97	-65,56*	2,50	-9,35

^a Il a été décidé de n'indiquer qu'avec un astérisque les variables pour lesquelles l'hypothèse H_0 est rejetée plutôt que de rapporter les valeurs critiques de chaque statistique. Tous les tests sont évalués au seuil significatif de 5 %. Les valeurs critiques du test ADF varient avec le nombre de retards spécifiés et la taille de l'échantillon. Elles sont puisées dans Mackinnon (1990). La valeur critique du test KPSS est 0,146 avec tendance et 0,463 sans tendance. La valeur critique du test PP est -19,8 avec tendance et -13,3 sans tendance.

^b Les résidus pour ces statistiques ne démontrent aucune autocorrélation. Il s'agit donc du test Dickey-Fuller standard.

2.4 Changement structurel et intégration des variables

2.4.1 Introduction

Il est important pour notre étude de vérifier si les séries de données ne subissent pas de changement structurel majeur. La validité de la présente étude empirique dépend beaucoup

de la classification par ordre d'intégration des séries chronologiques. Si des séries stationnaires avec un changement structurel sont incorrectement classifiées comme intégrées d'ordre supérieur à zéro, cela aura de sérieuses conséquences sur la fiabilité des inférences qui seront faites [Banerjee, Lumsdaine et Stock (1992)]. Plusieurs approches peuvent être considérées pour confronter le problème. Le test de Chow sur la stabilité des paramètres a été le premier test considéré dans la littérature. Il a cependant le désavantage que le point de rupture dans les données doit être connu à l'avance. De plus, ce test ne peut s'appliquer pour un processus $I(1)$. Perron (1989) a développé un test de changement structurel lorsque les séries possèdent une racine unitaire. Cependant, les critiques de ce test argumentent que, puisque le choix du point de rupture des données est basé sur des observations à priori, cette approche possède un degré de subjectivité qu'il serait préférable d'éliminer.

2.4.2 Test de Zivot et Andrews

Zivot et Andrews (1992) proposent un test qui reconnaît le fait que le point de rupture est dépendant des données. L'hypothèse nulle de ce test est que la série y_t possède une racine unitaire sans changement structurel endogène. L'hypothèse alternative stipule que la série y_t peut être représentée comme un processus stationnaire avec tendance et possédant un point de rupture dans les données. Le but du test est d'estimer le point qui donne le plus de poids à l'hypothèse de stationnarité avec tendance.

Soit y_t , pour $t = 1, \dots, T$, une série de données possédant une racine unitaire, on peut alors définir $\lambda \equiv T_B/T$ comme étant la location du changement structurel où $1 < T_B < T$. Alors on peut bâtir les trois modèles suivants :

$$y_t = \mu + \theta DU_t(\lambda) + \beta t + \alpha y_{t-1} + \sum_j c_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t \quad (27)$$

$$y_t = \mu + \gamma DT_t(\lambda) + \beta t + \alpha y_{t-1} + \sum_j c_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t \quad (28)$$

$$y_t = \mu + \theta DU_t(\lambda) + \gamma DT_t(\lambda) + \beta t + \alpha y_{t-1} + \sum_j c_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t \quad (29)$$

où $j = 1, \dots, k$, $DU_t = 1$ si $t > T_B / T$, 0 autrement et $DT_t = t - T\lambda$ si $t > T\lambda$, 0 autrement. L'équation (27) permet un changement structurel dans le niveau des séries, l'équation (28) permet un changement du taux de croissance de la série et l'équation (29) admet les deux types de changements. La procédure du test implique l'estimation des équations (27) à (29)

séparément à l'aide des moindres carrés ordinaires (MCO) pour une valeur de rupture λ variant de $i = 2 / T$ jusqu'à $(T-1) / T$. La procédure de Perron (1989) est utilisée pour fixer la valeur de k . On choisit la plus haute valeur de k pour laquelle la statistique t de student pour le coefficient c_j est supérieur à 1,6 en valeur absolue.

Pour les équations (27) à (29), on choisit la valeur λ pour laquelle la statistique t du test $\alpha = 1$ est la plus faible. Zivot et Andrews (1992) ont simulé les valeurs critiques asymptotiques des trois tests. Leurs valeurs critiques sont plus grandes en valeur absolue que celles obtenues par Perron (1989) lorsque λ est considéré comme fixe. Les résultats du test Zivot-Andrews pour les variables de la Bolivie et la Zambie sont présentés au tableau 2.

Toutes les statistiques t minimum pour les variables de la Bolivie sont celles de l'équation (27). La valeur critique asymptotique de Zivot et Andrews est -4,8 au seuil de 5 %. On rejette alors l'hypothèse d'une racine unitaire sans changement structurel pour toutes les variables de la Bolivie à l'exception de la prime de change. Les statistiques pour les variables de la Zambie permettent de ne pas rejeter l'hypothèse d'une racine unitaire. Il est à noter que la statistique t minimum pour les variables OFF et PRI de la Zambie est celle du modèle (27) tandis que la valeur critique du modèle (29), appliqué aux autres variables de la Zambie, est -5,08.

TABLEAU 2
Test de Zivot-Andrews

Variables	Bolivie		Zambie	
	stat t	Date	stat t	Date
CPI	-5,47	1984:1	-3,17	1983:2
M1	-5,76	1984:1	-3,80	1985:1
EXPEN	-6,45	1984:1	-3,46	1984:2
OFF	-5,82	1984:3	-3,86	1982:4
PRI	-4,54	1985:2	-4,40	1979:1

Zivot et Andrews (1992) soulignent que les valeurs critiques d'un échantillon de taille finie peuvent différer en raison de la dépendance temporelle des données. La simulation de la

distribution de leur statistique t minimum dans un échantillon fini résulte en des valeurs critiques plus élevées en valeur absolue que les distributions asymptotiques. Ce résultat est confirmé par Sadorsky (1994). À l'aide d'une expérience Monte Carlo et d'une simulation *Bootstrap*, il souligne que les valeurs critiques de son échantillon sont supérieures aux valeurs critiques asymptotiques de Zivot et Andrews. Puisque dans ces études empiriques, le rejet de l'hypothèse de racine unitaire sans changement structurel semble dépendre des valeurs critiques employées, il est donc désirable de calculer les valeurs critiques propres à la taille de notre échantillon. Par exemple, Sadorsky (1994) génère des valeurs critiques pour un échantillon de 130 observations inférieures à -6,3. Cela permettrait alors de ne pas rejeter l'hypothèse nulle d'une racine unitaire sans changement structurel pour les variables de la Bolivie.

Les méthodes Monte Carlo sont une alternative aux résultats asymptotiques usuels. Elles sont utilisées pour développer les valeurs critiques d'un échantillon de taille finie. L'expérience est construite selon la méthode de Zivot et Andrews (1992) et de Sadorsky (1994). Pour calculer les distributions des échantillons finis du test, il faut spécifier la séquence du processus d'erreurs $\{e_t\}$ pour chaque série. On suppose premièrement que les erreurs générant la série de données, y_t , peuvent être approximées par un modèle ARMA(p,q). Dans ce cas, la première différence de la série y_t est un processus ARMA(p,q).

Pour déterminer p et q , on applique un modèle ARMA(p,q), pour $p \leq 5$ et $q \leq 5$, à la première différence de chaque série et on utilise les critères de sélection AIC et SBC décrit à la section 3.2. À l'aide des processus optimaux ARIMA ($p,1,q$) présentés au tableau 3, on peut générer un échantillon fictif d'observations de taille égale pour chaque variable. Les critères AIC et SBC sélectionnent le même modèle pour toutes les variables de la Bolivie. Il est à noter que les statistiques t des coefficients du tableau 3 sont fortement significatives dans la plupart des cas.

Une fois que le processus de génération des données est spécifié et que l'échantillon d'observations fictif est construit, on exécute la régression (27) pour chaque variable pour $i = \max\{p,q\}, \dots, T-1$ où T est le nombre d'observations et le point de rupture est $\lambda = i / T$. Notre statistique est donc le minimum de la statistique t pour les $(T-\max\{p,q\})$ observations. On

répète ce processus 1000 fois⁶. Il est à noter que le choix du paramètre k diffère de la procédure décrite plus haut. En raison de la complexité de la programmation pour l'expérience, la valeur de k est fixé à 4 pour tous les points de rupture et toutes les répétitions. Théoriquement, cela peut causer certaines différences mineures au niveau des valeurs critiques. Zivot et Andrews (1992) rapportent que la détermination de k selon les données produit des valeurs critiques en valeur absolue de 10 % supérieures à la méthode où k est fixe.

TABLEAU 3
Processus générateur des données pour la Bolivie

Modèle : $\Delta y_t = \mu + \rho_i \sum_i \Delta y_{t-i} + \theta_i \sum_i e_{t-i} + e_t$					
	Modèle	μ	ρ	θ	σ^2
CPI	(2,2)	0,071 (1,63)	-0,768 (-21,94)	-1,739 (-132,20)	0,0051
			0,229 (4,96)	-0,769 (-49,03)	
M1	(1,2)	0,052 (2,15)	-0,988 (-507,3)	-1,678 (-53,74)	
			- (-)	-0,920 (-32,73)	
EXPEN	(4,0)	0,046 (0,975)	-0,109 (-1,53)	- (-)	0,1701
			0,036 (0,51)	- (-)	
			-0,001 (0,01)	- (-)	
			0,739 (10,45)	- (-)	
OFF	(1,2)	0,009 (1,21)	0,829 (16,36)	1,198 (23,60)	0,0055
			- (-)	-0,859 (-17,83)	
PRI	(1,0)	-0,095 (-0,94)	-0,701 (-9,14)	- (-)	0,8873

⁶ Il est difficile en pratique de déterminer le nombre de répétitions nécessaires à l'expérience. Par contre, le chiffre de 1000 peut être considéré raisonnable. Le temps de calcul de l'ordinateur est ralenti puisqu'à chaque répétition, il faut calculer au-dessus de 80 régressions.

Les valeurs critiques simulées sont présentées au tableau 4. L'analyse du tableau démontre que les valeurs critiques sont très élevées en comparaison à celles générées par Zivot et Andrews (1992). Cependant, nos résultats correspondent avec ceux de Sadorsky (1994) qui obtenait des valeurs critiques plus élevées que Zivot-Andrews avec un échantillon plus grand que le nôtre. Les résultats de la simulation sont passablement différents pour chaque variable malgré le fait que le nombre d'observations est le même pour toutes. Les valeurs critiques du tableau 4 indiquent seulement que la vitesse à laquelle les variables approchent leur valeur asymptotique. Cette vitesse est entre autres caractérisé par le processus générateur de données propres à chaque variable [Davidson et Mackinnon (1993)]. En fait, une expérience Monte Carlo n'est pas autre chose qu'une expérience aléatoire. Pour ces raisons, la différence entre les valeurs critiques de chaque variable sont donc explicables.

TABLEAU 4
Valeurs critiques des échantillons de taille finie pour les variables de la Bolivie

Variables	Valeurs critiques			
	1 %	2.5 %	5 %	10 %
CPI	-7,55	-7,23	-7,01	-6,76
M1	-8,34	-7,92	-7,55	-7,15
EXPEN	-7,38	-7,13	-6,86	-6,59
OFF	-8,97	-8,22	-7,40	-6,73
PRI	-5,19	-5,02	-4,79	-4,54

À l'examen du tableau 2 et 4, la conclusion principale est qu'on ne peut rejeter l'hypothèse d'une racine unitaire sans changement structurel au seuil significatif de 5 % pour aucune variable si on se réfère aux valeurs critiques du tableau 4. Il est à noter que la distribution du test pour la variable PRI est très rapprochée de la distribution asymptotique de Zivot et Andrews (1992). En effet, leurs valeurs critiques sont -5,34, -5,02, -4,8 et -4,58 au seuils significatifs de 1%, 2.5%, 5% et 10% respectivement. Cela suggère que cette variable approche sa distribution asymptotique rapidement à l'intérieur d'un échantillon fini.

Chapitre III

La Cointégration et dynamique de long terme du système

3.1 Introduction

La théorie économique suggère souvent que certaines variables sont liées par un équilibre de long terme. Le développement théorique du chapitre 1 implique que les variables économiques convergent vers un équilibre stationnaire. Même si les variables peuvent dévier de leur équilibre de long terme momentanément, les forces économiques permettent de réinstaurer l'équilibre entre ces variables. Les variables analysées à la section précédente sont intégrées d'ordre 1. Les résultats asymptotiques usuels ne peuvent s'appliquer dans ce cas. Par contre, les séries de données sont dites cointégrées si elles obéissent à un équilibre de long terme stable. La cointégration est une propriété statistique qui décrit le comportement de long terme de séries de données intégrées d'ordre un. Une solution pour résoudre le problème de non-stationnarité des données est de différencier les séries d fois et de performer une régression sur ces différences. Cependant, la différenciation des séries peut éliminer des informations théoriques importantes pour l'analyse des données [Granger (1986)]. Pour ces raisons, la notion de cointégration procure un outil statistique solide pour analyser les relations de long terme entre les variables décrites au chapitre précédent.

Johansen (1992a) a démontré que l'estimation d'une relation entre deux variables au moyen d'une seule équation est biaisée puisque ces deux variables sont déterminées conjointement dans un système. L'estimation d'une relation d'un système modélisée de manière partielle est identique à l'estimateur basé sur un système plein si les variables sur lequel le système est conditionné sont faiblement exogènes. L'analyse empirique sera donc fait en deux étapes. Dans un premier temps, nous restreindrons l'analyse au cas bivarié. Seule la relation entre deux variables sera estimée. Par la suite, nous allons permettre une pleine

interaction entre les différentes variables en modélisant un système d'équations multivarié et analysant les relations bivariées d'intérêt à l'intérieur de ce système.

3.2 Approche bivariée

3.2.1 Introduction

Les prédictions théoriques des modèle de Pinto (1991), Park (1995) et Morris (1995) impliquent que les variables CPI et OFF croissent au même taux. Aussi, selon l'approche fiscale de la création de monnaie de Pinto (1991), l'offre de monnaie et le déficit fiscal doivent être reliées à l'état stationnaire par l'équation (6). Cette relation est cependant conditionnée par le taux de dépréciation du taux de change officiel. Il est également intéressant d'estimer la relation entre la prime de change sur le marché noir et le niveau des prix. La prédiction théorique de chaque modèle est différente. Donc, dans cette section, on analysera la présence d'une relation de cointégration entre les variables CPI et OFF, M1 et EXPEN et CPI et PRI au moyen des tests d'Engle et Granger (1987) et de Phillips et Hansen (1990). Cette dernière procédure sera aussi utilisée pour tester la stabilité des paramètres.

3.2.2 Méthode de Engle et Granger (1987)

3.2.2.1 Test de cointégration

Plusieurs procédures ont été suggérées pour tester la présence de cointégration entre deux ou plusieurs variables. Engle et Granger (1987) ont proposé l'emploi d'un test de racine unitaire dans un contexte de cointégration. Il s'agit de tester que les résidus d'une régression statique entre les variables d'intérêt sont stationnaires. Cette approche a le mérite d'être simple et facile à utiliser. Elle a cependant une lacune majeure. Elle n'alloue la présence que d'une seule relation de cointégration entre deux ou plusieurs variables et peut donc difficilement s'appliquer autrement que pour une analyse bivariée. Soit deux variables Y_{1t} et Y_{2t} , pour $t = 1, \dots, T$, intégrées d'ordre un. On peut estimer la régression suivante au moyen des moindres carrés ordinaires (MCO) :

$$Y_1 = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + Y_2\boldsymbol{\eta} + v_t \quad (30)$$

où \mathbf{X} dénote une matrice d'éléments non-stochastiques comme par exemple une constante ou une tendance dans le temps. L'estimateur MCO est alors super consistant car les paramètres convergent vers leur vraie valeur à un rythme proportionnel à T^{-1} plutôt qu'un rythme proportionnel à $T^{-1/2}$ [Davidson et Mackinnon (1993)]. La régression (30) génère un ensemble de résidus v_t . Si, en fait, Y_{1t} et Y_{2t} sont cointégrés, le terme d'erreur, v_t , à l'équilibre doit être $I(0)$. On peut alors tester l'hypothèse nulle d'absence de cointégration versus l'hypothèse alternative de cointégration en effectuant un test de racines unitaires sur v_t . Par contre, puisque v_t dépend d'un paramètre estimé qui sous l'hypothèse nulle est un paramètre d'une "fausse" régression⁷, les distributions asymptotiques des tests usuels de racines unitaires ne sont pas les mêmes que celles d'un test de racines unitaires ordinaire. Pour cette raison, nous effectuons uniquement les tests ADF et PP décrits au chapitre 3. Nous n'utilisons pas le test KPSS puisque sa distribution asymptotique dans un contexte de cointégration est inconnue.

Les résultats des tests ADF et PP sur les résidus des régressions sont présentés au tableau 5. Les tests pour chaque relation incluent une constante dans l'équation (30). On a aussi inclus une tendance dans le temps pour la relation entre les variables M1 et EXPEN et la relation entre OFF et CPI. Le résultat principal du tableau 5 est que le test ADF ne permet pas de rejeter l'hypothèse de non cointégration pour toutes les relations de chaque pays. Cependant, les résultats des tests PP indiquent que les variables M1 et EXPEN et les variables OFF et CPI sont cointégrées pour les deux pays. On ne peut rejeter l'hypothèse de non cointégration pour la relation entre le niveau des prix et la prime de change pour la Zambie sur la base des tests PP et ADF. Par contre, le test PP rejette l'hypothèse de non cointégration pour les variables PRI et CPI de la Bolivie.

⁷ Plusieurs séries économiques possèdent une tendance de croissance dans le temps. Si, par exemple, deux variables y_t et x_t croissent dans le temps, il est évident qu'une régression de y_t sur x_t va produire une relation significative entre les deux. Cela s'appelle une "fausse" régression. En fait, le coefficient de détermination R^2 va tendre vers l'unité lorsque l'échantillon d'observations tend vers l'infini, même si il n'y a aucune corrélation entre les deux variables [Davidson et Mackinnon (1993)].

TABLEAU 5
Test de cointégration de Engle-Granger

	Test ADF	Test PP
Bolivie		
CPI et OFF	-2,42	-37,65*
PRI et CPI	-1,65	-21,47*
M1 et EXPEN	-2,85	-125,5*
Zambie		
OFF et CPI	-1,81	-21,58*
PRI et CPI	-2,55	-12,08
M1 et EXPEN	-0,72	-45,52*

Les tests ADF et PP sont effectués sans l'inclusion d'une tendance dans le temps. Il n'a été décidé de n'indiquer par un astérisque le rejet de l'hypothèse nulle au seuil significatif de 5 % puisque les valeurs critiques varient selon la spécification de la partie non-stochastique de l'équation (30). Les valeurs critiques des tests sont puisées dans Davidson et Mackinnon (1993).

Le choix du régresseur dans l'équation de cointégration (30) est arbitraire. Si on change le régresseur, on change aussi le vecteur des résidus v . Ainsi, les tests de cointégration ne sont plus les mêmes. Cependant, les résultats qualitatifs du tableau 5 ne varient pas selon la spécification de la variable dépendante et indépendante.

3.2.2.2 Estimation des paramètres

Comme il a été mentionné à la section précédente, Engle et Granger (1987) ont démontré que si deux variables sont cointégrées, la régression du niveau d'une série sur le niveau d'une autre résulte en un estimateur super consistant. L'estimateur η de l'équation (30) représente donc la relation stable de long terme entre Y_{1t} et Y_{2t} . Par contre, la théorie asymptotique standard ne s'applique pas. Les tests usuels F et t ne sont pas valides asymptotiquement dans un contexte de cointégration. Les résultats de la procédure d'estimation sont présentés au tableau 6. La relation entre la prime de change et le niveau des prix pour la Zambie n'est pas estimée puisque ces deux variables ne sont définitivement pas

cointégrées selon les tests ADF et PP. D'ailleurs, tous les résultats du tableau 6 doivent être interprétés avec prudence car l'évidence statistique du tableau 5 ne démontre pas clairement qu'il y a cointégration entre les différentes variables.

TABLEAU 6
Estimation des relations de cointégration
par les moindres carrés ordinaires

	Bolivie	Zambie
Variable dép.	Variable indép.	Variable indép.
CPI	0,912 OFF	0,304 OFF
PRI	0,014 CPI	(-)
M1	0,937 EXPEN	0,261 EXPEN

Pour les deux pays, il y a relation positive entre la masse monétaire et les dépenses gouvernementales. Cela est indicateur d'une situation où l'offre de monnaie semble être déterminée par l'approche fiscale de Pinto (1991). La relation pour la Bolivie est pratiquement proportionnelle à un. Il y a une relation positive entre le taux de change officiel et le niveau des prix. L'hypothèse que le taux de change et le niveau des prix croissent au même taux semble plausible dans le cas de la Bolivie. Par contre, les deux variables de la Zambie ne semblent pas bouger au même taux. Sur la base des résultats, on peut dire que le taux de change officiel croit plus rapidement que le niveau des prix. Ce résultat est surprenant puisqu'il n'est pas prédit théoriquement. La relation entre la prime de change et le niveau des prix pour la Bolivie est positive mais très peu significative. Cela peut suggérer que les deux variables ne sont pas cointégrées selon l'approche de Engle et Granger (1987).

3.2.3 Estimateur pleinement modifié de Phillips et Hansen

3.2.3.1 Procédure d'estimation

Malgré le fait que l'estimateur MCO de la section précédente est super consistant, il ne possède pas toujours de bonnes propriétés dans des échantillons de taille finie [Davidson et

Mackinnon (1993)]. Il est possible que cet estimateur soit sévèrement biaisé si les résidus de la régression (30) sont corrélés avec le régresseur. Phillips et Hansen (1990) ont donc développé une procédure d'estimation qu'ils appellent l'estimateur pleinement modifié. Cet estimateur fait appel à l'emploi de variables instrumentales. Leur méthode corrige le problème de corrélation des résidus avec les variables indépendantes. Dans le cadre de cette étude, leur méthode est aussi pertinente pour dériver les tests de cointégration et de stabilité de Hansen (1992).

Soit l'équation de cointégration suivante :

$$Y_t = AX_t + u_t \quad (31)$$

où le processus $X_t = (X_{1t}, X_{2t})$ est déterminé par les équations :

$$X_{1t} = k_{1t} \quad (32)$$

$$X_{2t} = \pi_1 k_{1t} + \pi_2 k_{2t} + X_{2t}^0 \quad (33)$$

$$X_{2t}^0 = X_{2t-1}^0 + u_{2t} \quad (34)$$

On définit les vecteurs $u_t' = (u_{1t}', u_{2t}')$ et $k_t' = (k_{1t}', k_{2t}')$. u_t est une séquence de termes d'erreurs avec moyenne zéro. Les éléments de k_t sont des nombres entiers non-négatifs fonction du temps. Le terme k_{2t} détermine le comportement des régresseurs stochastiques mais est exclus de la régression. Le terme k_{1t} est un vecteur de tendance placé directement dans la régression. Malgré le fait que la procédure puisse s'appliquer au cas multivarié, elle n'admet que la présence d'une seule relation de cointégration. Pour cette raison, nous nous restreindrons à l'analyse des relations bivariées décrites à la section 3.2.1. Définissons les matrices suivantes :

$$\Omega = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \sum_{j=1}^n E(u_j u_t') \quad (35)$$

$$\Lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \sum_{j=1}^t E(u_j u_t') \quad (36)$$

où Ω et Λ sont des matrices partitionnées en accord avec le vecteur u_t ; tel que :

$$\Omega = \begin{pmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} \\ \Omega_{21} & \Omega_{22} \end{pmatrix}; \quad \Lambda = \begin{pmatrix} \Lambda_{11} & \Lambda_{12} \\ \Lambda_{21} & \Lambda_{22} \end{pmatrix}.$$

Il est important de définir les termes $\Omega_{1\bullet 2} \equiv \Omega_{11} - \Omega_{12}\Omega_{22}^{-1}\Omega_{21}$ ainsi que $\Lambda_{21}^+ = \Lambda_{21} - \Lambda_{22} \Omega_{22}^{-1} \Omega_{21}$. On estime premièrement l'équation (31) à l'aide des moindres carrés ordinaires. On obtient l'estimateur \hat{A} et les résidus $\hat{u}_{1t} = Y_t - \hat{A}X_t$. Deuxièmement, l'équation (31) est réestimée en premières différences au moyen des moindres carrés ordinaires : $\Delta X_{2t} = \pi \Delta k_{1t} + \pi \Delta k_{2t} + u_{2t}$. On obtient alors les résidus \hat{u}_{2t} . Définissons maintenant $\hat{u}_t = (\hat{u}_{1t}, \hat{u}_{2t})$. L'estimation des matrices de variance-covariance Ω et Λ pourrait s'effectuer directement au moyen d'un noyau. Cependant, dans la plupart des applications, les résidus de la relation de cointégration \hat{u}_{1t} ont un niveau de corrélation élevé. On applique donc un modèle VAR(1) aux résidus pour qu'ils deviennent bruits blancs : $\hat{u}_t = \phi \hat{u}_{t-1} + e_t$. L'estimateur de noyau est ensuite appliqué aux résidus \hat{e}_t . Hansen (1992) propose l'utilisation de trois noyaux : le noyau de Bartlett, le noyau de Parzen et le noyau spectral quadratique. Ces trois procédures sont décrites dans Hamilton (1994, p. 277-283). Heureusement, les résultats empiriques de Hansen (1992) semblent être indépendants de la méthode employée. L'estimateur pleinement modifié est alors :

$$\hat{A}^+ = \left(\sum_{t=1}^n \left(Y_t^+ X_t' - \begin{pmatrix} 0 & \hat{\Lambda}_{21}^+ \end{pmatrix} \right) \right) \left(\sum_{t=1}^n X_t X_t' \right)^{-1} \quad (37)$$

où $Y_t^+ = Y_t - \Omega_{12}\Omega_{22}^{-1}\hat{u}_{2t}$. De plus, si u_{1t}^+ est défini comme les résidus de l'équation (31)

associés à l'estimateur (37), on peut définir la variable $s_t = \left(X_t \hat{u}_{1t}^+ - \begin{pmatrix} 0 \\ \Lambda_{21}^+ \end{pmatrix} \right)$. Il est intéressant

de remarquer que lors d'une régression au moyen des moindres carrés ordinaires, la somme pour $t = 1, \dots, T$ du terme $(X_t \hat{u}_{1t}^+)/T$ est égale à zéro par hypothèse. La variable s_t est donc le reflet du problème de corrélation entre les résidus et le régresseur de l'équation de cointégration.

3.2.3.2 Test de cointégration et de stabilité des paramètres

La stabilité des paramètres est un sujet important pour notre étude. Ce sujet a été abordé implicitement à la section 2.3 du chapitre 2. L'inférence et l'interprétation des relations de cointégration identifiées dans cette section et les sections suivantes ne sont réalistes que si

la stabilité des paramètres est vérifiée. Hansen (1992) a développé trois tests où l'hypothèse nulle est la stabilité des paramètres. Tout comme le test de Zivot et Andrews (1992), ces tests traitent la location du changement structurel comme inconnue.

Les tests de Hansen (1992) pour la stabilité des paramètres fournissent une application additionnelle intéressante. Ces tests sont aussi des tests de l'hypothèse nulle de cointégration versus l'hypothèse alternative d'aucune cointégration. En effet, sous l'hypothèse nulle de cointégration, l'estimation des coefficients de cointégration converge uniformément dans différentes parties de l'espace de l'échantillon vers leurs relations de cointégration. Sous l'hypothèse alternative, l'estimation converge vers des variables aléatoires qui vont prendre différentes valeurs dans différents échantillons. La limite du test est donc claire. La seule conclusion justifiée par le rejet de l'hypothèse nulle de stabilité des paramètres est que le modèle bivarié standard de cointégration est rejeté par les données.

Trois tests différents sont proposés. On peut modifier l'équation (31) pour incorporer une possible instabilité du paramètre A. On alloue donc la possibilité que A soit dépendant du temps. L'équation (31) devient alors :

$$Y_t = A_t X_t + u_t \quad (38)$$

On teste premièrement l'hypothèse nulle $H_0 : A_1 = A_2$. L'hypothèse alternative est $H_1 : A_1 \neq A_2$, $[t/n] \in \tau$, où τ est un sous-ensemble de l'intervalle (0,1) et $[\cdot]$ dénote un entier appartenant à ce sous-ensemble. Définissons $F_{nt} = \text{tr}\{S_{nt}' V_{nt}^{-1} S_{nt} \Omega_{1 \bullet 2}\}$ où $V_{nt} = M_{nt} - M_{nt} M_{nn}^{-1} M_{nt}'$, $M_{nt} = \sum_i X_i X_i'$ et $S_{nt} = \sum_t s_t$ pour $t = 1, \dots, T$. La statistique du premier test est $\text{Sup} F = \sup_{t/n \in \tau} F_{nt}$.

Les deuxième et troisième tests modélisent le paramètre A_t comme un processus de Martingale⁸ : $A_t = A_{t-1} + \varepsilon_t$, avec $E(\varepsilon_t | \tau_{t-1}) = 0$ et $E(\varepsilon_t \varepsilon_t') = \delta^2 G_t$. Dans ce cas, l'hypothèse nulle peut être écrite comme la contrainte que la variance de la différence Martingale est 0; i.e.

⁸ Une séquence $\{y_t\}$ est appelée un processus Martingale si pour toute valeur de t , $E(y_t)$ existe et que $E(y_{t+1} | y_t, \dots, y_1) = y_t$. Une séquence $\{y_t\}$ est dite un processus en différence Martingale si $E(y_{t+1} | y_t, \dots, y_1) = 0$ [Davidson et Mckinnon (1993)].

$H_0 : \delta^2 = 0$. Un premier test suivant cette approche est l'hypothèse $H_2 : \delta^2 > 0$, $G_t = (\Omega_{1 \bullet 2} \otimes V_{nt})^{-1}$. La statistique est $\text{MeanF} = \frac{1}{n^*} \sum_{t/n \in \tau} F_{nt}$, où $n^* = \sum_{t/n \in \tau} 1$.

Le test suivant implique l'hypothèse alternative, $H_3 : \delta^2 > 0$, $G_t = (\Omega_{1 \bullet 2} \otimes M_{nn})^{-1}$. La statistique est $Lc = \text{tr}\{M_{nn}^{-1} \sum_t S_t \Omega_{1 \bullet 2} S_t'\}$.

Les trois tests ont tous la même hypothèse nulle mais diffèrent dans le choix de l'alternative. En pratique, les trois tests vont avoir une certaine puissance dans des directions similaires. Le choix des statistiques appropriées pour une application particulière devrait dépendre de l'intention du test. Si on veut découvrir un changement dans le régime d'une relation, le test SupF est approprié. Par contre, si on est simplement intéressé à tester si le modèle spécifié est un modèle qui capture une relation stable, la notion de processus de Martingale est plus appropriée parce que cela capture la notion d'un modèle qui varie graduellement dans le temps.

Pour toutes les applications, il est raisonnable de spécifier le régresseur comme possédant une tendance déterministe dans le temps. Pour la relation entre les variables PRI et CPI des deux pays, une constante a été placée dans la relation de cointégration. Cela correspond à la notation $X_{1t} = k_{1t} = 1$ et $k_{2t} = t$ des équations (32) et (33). La spécification de la partie déterministe pour les relations entre les variables M1 et EXPEN et les variables CPI et OFF est $X_{1t} = k_{1t} = (1, t)$ et $k_{2t} = 0$. Les résultats des trois tests pour les trois relations sont présentés au tableau 7.

Sur la base des résultats du tableau 7, il semble exister une relation de cointégration stable entre les variables M1 et EXPEN et CPI et OFF pour la Zambie. Le test Lc ne rejette pas l'hypothèse d'une relation de cointégration stable entre M1 et EXPEN pour la Bolivie. Cela est presque confirmé par le MeanF puisque la statistique n'est supérieure que de 0,01 à sa valeur critique. De plus, on ne peut accepter la présence d'une relation de cointégration stable entre les variables CPI et OFF pour la Bolivie. Par contre, les trois tests ne permettent pas de rejeter l'hypothèse de stabilité des paramètres pour la relation entre les variables CPI et OFF de la Zambie. Enfin, on rejette l'hypothèse de cointégration pour la relation entre les variables PRI et CPI pour les deux pays.

TABLEAU 7
Tests de cointégration et de stabilité de Hansen

	Lc	MeanF	SupF
Bolivie			
CPI et OFF	2,07*	152,22*	340,22*
PRI et CPI	0,98*	28,61*	63,88*
M1 et EXPEN	0,48	7,77*	19,99*
Zambie			
CPI et OFF	0,14	2,86	6,95
PRI et CPI	1,63*	47,82*	297,83*
M1 et EXPEN	0,15	2,49	7,26

Les valeurs critiques pour les tests Lc, MeanF et SupF au seuil significatif de 5 % sont respectivement 0,62, 6,22 et 15,2 pour les relations entre les variables M1 et EXPEN et les variables CPI et OFF. Les valeurs critiques pour les tests Lc, MeanF et SupF au seuil significatif de 5 % sont respectivement 0,66, 7,77 et 15,21 pour les relations entre les variables PRI et CPI. Un astérisque signifie le rejet de l'hypothèse nulle au seuil de 5 %.

Il n'est pas surprenant de découvrir une instabilité dans les relations de cointégration. Premièrement, nous n'avons pu tenir compte de la saisonnalité des données dans les tests précédents. Cela peut affecter la précision de l'estimation dans le cas de pays en voie de développement [Dornbusch *et al.* (1983)]. Deuxièmement, nous avons noté au chapitre 2 que le Fonds Monétaire International est intervenu dans l'économie des deux pays à plusieurs reprises au cours des années 80. On peut donc anticiper que les relations structurelles entre les variables ne soient pas stables dans le temps. De plus, les applications des tests de Hansen (1992) ne sont pas nombreuses et comme à la section 2.3, il est possible que les valeurs critiques pour un échantillon de taille finie diffèrent substantiellement.

Il est intéressant d'analyser la période où le test SupF dépasse sa valeur critique pour chaque relation de cointégration. Cela peut donner une idée de la période provoquant l'instabilité des relations. L'instabilité des relations entre le taux de change officiel et le niveau des prix pour la Bolivie est clairement associée aux observations 13 à 39. Cela correspond au

premier trimestre de 1975 jusqu'au deuxième trimestre de 1981. L'instabilité de la relation du niveau des prix et de la prime de change est quant à elle associée à la période couvrant l'épisode hyper-inflationniste en Bolivie. Dans le cas de la Zambie, l'instabilité de la relation entre la prime de change et le niveau des prix est associée à la première partie de l'échantillon. Il est surprenant que cette période ne coïncide pas avec le début des ajustements structurels en Zambie.

3.2.3.3 Estimation des paramètres

Les résultats des estimations par la procédure de Phillips et Hansen (1990) sont rapportés au tableau 8. Il faut cependant interpréter ces relations avec prudence. En effet, seulement les relations entre les variables CPI et OFF pour la Zambie et M1 et EXPEN pour les deux pays semblent admettre la présence d'une relation de cointégration. L'estimation des autres relations n'est présentée seulement qu'à titre comparatif avec la méthode des MCO d'Engle et Granger (1987).

TABLEAU 8
Estimation des relations de cointégration par
l'estimateur pleinement modifié de Phillips et Hansen

	Bolivie	Zambie
Variable dép.	Variable indép.	Variable indép.
CPI	1,034 OFF	0,325 OFF
PRI	0,829 CPI	-0,273 CPI
M1	0,938 EXPEN	0,524 EXPEN

L'hypothèse que le taux de change officiel et le niveau des prix se déprécie au même taux semble être confirmée pour la Bolivie car le coefficient associé à cette relation est très proche de l'unité. L'hypothèse n'est pas vérifiée pour la Zambie car l'estimation implique que le mouvement du niveau des prix est plus petit que celui du taux de change officiel. Il y a une relation positive entre la prime de change et le niveau des prix pour la Bolivie. Cette relation

confirme quelques résultats théoriques de Park (1995) et Morris (1995). Mais ce résultat est conditionné sur plusieurs autres hypothèses comme l'élasticité de la demande de monnaie et la balance commerciale. Ces hypothèses sont impossibles à vérifier dans un contexte bivarié. La relation négative entre la prime de change et le niveau des prix prédite par Pinto (1991) est vérifiée dans le cas de la Zambie. Comme anticipé, on a une relation positive entre la masse monétaire et le niveau des dépenses gouvernementales pour les deux pays. La comparaison des estimateurs MCO et PM est effectuée à la section suivant l'approche multivariée.

3.3 Approche multivariée

3.3.1 Introduction

Les résultats des procédures d'estimation des relations bivariées de la section précédente ne sont pas concluants. À l'exception de la relation entre les variables CPI et OFF pour la Zambie et celle entre les variables M1 et EXPEN pour les deux pays, les autres variables ne forment pas de relations stables de long terme. Néanmoins, les différentes variables peuvent être cointégrées lorsqu'elles sont déterminées dans un système d'ensemble. Leurs relations exprimées par les équations (12) et (13) peuvent être analysées dans un système multivarié. Johansen (1988) et Johansen et Juselius (1990, 1992) ont montré qu'on peut former un vecteur de p variables économiques, \mathbf{X}_t représenté de la manière suivante :

$$\mathbf{X}_t = \Pi_1 \mathbf{X}_{t-1} + \Pi_2 \mathbf{X}_{t-2} + \dots + \Pi_k \mathbf{X}_{t-k} + \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\Phi} \mathbf{D}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad (39)$$

où $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ est iid $\rightarrow N(0, \sigma^2)$, $\boldsymbol{\mu}$ est une constante et \mathbf{D}_t est un vecteur de variables stationnaires conditionnant le système de variables endogènes. Par exemple, \mathbf{D}_t peut être un vecteur de variables binaires employées pour capturer la saisonnalité des données.

\mathbf{X}_t est un vecteur de variables stochastiques généralement non-stationnaires (i.e. I(1)). Cependant, il n'est pas nécessaire que toutes les variables de \mathbf{X}_t soient I(1) comme il est souvent et incorrectement supposé [Hansen et Juselius (1995) et Johansen (1994)]. Pour qu'il y ait cointégration entre des variables non-stationnaires, seulement deux des variables du vecteur \mathbf{X}_t doivent être I(1). Il faut noter cependant que pour chaque variable stationnaire incluse dans le modèle, le nombre de relations de cointégration augmente d'une unité.

L'inclusion du vecteur \mathbf{D}_t permet la modélisation d'un possible changement structurel en incorporant des variables muettes⁹. Définissons L comme l'opérateur de retard et $\Delta \equiv (1 - L)$, alors l'équation (30) peut-être transformée comme suit :

$$\mathbf{Z}_{0t} = \Gamma \mathbf{Z}_{1t} + \Pi \mathbf{Z}_{kt} + \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad (40)$$

où $\mathbf{Z}_{0t} = \Delta \mathbf{X}_t$, $\mathbf{Z}_{1t} = (\Delta \mathbf{X}_{t-1}, \dots, \Delta \mathbf{X}_{t-k+1}, \mathbf{D}_t, 1)$, $\mathbf{Z}_{kt} = \mathbf{X}_{t-k}$, $\Gamma = (\Gamma_1, \dots, \Gamma_{k-1}, \Phi, \mu)$ et $\Gamma_i = -(\mathbf{I} - \Pi_1 - \dots - \Pi_i)$, pour $i = 1, \dots, k-1$.

Le test de cointégration est un test sur le rang de la matrice Π . On estimera ainsi le nombre r de relations de cointégration. Les trois possibilités quant au rang de la matrice [Johansen et Juselius (1990) et Ericsson (1992)] sont les suivantes :

- Si le rang de $\Pi = p$, cette matrice est de plein rang, c'est-à-dire qu'aucune racine du polynôme associé à Π ne peut être à l'extérieur du cercle unitaire. Le système peut donc être estimé avec un système VAR en niveau.
- Si le rang de Π est 0, alors $\Pi = 0$ et l'équation (40) peut être estimée traditionnellement en prenant les différences premières de chaque série.
- Si $0 < \text{rang}(\Pi) = r < p$, alors Π peut être exprimée comme le produit de deux matrices de dimension $p \times r$, $\Pi = \alpha\beta'$.

La matrice Π contient l'information pertinente à la dynamique de long terme des variables endogènes. Les rangées de la matrice β représentent les vecteurs de cointégration. Ils décrivent l'(les) équilibre(s) de long terme entre les variables. α est un vecteur de vitesse d'ajustement. Il capture la vitesse à laquelle les variables reviennent à l'équilibre de long terme après un choc. En fait $\alpha\beta' \mathbf{X}_{t-k}$ englobe toutes les relations (de niveau) de long terme pour le processus de \mathbf{X}_t .

⁹ L'approche des variables muettes pour modéliser le changement structurel est préférée à la technique qui consiste à briser l'échantillon à la location du changement structurel. Cela permet de garder la taille de l'échantillon intacte. La séparation de l'échantillon en deux parties réduirait drastiquement le nombre de degrés de libertés et invaliderait l'analyse asymptotique.

3.3.2 Spécification du modèle

3.3.2.1 Partie déterministe

Puisque les variables exhibent une tendance linéaire, à l'exclusion de la prime de change, la spécification de la tendance déterministe est très importante. Cette tendance déterministe peut être incluse de plusieurs façons dans l'équation (40). Par exemple, soit $k = 2$ et $D_t = t$, alors Hansen et Juselius (1995) écrivent ainsi l'équation (40) :

$$\Delta \mathbf{Z}_t = \Gamma \Delta \mathbf{Z}_{t-1} + \alpha \beta \mathbf{Z}_{t-2} + \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\delta} t + \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad (41)$$

On peut aussi décomposer $\boldsymbol{\delta}$ et $\boldsymbol{\mu}$ comme : $\boldsymbol{\delta} = \alpha \boldsymbol{\delta}_1 + \alpha_{\perp} \boldsymbol{\delta}_2$ et $\boldsymbol{\mu} = \alpha \boldsymbol{\mu}_1 + \alpha_{\perp} \boldsymbol{\mu}_2$; où $\boldsymbol{\delta}_2$ est un vecteur de tendance quadratique dans les coefficients des séries, $\boldsymbol{\delta}_1$ un vecteur de tendance linéaire dans les relations de cointégration, $\boldsymbol{\mu}_1$ un vecteur de constante pour les relations de cointégration et $\boldsymbol{\mu}_2$ est un vecteur de tendance linéaire dans les séries de données. La spécification de la tendance déterministe du modèle est dictée par l'examen des données et des résidus de chaque équation du système (31). La restriction $\boldsymbol{\delta}_2 = 0$ est imposée à priori car Hansen et Juselius (1995) argumentent que l'inclusion d'une tendance quadratique dans le modèle devrait plutôt faire l'objet d'une investigation sur les causes d'une telle croissance. Dans un tel cas, on devrait inclure des variables explicatives additionnelles au modèle.

L'examen des séries de données démontre que les variables exhibent une croissance linéaire dans le temps. Le système (40) est donc estimé avec les restrictions $\boldsymbol{\delta}_1 = \boldsymbol{\delta}_2 = 0$ pour les deux pays. La spécification de la tendance déterministe est importante pour les tests de cointégration car la distribution asymptotique des tests varie selon la spécification de l'équation (40).

3.3.2.2 Changement structurel

Le vecteur \mathbf{D}_t de l'équation (40) est composé de variables muettes centrées sur zéro pour représenter la saisonnalité. Comme il a été spécifié plus haut, la distribution asymptotique diffère selon la modélisation déterministe du modèle. Ce n'est pas seulement l'inclusion de tendances linéaires qui changent les distributions mais aussi presque tous les types de variables muettes. Cependant, les variables muettes centrées sur zéro ont l'avantage de ne pas changer les distributions des tests sur le rang de la matrice $\boldsymbol{\Pi}$. De plus, on inclut la variable $DM = 1$ si $1983:1 \leq t \leq 1987:1$, 0 autrement, dans le système d'équations de la

Zambie. Cette variable est incluse pour représenter l'intervention du FMI dans l'économie du pays et le début de la réforme de la politique de change du pays. [Picks Currency Yearbook]. Pour la Bolivie, nous incluons dans le système d'équation la variable muette $DT = 1$ si $1982:1 \leq t \leq 1985:4$, 0 autrement. Cette période correspond à la période hyper-inflationniste devancée de 8 trimestres. Selon Sachs (1987), l'épisode hyper-inflationniste en Bolivie est associé avec la période 1984:1 à 1985:4. Par contre, le début de l'année 1982 est marqué par l'arrivée au pouvoir d'un nouveau gouvernement. Le gouvernement proposa de nombreux programme de stabilisation et réformes entre 1982 et 1985 mais ceux-ci furent toutes anéanties par l'opposition politique des membres du gouvernement même. La figure 2 de l'annexe B indique que le taux d'inflation trimestrielle au premier trimestre de 1982 était de 30 %. L'instabilité du niveau des prix commença à peu près à cette période quoique l'hyper-inflation ne fut observée que deux années plus tard. Le mouvement de la prime de change à la figure 1 est aussi symptomatique de l'instabilité de la période 1982:1 à 1985:4.

L'inclusion de la variable muette DT pour le système de la Bolivie peut cependant diminuer la puissance du modèle à expliquer les raisons de l'hyper-inflation. En effet, la variable DT devrait être fortement significative pour l'équation de la prime de change. Elle peut aussi, à elle seule, englober tous les effets qui ont causé l'hyper-inflation. Elle est cependant strictement nécessaire pour que les résidus ne violent pas les hypothèses de normalité et que le système soit stable.

3.3.2.3 Validation des hypothèses de base sur les résidus

Pour les deux pays, un retard de 5 périodes ($k = 5$) est choisi pour estimer l'équation (40). Ce choix est effectué pour que les résidus de chaque équation du système ne violent pas les hypothèses usuelles de normalité, d'indépendance dans le temps et d'homoscédasticité. Le tableau 9 présente l'examen des résidus de chaque équation du système (40). On estime chaque équation au moyen d'une régression linéaire simple. Le test Jarque-Bera¹⁰ vérifie la

¹⁰ Il s'agit de tester pour les troisième et quatrième moments des résidus. Si on définit $e_k \equiv \sum_{t=1}^T (\hat{\varepsilon}_t - \hat{\mu})^k / T$,

Le test pour la symétrie de la courbe de la loi normale est alors : $\tau_s = (T/6)^{1/2} e_3 / e_2^{3/2}$. Le test pour l'aplatissement de la courbe de la loi normale est : $\tau_k = (T/24)^{1/2} (e_4/e_2^2 - 3)$. Chaque test est distribué

normalité des résidus. La statistique Ljung-Box¹¹ est aussi calculé pour vérifier l'absence d'autocorrélation des résidus. Cette statistique est préférée à celle de Box-Pierce parce qu'elle se comporte mieux à l'intérieur de petits échantillons [Harvey (1989), p.212]. Enfin, le test ARCH(m)¹² de Engle (1982) vérifie que la variance des termes d'erreur de chaque équation est constante dans le temps.

TABLEAU 9
Tests de spécification des systèmes
d'équations de la Bolivie et la Zambie

	Jarque-Bera	Ljung-Box	ARCH(5)
Bolivie			
CPI	0,49	17,24	7,45
M1	4,07	43,34*	8,67
EXPEN	3,77	34,65*	3,75
OFF	1,36	26,49	1,67
PRI	62,29*	28,95	1,19
Zambie			
CPI	0,35	25,53	0,36
M1	0,94	7,25	3,91
EXPEN	0,98	16,33	2,31
OFF	2,01	8,45	3,65
PRI	13,87*	7,60	2,44

Un * dénote le rejet de l'hypothèse nulle au seuil de 5 %. Les valeurs critiques sont 5,99 et 11,07 pour les tests Jarque-Bera et ARCH(5) respectivement. La valeur critique du test Ljung-Box est de 31,4 dans le cas de la Bolivie et 27,59 pour la Zambie.

asymptotiquement comme une loi normale, $N(0,1)$. Les deux statistiques au carré suivent une distribution $\chi^2(1)$. Puisque ces deux tests sont indépendants, leur somme est distribuée selon une loi $\chi^2(2)$. Cette dernière statistique est rapportée au tableau 5.

¹¹ La statistique est : $Q^* = T (T+2) \sum_{j=1}^{T/4} R_j^2 / (T-j)$; $R_j^2 = \sum_{t=j+1}^T (\hat{\varepsilon}_t - \hat{\mu})(\hat{\varepsilon}_{t-j} - \hat{\mu}) / \sum_{t=1}^T (\hat{\varepsilon}_t - \hat{\mu})^2$.

Ce test suit une loi χ^2 avec $T/4$ degrés de libertés.

¹² On exécute la régression sur les résidus des équations du système (40) : $\hat{\varepsilon}_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\varepsilon}_{t-1} + \dots + \alpha_m \hat{\varepsilon}_{t-m}^2 + u_t$. La valeur du paramètre m est déterminée selon le nombre de retards inclus dans le système (40). Il s'agit simplement de tester si les paramètres α_i sont conjointement significativement différents de zéro en multipliant le coefficient de détermination de la régression, R^2 , par le nombre d'observations. La statistique du test suit approximativement une loi $\chi^2(5)$.

Les résultats du tableau 9 indiquent que les résidus de l'équation avec la variable dépendante PRI pour la Zambie et la Bolivie ne peuvent pas être considérés comme normaux. Cependant, aucune étude n'a dérivé les implications d'une déviation de la loi normale sur les relations de cointégration. Dans les deux cas, la déviation de la normalité est principalement due à un aplatissement prononcé de la courbe de la loi normale. Ceci est probablement moins sérieux que des résidus distribués asymétriquement autour de zéro [Johansen et Juselius (1990)]. Les statistiques du test Ljung-Box indiquent que l'autocorrélation des résidus n'est pas un problème pour les variables de la Zambie. On ne peut rejeter l'hypothèse que les résidus des équation pour les variables M1 et EXPEN de la Bolivie ne sont pas corrélés. Les statistiques du test ARCH(5) démontrent que les résidus sont homoscédastiques.

3.3.3 Tests de cointégration

La procédure de Johansen (1988) et Johansen et Juselius (1990), détaillée dans Dickey, Thornton et Jansen (1991) et Larue et Babula (1994), est appliquée pour déterminer le nombre de relations de cointégration, r . On génère en premier lieu deux ensembles de résidus. Le premier, R_{0t} est construit en régressant Z_{0t} sur Z_{1t} . Le second, R_{1t} est généré en régressant Z_{kt} sur Z_{1t} . Le test sur le rang de la matrice Π implique qu'il faut posséder une estimation des valeurs propres ordonnées suivantes : $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_p$. Cela est fait à partir du polynôme caractéristique suivant :

$$|\lambda S_{kk} - S_{k0}S_{00}^{-1}S_{kk}| = 0 \quad (42)$$

où $S_{ij} = T^{-1} \sum R_{it}R'_{jt}$, pour $i, j = 0, k$.

On peut maintenant tester le nombre de relations de cointégration du système. Soit H_1 , l'hypothèse où $r = p$, et H_2 définit comme l'hypothèse où $\Pi = \alpha\beta'$ pour $r < p$, on peut alors calculer la statistique de la trace de la matrice stochastique :

$$-2 \ln(Q; H_2 | H_1) = -T \sum_i \ln(1 - \lambda_i), \text{ pour } i = r+1, \dots, p \quad (43)$$

Il est aussi possible de tester $H_2(r)$ avec $H_2(r+1)$. Dans ce cas, la statistique du maximum de la valeur propre est utilisée et alors :

$$-2 \ln(Q; r | r+1) = -T \ln(1 - \lambda_{r+1}) \quad (44)$$

Les distributions asymptotiques de ces tests varient selon la spécification de la partie déterministe du système. L'inclusion de la variable muette DT pour la Bolivie et de la variable muette DM pour la Zambie peut cependant changer la distribution asymptotique des tests [Hansen et Juselius (1995)]. Il faut donc interpréter les tables de distribution asymptotiques avec prudence. Les équations (43) et (44) sont des versions multivariées de la distribution de Dickey-Fuller. La première étape est de calculer les valeurs propres de la matrice Π de l'équation (40) pour chaque pays.

Le calcul des valeurs propres permet de conduire les tests (43) et (44). Les résultats de ces tests sont présentés au tableau 10. Sur la base des deux tests de cointégration, on accepte l'hypothèse que le système d'équation de la Bolivie possède trois relations de cointégration au seuil significatif de 5 %. Pour la Zambie, le test de la trace de la matrice stochastique ne permet pas de rejeter l'hypothèse $r = 2$ au seuil de 10 % malgré le fait que le test du maximum de la valeur propre rejette l'hypothèse $r = 2$ au seuil de 5 %. Pour l'instant, nous acceptons l'hypothèse $r = 3$. Johansen et Juselius (1990) argumente que la puissance de ces tests est faible pour des vecteurs de cointégration qui ont des racines proches, mais à l'extérieur du cercle unitaire. Il n'est donc pas inhabituel d'utiliser un seuil de confiance légèrement supérieur à 10 %. Cependant, lorsqu'il y a ambiguïté sur le rang de la matrice, le dernier critère de sélection est l'interprétation économique de cette relation de cointégration [Johansen et Juselius (1992) et Hansen et Juselius (1995)]. Le rang de la matrice Π est donc fixé à 3 pour chaque pays.

TABLEAU 10
Tests de Cointégration de Johansen

	Maximum des valeurs propres		Trace de la matrice stochastique	
	Statistique	Valeur Critique	Statistique	Valeur Critique
Bolivie				
$H_1 : r = 0$	47,76**	20,90	112,80**	64,74
$H_1 : r = 1$	38,28**	17,15	65,05**	43,84
$H_1 : r = 2$	20,31**	13,39	26,76**	26,70
$H_1 : r = 3$	6,39	10,60	6,45	13,31
$H_1 : r = 4$	0,07	2,71	0,07	2,71
Zambie				
$H_1 : r = 0$	76,32**	20,90	135,38**	64,74
$H_1 : r = 1$	33,88**	17,15	59,06**	43,84
$H_1 : r = 2$	16,20**	13,39	25,18	26,70
$H_1 : r = 3$	7,25	10,60	8,98	13,31

Les valeurs critiques sont au seuil significatif de 10 % et sont puisées dans Hansen et Juselius (1995).
* et ** signifient le rejet de l'hypothèse H_1 aux seuils significatifs de 10 % et 5 % respectivement.

3.3.4 Estimation des paramètres

Les valeurs de la matrice Γ de l'équation (40) contient de l'information sur les ajustements de court terme des variables. Les estimations ne sont pas rapportées mais elles sont pertinentes pour conduire des test de causalité dans le sens de Granger et pour la spécification de l'exogénéité des variables [Ericsson (1992)]. Les coefficients des deux variables muettes introduites pour marquer un possible changement structurel dans chaque pays sont généralement différente de zéro statistiquement il est justifié d'inclure les variables muettes pour marquer un changement de régime dans le pays.

Les résultats des estimateurs du maximum de vraisemblance pour l'équation (40) sont rapportés aux tableaux 11 et 12.

TABLEAU 11
Résultats de cointégration du maximum
de vraisemblance pour la Bolivie

	CPI	M1	EXPEN	OFF	PRI
relation 1, β	-1	0,17	0,14	0,72	0,49
relation 1, α	-0,146	-0,136	-0,089	-0,032	-0,280
relation 2, β	-1	-18,37	16,34	2,21	3,79
relation 2, α	-0,024	0,020	0,098	-0,233	0,024
relation 3, β	-1	-3,39	2,44	1,81	-9,23
relation 3, α	0,030	0,055	-0,115	0,146	-0,038

TABLEAU 12
Résultats de cointégration du maximum
de vraisemblance pour la Zambie

	CPI	M1	EXPEN	OFF	PRI
relation 1, β	-1	1,31	-0,13	0,38	0,15
relation 1, α	0,086	-0,043	0,343	-0,413	0,211
relation 2, β	-1	1,15	-0,35	0,20	-0,88
relation 2, α	0,047	0,006	0,494	0,114	0,736
relation 3, β	-1	0,48	0,67	-0,18	0,20
relation 3, α	0,017	-0,025	0,868	0,053	0,144

L'estimateur β est donné par les vecteurs propres associés à chaque valeur propre de la matrice Π significativement différente de zéro. L'estimateur α est calculé selon :

$$\hat{\alpha} = S_{0k} \hat{\beta} (\hat{\beta}' S_{kk} \hat{\beta})^{-1} \quad (45)$$

Pour les tableaux 11 et 12, les paramètres α et β de chaque relation de cointégration a été normalisés par rapport au coefficient de la variable CPI pour une interprétation plus directe et évidente des relations de cointégration. Il est difficile de donner une interprétation

économique aux relations de cointégration entre les variables lorsque plus d'une relation est présente dans le système. Cela est effectué à l'aide de tests d'hypothèses discutés à la section suivante.

3.4 Tests d'hypothèses et identification du modèle multivarié

3.4.1 Exogénéité faible

On peut maintenant tester des hypothèses spécifiques sur les caractéristiques des coefficients β et α . Premièrement, considérons les tests sur les coefficients d'ajustements. Il s'agit de caractériser la vitesse relative à laquelle les variables reviennent à l'équilibre après un choc. De manière générale, l'hypothèse nulle est $H_0 : \alpha = A\omega$, où A est une matrice $p \times s$ avec s , le nombre de coefficients non-contraints dans chaque colonne de la matrice A . ω est une matrice inconnue de dimension $s \times r$. La statistique du test est :

$$-2 \ln(Q) = -T \sum_i \ln [(1 - \lambda_i^*) / (1 - \lambda_i)] \quad (46)$$

pour $i = 1, \dots, r$. Les valeurs propres avec (sans) astérisques sont générées par le modèle avec (sans) les restrictions imposées. Cette statistique suit une loi $\chi^2(r)$. On peut premièrement tester l'hypothèse nulle : $\alpha_j = 0$, pour $j = 1, \dots, 5$. Cette formulation est un test d'exogénéité faible de la variable j par rapport au système d'ensemble. L'exogénéité d'une variable implique qu'elle peut être considérée comme prédéterminée sans occasionner une perte d'information dans l'estimation souhaitée [Ericsson (1992)]. Les résultats de ce test sont présentés au tableau 13. La valeur critique est 7,81 pour les variables des deux pays.

Les résultats indiquent que la variable EXPEN du système de la Bolivie est faiblement exogène. Cela correspond à l'hypothèse de Pinto (1991) selon laquelle le déficit fiscal est fixé de manière exogène. La variable M1 de la Zambie est faiblement exogène par rapport au système d'ensemble. Ce résultat laisse croire que l'offre de monnaie pour la Zambie peut être dictée par une règle de croissance fixe (modèle de Park (1995)), et non pas déterminée selon l'approche fiscale de Pinto (1991).

TABLEAU 13
Test de l'exogénéité faible des variables
du système de la Bolivie et la Zambie

	Bolivie	Zambie
CPI	15,45*	25,96*
M1	19,86*	0,67
EXPEN	7,33	13,13*
OFF	11,32*	24,33*
PRI	8,72*	26,12*

Un astérisque signifie que l'hypothèse nulle est rejetée au seuil significatif de 5 %.

3.4.2 Causalité de Granger et exogénéité forte

De plus, si une variable est faiblement exogène et n'est pas causée dans le sens de Granger par les autres variables conjointement, celle-ci est alors fortement exogène [Ericsson (1992)]. On peut tester la causalité de Granger en estimant les équations du système (40) séparément à l'aide de la méthode des MCO. L'hypothèse que les variables X_i , pour $i \neq j$ ne causent pas dans le sens de Granger la variable X_j est un test F de l'hypothèse nulle : $\Gamma_{j,1} = \dots = \Gamma_{j,j} = \Gamma_{j,+j} = \dots = \Gamma_{j,p} = 0$. L'hypothèse d'exogénéité forte est rejetée pour toutes les variables de la Bolivie. On ne peut cependant pas rejeter l'hypothèse d'exogénéité forte pour la variable M1 de la Zambie. En effet, elle est faiblement exogène et la statistique F de l'hypothèse que les autres variables ne causent pas M1 dans le sens de Granger est 1,42 avec un niveau de signification de 0,19.

3.4.3 Restrictions sur l'espace de cointégration

On peut maintenant imposer des restrictions linéaires sur les coefficients β . Les tests sur ces coefficients sont très importants puisqu'ils permettent de bien identifier le modèle. Comme il a été souligné à la section 3.3.4, la présence de plusieurs relations de cointégration

compliquent la lecture et l'interprétation des résultats. De manière générale, trois tests d'identification sont élaborés.

$$1) H_0 : \boldsymbol{\beta} = \mathbf{F}\boldsymbol{\varphi}$$

$$2) H_0 : \boldsymbol{\beta} = (\mathbf{F}_1\boldsymbol{\varphi}_1, \mathbf{F}_2\boldsymbol{\varphi}_2)$$

$$3) H_0 : \boldsymbol{\beta}_i = \mathbf{F}_i\boldsymbol{\varphi}_i, \text{ pour } i = 1, \dots, r.$$

Dans le premier cas, on teste les mêmes hypothèses sur les trois relations de cointégration. \mathbf{F} est une matrice aux dimensions $p \times s$ où s est le nombre de coefficients qui ne sont pas contraints. $\boldsymbol{\varphi}$ est une matrice aux coefficients inconnus de dimension $s \times r$. La valeur critique dépend du produit du nombre de restrictions imposées et du nombre de vecteurs de cointégration.

Le deuxième cas teste l'hypothèse qu'une relation de cointégration spécifique est comprise dans l'espace de cointégration. Il faut noter que seulement l'espace de cointégration est uniquement déterminé. En effet, n'importe quelle combinaison linéaire des relations de cointégration va préserver la propriété de stationnarité. \mathbf{F}_1 est une matrice aux dimensions $p \times s$ où s est le nombre de coefficients qui ne sont pas contraints. $\boldsymbol{\varphi}_i$, pour $i = 1, 2$, sont des matrices aux coefficients inconnus de dimension $s \times r_i$. \mathbf{F}_2 est la matrice identité, \mathbf{I}_5 . Le calcul de la statistique pour ce test est détaillé dans Johansen et Juselius (1992). Cette statistique suit une loi χ^2 avec $(p - r)r_1$ degrés de liberté. Le troisième cas permet des restrictions différentes pour chaque relation de cointégration. Ceci permet l'identification complète du modèle. La statistique de ce test est détaillée dans Johansen et Juselius (1994). Cette statistique suit une loi χ^2 avec $\sum_i (p - r + 1 - s_i)$ degrés de libertés pour $i = 1, \dots, r$.

Le cheminement hiérarchique des tests d'hypothèses est simple. Dans un premier temps, les hypothèses suggérées par la théorie sont testées sur toutes les relations de cointégration. Dans un deuxième temps, chaque relation est analysée séparément au moyen de l'hypothèse 2). Enfin, nous testerons l'identification complète du modèle à la section 3.4.4 en tenant compte évidemment des résultats des étapes précédentes.

3.4.2.1 Hypothèses d'exclusion de long terme des variables

La première étape est de tester l'hypothèse $H_0 : \beta_j = 0$. Ce test vérifie que la variable j participe à la formation des signaux guidant le comportement de long terme des variables. Ce test suit une loi $\chi^2(3)$. La valeur critique est 7,81.

TABLEAU 14
Tests de l'hypothèse d'exclusion de long terme des variables du système de la Bolivie et la Zambie

	Bolivie	Zambie
CPI	17,92*	33,50*
M1	28,53*	34,86*
EXPEN	27,64*	9,67*
OFF	25,28*	42,77*
PRI	37,45*	26,58*

Un astérisque signifie que l'hypothèse nulle est rejetée au seuil significatif de 5 %.

Les résultats sont présentés au tableau 14. On rejette l'hypothèse d'exclusion de long terme des variables pour les deux pays. Cela signifie que les variables sont définitivement cointégrées dans le système d'ensemble.

3.4.3.2 Tests sur les relations de cointégration individuelles

Sur la base des remarques présentées à la fin du chapitre 1, on teste la présence de l'équation (12) dans l'espace de cointégration. Il s'agit de contraindre le coefficient de la variable OFF à zéro. La statistique de ce test est 0,62. La valeur critique est 5,99. L'hypothèse que l'équation (12) est incluse dans l'espace de cointégration est ainsi vérifiée. Ce dernier test correspond à l'hypothèse (1a) du tableau 15. Cependant le coefficient de la variable EXPEN à la suite du premier test est 0,09. On teste alors l'hypothèse que les

coefficients des variables OFF et EXPEN sont zéro. Ce test correspond à l'hypothèse (2a) au tableau 15. Cette dernière hypothèse ne peut pas être rejetée.

On peut aussi tester la présence de l'équation (13) dans l'espace de cointégration en imposant la restriction que l'impact du taux de change officiel est nul. Ceci est effectué en contraignant les coefficients $\beta_{CPI} = \beta_{PRI} = \beta_{OFF} = 0$. Cette hypothèse ne peut être rejetée au seuil de 5 %. Suite à ce test, le coefficient normalisé de la variable M1 est -1 et celui de la variable EXPEN est 0,95. On teste donc l'hypothèse $\beta_{M1} = -\beta_{EXPEN}$ simultanément aux restrictions précédentes. Ceci correspond à l'hypothèse (4a) du tableau 13. Cette hypothèse est cependant rejetée au seuil de 5 %.

Troisièmement, on peut tester la présence d'une relation de cointégration entre les variables CPI et OFF. On teste l'hypothèse $\beta_{M1} = \beta_{EXPEN} = \beta_{PRI} = 0$ (hypothèse (5a)). Ce test confirme (infirme) que l'espace de cointégration (ne) contient (pas) une relation stationnaire dans le mouvement des variables CPI et OFF. La statistique est non-significative. Suite à ce test, les coefficients des variables CPI et OFF sont respectivement -1, 1,03. Cela suggère le test de l'hypothèse de proportionnalité entre les deux variables. (hypothèse (6a) du tableau 15). Cette dernière hypothèse est rejetée au seuil de 5 %.

Il faut maintenant identifier les relations de cointégration individuelles pour la Zambie. Le test de la présence de l'équation (12) dans l'espace de cointégration est conduit en premier lieu. Ceci est fait en contraignant le coefficient de la variable OFF à zéro (hypothèse (1b) du tableau 11). Le test est fortement non-significatif. Cependant, les coefficients des variables M1 et EXPEN ne semblent pas significativement différents de zéro. On teste si la prime de change au noir et le niveau des prix sont cointégrés dans une relation bivariée. Cela correspond à l'hypothèse $\beta_{OFF} = \beta_{M1} = \beta_{EXPEN} = 0$ (hypothèse (2b) du tableau 15). Cette hypothèse ne peut pas être rejetée. En second lieu, on teste la présence de l'équation (13) dans l'espace de cointégration. Cela correspond à l'hypothèse (3b) du tableau 15. Cette hypothèse n'est pas rejetée au seuil de 5 %. Suite à ce test, les coefficients des variables M1 et EXPEN semblent être inversement proportionnels. On teste alors la restriction additionnelle, $\beta_{M1} = -\beta_{EXPEN}$ (hypothèse (4b)). Cette hypothèse ne peut être rejetée. L'hypothèse que la relation entre les variables M1 et EXPEN n'est pas conditionnée sur la variable OFF est cependant rejetée (hypothèse (5b)).

TABLEAU 15
Résumé des restrictions linéaires sur l'espace de
cointégration pour la Bolivie et la Zambie

Bolivie		Zambie	
Hypothèses	Tests	Hypothèses	Tests
1a) $\beta_{\text{OFF}} = 0$	0,62 (5,99)	1b) $\beta_{\text{OFF}} = 0$	0,05 (5,99)
2a) $\beta_{\text{OFF}} = 0$ $\beta_{\text{EXPEN}} = 0$	2,45 (5,99)	2b) $\beta_{\text{OFF}} = \beta_{\text{M1}} = 0$ $\beta_{\text{EXPEN}} = 0$	2,23 (5,99)
3a) $\beta_{\text{CPI}} = \beta_{\text{PRI}} = 0$	3,28 (5,99)	3b) $\beta_{\text{PRI}} = \beta_{\text{CPI}} = 0$	0,09 (5,99)
4a) $\beta_{\text{CPI}} = \beta_{\text{OFF}} = 0$ $\beta_{\text{PRI}} = 0$ $\beta_{\text{EXPEN}} = -\beta_{\text{M1}}$	16,52 (5,99)	4b) $\beta_{\text{PRI}} = \beta_{\text{CPI}} = 0$ $\beta_{\text{M1}} = -\beta_{\text{EXPEN}}$	0,11 (5,99)
5a) $\beta_{\text{M1}} = \beta_{\text{PRI}} = 0$ $\beta_{\text{EXPEN}} = 0$	5,15 (5,99)	5b) $\beta_{\text{M1}} = \beta_{\text{PRI}} = 0$ $\beta_{\text{EXPEN}} = 0$	9,75 (5,99)
6a) $\beta_{\text{CPI}} = -\beta_{\text{OFF}}$ $\beta_{\text{EXPEN}} = 0$ $\beta_{\text{CPI}} = \beta_{\text{PRI}} = 0$	13,11 (5,99)	6b) $\beta_{\text{EXPEN}} = \beta_{\text{PRI}} = 0$	2,21 (5,99)
		7b) $\beta_{\text{EXPEN}} = \beta_{\text{PRI}} = 0$ $\beta_{\text{M1}} = 0$	13,30 (5,99)

La valeur critique de chaque test au seuil significatif de 5 % est entre parenthèses.

Troisièmement, on teste si le mouvement des variables CPI et OFF est cointégré. Cela correspond à l'hypothèse nulle $\beta_{\text{M1}} = \beta_{\text{EXPEN}} = \beta_{\text{PRI}} = 0$ (hypothèse (6b) du tableau 15). Cette hypothèse est rejetée. Par contre, lorsqu'on teste cette dernière relation sans restreindre le coefficient de la variable M1, l'hypothèse ne peut être rejetée au seuil de 5 % (hypothèse (7b) du tableau 11). L'hypothèse de l'égalité entre β_{OFF} et β_{CPI} est cependant rejetée fortement lorsque testée conjointement avec la restriction précédente.

3.4.4 Identification des modèles

À la section précédente, nous avons identifié la présence de certaines relation de cointégration dans l'espace de cointégration. Il faut maintenant tester l'identification du modèle. Il s'agit de tester conjointement la présence de ces relations de cointégration. On teste premièrement les hypothèses (2a), (3a) et (5a). Ce test suit une loi $\chi^2(2)$. La valeur critique est donc 5,99. La statistique de ce test est 6,36. On rejette donc cette spécification. Cependant, on remarque, suite à ce test, que le coefficient de la variable PRI normalisé par rapport à la variable CPI est -4,10. On impose alors la restriction supplémentaire à l'hypothèse (2a), $\beta_{CPI} = -4\beta_{PRI}$ ¹³. On teste donc les hypothèses conjointes (2a'), (3a) et (5a). La statistique de ce test est 6,38. Cette valeur est inférieure à la valeur critique $\chi^2(3) = 7,81$. On accepte donc la dernière hypothèse et notre modèle est ainsi spécifié complètement. Il est à noter que notre système est sur-identifié. Nous avons imposé 3 restrictions sur chacune des relations de cointégration. Une des conditions pour que le modèle soit identifié est que $r - 1$ restrictions soient imposées sur chacune des relations [Johansen et Juselius (1994)]. L'espace de cointégration est $\beta = \{H_1\phi_1, H_1\phi_1, H_3\phi_3\}$ et cela correspond aux hypothèses {2a', 3a, 5a}. L'espace de cointégration sous la forme matricielle est décrit par :

$$\beta = \begin{bmatrix} a & * & 0 \\ * & 0 & * \\ 0 & 0 & * \\ 0 & * & 0 \\ -4a & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (47)$$

Le symbole * indique que cette variable est non-contrainte et peut prendre n'importe quelle valeur. Le tableau 12 présente les coefficients du système identifié normalisé par rapport aux variables CPI, CPI et M1 pour chacune des trois relations de cointégration respectivement. Les valeurs entre parenthèses sont les écarts-type des coefficients β . Ces valeurs peuvent être utilisées pour tester différentes hypothèses sur les β_{ij} par le biais de tests de type Wald qui sont asymptotiquement distribués selon une loi $\chi^2(1)$ [Hansen et Juselius (1995)].

¹³ Il n'y a pas d'hypothèses théoriques qui justifie a priori cette homogénéité entre la prime de change et le niveau des prix. Elle n'est suggérée que par les données.

TABLEAU 16
Résultats du modèle
identifié pour la Bolivie

	CPI	M1	EXPEN	OFF	PRI
relation 1	-1 (-)	1,055 (0,017)	- (-)	- (-)	4,00 (-)
relation 2	-1 (-)	- (-)	- (-)	1,034 (0,007)	- (-)
relation 3	- (-)	-1 (-)	0,950 (0.003)	- (-)	- (-)

Il faut maintenant tester l'identification du modèle pour la Zambie. Nous testons conjointement les hypothèse (2b), (4b) et (7b). La statistique de ce test est significative puisque la statistique est 2,48 et sa valeur critique est $\chi^2(2) = 5,99$. On accepte donc ces hypothèses comme structure de notre modèle. Il est à remarquer que l'on a imposé deux restrictions sur la deuxième relation de cointégration et trois restrictions sur les première et troisième relations. Notre modèle est donc sur-identifié. L'espace de cointégration sous la forme matricielle est caractérisé par:

$$\beta = \begin{bmatrix} 0 & * & * \\ a & * & 0 \\ -a & 0 & 0 \\ * & * & 0 \\ 0 & 0 & * \end{bmatrix} \quad (48)$$

Les résultats du modèle identifié de la Zambie sont présentés au tableau 17. Les valeurs entre parenthèses sont les écarts-type des coefficients β .

TABLEAU 17
Résultats du modèle
identifié pour la Zambie

	CPI	M1	EXPEN	OFF	PRI
relation 1	- (-)	-1 (-)	1 (-)	-0,578 (0,112)	- (-)
relation 2	-1 (-)	1,120 (0,032)	- (-)	0,254 (0,038)	- (-)
relation 3	-1 (-)	- (-)	- (-)	- (-)	-2,874 (0,394)

3.4.5 Analyse des résultats

L'identification du modèle nous permet de vérifier les hypothèses des modèles théoriques discutés à la section 2.3. Les relations de cointégration du modèle de la Bolivie sont identifiées au tableau 16. L'estimation de l'élasticité de la demande de monnaie (η) est plus grande que un, soit 1,055. Par contre, cette élasticité n'est pas significativement différente de un selon le test de type Wald¹⁴. La relation entre le niveau des prix et la prime de change ne peut pas être dictée selon Pinto (1991) parce que celui-ci éliminait *de facto* le cas où η est supérieur à un. Par contre, pour le cas où les réserves en devises étrangères sont fixes, Park (1995) démontre que la relation entre la prime de change et le niveau des prix est dictée par η . Si η est plus grand que un, alors la relation entre les variables CPI et PRI doit être positive. Cette hypothèse est validée par les données.

La deuxième relation indique que le taux de croissance du taux de change officiel est inférieur au taux de croissance du niveau des prix. L'hypothèse que le coefficient de la variable OFF est égal à un dans la première relation de cointégration est rejeté au seuil significatif de 5 %¹⁵. La spécification de la troisième relation de cointégration indique que les variables M1 et

¹⁴ La statistique pour l'hypothèse $\eta = 1$ est $(1,055-1) / 0,017 = 3,24 < \chi^2(1) = 3,84$. On ne peut donc pas rejeter cette hypothèse.

¹⁵ La statistique pour l'hypothèse $\beta_{\text{OFF}} = -1$ est $|0,034| / 0,007 = 4,71 > \chi^2(1) = 3,84$. On rejette donc l'hypothèse nulle.

EXPEN sont cointégrées. On rejette cependant l'hypothèse de proportionnalité entre les deux variables¹⁶. On a donc un modèle pour la Bolivie qui semble admettre l'hypothèse que la création de monnaie est dictée par le financement du déficit fiscal. Aussi, la relation entre les variables PRI et CPI est positive et conforme aux hypothèses de Park (1995).

Les relations de cointégration du modèle pour la Zambie sont identifiées au tableau 17. L'hypothèse que l'équation (13) du modèle de Pinto (1991) se retrouve dans l'espace de cointégration est acceptée. Cela jette un doute sur l'existence d'une règle de croissance fixe de la monnaie postulée en raison de l'exogénéité forte de la variable M1. L'estimation de l'élasticité de la demande de monnaie est 1,12. Elle est plus grande que un, mais l'hypothèse nulle $\eta = 1$ ne peut pas être rejetée au seuil significatif de 5 %¹⁷. L'hypothèse sur la relation entre la prime de change et le niveau des prix de Pinto (1991) n'est pas vérifiée une fois de plus. Il faut alors explorer les hypothèses théoriques des modèles de Park (1995) et Morris (1995).

La deuxième relation implique une relation négative entre les variables PRI et CPI. Si on fait l'hypothèse que la règle de croissance de la monnaie est fixe, tel que suggérée par l'exogénéité forte de M1, et que les réserves en devises étrangères peuvent varier, la relation entre les variables PRI et CPI sera entre autres déterminée par l'état de la balance commerciale [Park (1995)]¹⁸. L'évolution de la balance commerciale de la Zambie est présentée à la figure 6 de l'annexe B. La balance commerciale affiche un surplus de 1970:1 à 1987:2 à l'exception de courts intervalles où les importations sont supérieures aux exportations. D'après les résultats théoriques de Park (1995), une diminution de la prime de change cause une diminution de l'inflation. Ceci n'est pas vérifié par la troisième relation de cointégration. Cependant l'énoncé théorique précédent n'est valide que si $\alpha = 1$; c'est-à-dire que toutes les transactions sont effectuées au taux de change officiel. Ceci n'est pas le cas pour la Zambie et

¹⁶ La statistique pour l'hypothèse que $\beta_{\text{EXPEN}} = 1$ est $(0,950-1) / 0,003 = 16,67$. Cette valeur est plus grande que la valeur critique 3,84.

¹⁷ La statistique pour l'hypothèse $\eta = 1$ est $(1,12-1) / 0,032 = 3,75$. Cette valeur est inférieure à la valeur critique 3,84.

¹⁸ L'hypothèse d'endogénéiser la balance commerciale a été envisagée. Cependant, la variable ne pouvait subir une transformation logarythmique comme les autres variables puisque certaines observations sont négatives. De plus, l'utilisation des exportations brute et/ou importations brutes n'est une bonne approximation de l'état de la balance commerciale. Il est donc plus facile de supposer que cette variable est déterminé à l'extérieur du système.

pour plusieurs autres pays puisque les transactions extérieures sont souvent exécutées en contrebande.¹⁹

Morris (1995) insiste sur la définition de la variable K_E à la section 2.3 pour modéliser le comportement des variables PRI et CPI. Il faut rappeler que $K_E = \delta X - \beta I + (1 - \gamma)A$, où X représente les exportations, I représente les importations et A est l'allocation de devises étrangères du secteur privé. Si on fait l'hypothèse que $\delta = \beta$, la variable K_E ne peut pas être négative parce que $\gamma \geq 0$ et que les exportations sont supérieures aux importations pour la majeure partie de la période analysée. Lorsque K_E est plus grand que zéro et que η est assez bas (sans être nécessairement inférieur à un), alors l'inflation est minimisée par une dévaluation fixe du taux de change et une prime de change positive à l'équilibre. L'hypothèse de Morris (1995) est vérifiée.

L'homogénéité des mouvements de OFF et CPI à l'état stationnaire prédite par les trois modèles théoriques n'est pas vérifiée. La deuxième relation de cointégration indique que le taux de croissance du taux de change officiel est supérieur à celui du niveau des prix domestiques. On a donc une situation pour la Zambie où l'augmentation du crédit intérieur finance les dépenses fiscales. Ceci correspond à l'approche de Pinto (1991) et Morris (1995).

3.5 Comparaisons entre les trois méthodes d'estimation

Il est intéressant de comparer les résultats entre les différentes méthodes d'estimation. Le tableau 18 résume les résultats obtenus aux sections 3.2.2.2, 3.2.3.3 et 3.4.4 par les méthodes d'estimation des moindres carrés ordinaires, de l'estimateur pleinement modifié et du maximum de vraisemblance. La relation entre les variables a été normalisée par rapport au coefficient de la variable de gauche dans la première colonne pour chaque relation. La variable indépendante est donc la variable de droite dans la première colonne.

¹⁹ Aucune information précise n'a pu être découverte sur la part des biens échangés au taux de change officiel par les entreprises zambiennes pour la période de temps couverte par l'analyse.

TABLEAU 18
Tableau récapitulatif des
différentes méthodes d'estimation

Bolivie	Engle-Granger	Phillips- Hansen	Johansen
CPI - OFF	0,912	1,034	1,034
PRI - CPI	0,014	0,829	0,250
M1 - EXPEN	0,937	0,938	0,950
Zambie			
CPI - OFF	0,304	0,325	0,254
PRI - CPI	nd	-0,273	-0,347
M1 - EXPEN	0,261	0,524	1,00

Le premier résultat important est que le signe des différentes relations de cointégration est identique entre les méthodes d'estimation. L'estimation de la relation entre le taux de change officiel et le niveau des prix est semblable pour chaque pays. Les estimations de Johansen et Phillips et Hansen sont mêmes identiques dans le cas de la Bolivie. Il y a une différence notable au niveau de l'estimation de la relation entre la prime de change et le niveau des prix pour la Bolivie. Il faut se rappeler que l'hypothèse de stabilité de la relation de Hansen (1992) est rejetée. Ainsi, l'estimateur de Johansen devrait être plus efficace pour prendre en considération le changement structurel associé avec la période inflationniste. L'hypothèse d'une relation proportionnelle à un, ou près de un, entre les variables M1 et EXPEN semble vérifiée pour la Bolivie. L'approche de Johansen ne peut rejeter l'hypothèse d'une relation proportionnelle à un pour la Zambie. Par contre, les autres méthodes semblent rejeter cette hypothèse. Il faut rappeler que la relation de la Zambie entre les variables EXPEN et M1 est conditionnée par le taux de change officiel. Sans nécessairement prouver la supériorité de la méthode de Johansen, les quelques commentaires de cette section suggèrent qu'il existe une différence entre l'estimation d'une relation bivariée seule et cette même estimation à l'intérieur d'un système multivarié.

Chapitre IV

La Dynamique de court terme du système

4.1 Introduction

L'analyse du chapitre précédent a permis de dégager la relation de long terme entre les variables OFF, PRI, CPI, EXPEN et M1 de la Bolivie et la Zambie. Cependant, les causes qui peuvent provoquer une situation hyper-inflationniste, telle qu'observée en Bolivie, demeurent inconnues. Dans ce chapitre, nous voulons expliquer les différences de comportement entre les variables macro-économiques de la Zambie et de la Bolivie en analysant la dynamique de court terme de ces variables. Notre hypothèse de base est que la dynamique de court terme de chaque pays est caractérisée différemment en raison de situations économiques passablement différentes. Un choc sur une variable d'intérêt, comme par exemple la prime de change, provoque des ajustements différents des autres variables de chaque pays.

4.2 Fonction de réponse à une impulsion

4.2.1 Application à un système cointégré

Puisque que la technique de cointégration n'implique que l'estimation d'un modèle VAR traditionnel contraint, il est alors possible de performer une analyse de réponse du système suite à un choc sur une variable. Lütkepohl et Reimers (1992) procèdent à une telle analyse pour la modélisation de la demande de monnaie en Allemagne dans le cadre d'une étude de cointégration. On a noté précédemment qu'il est difficile d'interpréter les relations de cointégration directement, spécialement s'il y a plusieurs relations. L'analyse de réponse à une impulsion permet une interprétation différente et fournit une perspective d'analyse nouvelle pour les relations de cointégration.

King et *al.* (1991) discutent des conditions d'identification pour dériver des fonctions d'impulsion significatives pour un modèle VAR cointégré. Leur approche est de spécifier un modèle de correction des erreurs (VEC)²⁰ en imposant les relations de long terme estimées à la section 3.4.4 comme restrictions. Dans un tel contexte, la dynamique de court terme du modèle est flexible. Lütkepohl et Reimers (1992) ont prouvé que les résultats asymptotiques standards pour l'estimation des paramètres et les tests d'hypothèses sont valides dans un modèle VEC parce que tous les termes sont stationnaires. Fischer, Fackler et Orden (1995) notent que l'analyse peut s'effectuer sans imposer les relations de cointégration comme contraintes. Dans ce contexte, la technique de réponse à une impulsion devient en quelque sorte un test additionnel qui vérifie si les données supportent les relations de cointégration et les restrictions imposées au chapitre précédent. L'analyse est appliquée selon cette dernière approche. Il s'agit d'estimer le système (40) par sa formulation équivalente en niveau [équation (39)].

Lütkepohl et Reimers (1992) discutent des différences entre le cas où le système est composé de variables stationnaires et le cas où les variables sont intégrées d'ordre un. L'effet d'un choc sur une des variables dans un système stationnaire devrait s'atténuer dans le temps, jusqu'à ce que la variable revienne à sa valeur de départ. Dans un système cointégré, les variables peuvent ne pas retourner à leur valeur initiale même si aucun autre choc ne survient. Il est intéressant de vérifier si la réponse d'une variable à un choc est la même que la réponse de long terme estimé précédemment.

4.2.2 Développement de la procédure

La procédure pour effectuer une analyse de réponse à une impulsion est décrite dans Hamilton (1994). L'analyse est basée sur la représentation de moyenne mobile du système. On peut toujours réécrire un vecteur autorégressif comme un vecteur avec moyenne mobile (VMA) ainsi :

$$\mathbf{X}_t = \mathbf{D}_t\Phi + \sum_s \theta_s \boldsymbol{\varepsilon}_{t-s} \quad (49)$$

²⁰ La représentation "correction d'erreurs" d'un système VAR cointégré n'est simplement que la représentation du système sous la forme de l'équation (40). Un système VAR cointégré est avant tout un modèle de correction des erreurs. Ce dernier existe lorsque que les changements des variables sont régressés sur leurs changements passés, les changements passés de chacune des autres variables du système et sur le niveau passé de toutes les variables [Hamilton (1994)].

pour $s = 0, \dots, \infty$. \mathbf{X}_t est un vecteur composé des p variables stochastiques et \mathbf{D}_t est le vecteur des variables binaires. Le vecteur $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ est un processus bruit blanc. On veut connaître l'effet d'un choc ε_{jt} sur une variable $X_{i,t+s}$. Si ε_{jt} est corrélé avec ε_{it} , ε_{jt} aura un effet sur $X_{i,t+s}$, de même que le terme d'erreur ε_{it} sur $X_{i,t+s}$. Pour identifier l'impact de chaque choc séparément, on transforme le modèle pour que ε_{it} et ε_{jt} ne soient pas corrélés. On emploie alors la décomposition de Cholesky. Soit $\boldsymbol{\Sigma} = E(\boldsymbol{\varepsilon}_t \boldsymbol{\varepsilon}'_t)$, la matrice de variance-covariance de l'équation (49), alors il existe une matrice \mathbf{A} triangulaire vers le bas qui satisfait la condition $\mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{A}'^{-1} = \mathbf{I}$. Le nouveau processus d'innovation pour l'équation (49) est alors $\mathbf{u}_t = \boldsymbol{\varepsilon}_t \mathbf{A}^{-1}$. Cela assure que les chocs sur le système sont orthogonaux les uns par rapport aux autres et qu'ils ne sont pas corrélés dans le temps

La décomposition décrite implique que l'ordre des variables dans le système d'équations est important. Par définition, la première variable ordonnée dans le système explique entièrement sa variance à la première étape de la fonction de réponse. Les variables qui n'ont pas d'influence pour la prédiction des autres variables sont placées en dernier. Dans ce cas, les variables faiblement exogènes dans le système de la Bolivie et la Zambie sont placées au début de l'analyse. Les résultats rapportés au tableau 13 suggèrent l'emploi de l'ordre suivant pour les variables de la Bolivie : EXPEN, OFF, M1, PRI, CPI. Cet ordre permet aux variables EXPEN, OFF, M1 et PRI d'avoir un effet immédiat sur la variable CPI, tandis que le niveau des prix ne peut avoir qu'un effet retardé sur ces variables. Pour la Zambie, on emploie l'ordre suivant : M1, OFF, EXPEN, PRI et CPI²¹.

Les fonctions de réponse à un choc sont des fonctions non-linéaires des paramètres estimés et elles sont composées d'un nombre élevé de termes. Le calcul d'intervalles de confiance pour les réponses aux chocs ne sont pas réalisables d'une manière linéaire. Les intervalles de confiance présentés aux figures 7 à 10 constituent les bornes supérieures et inférieures de la réponse de la variable. Ces bornes correspondent à deux écarts-type de la réponse de la variable. Ceux-ci sont calculés à partir d'une simulation Monte Carlo selon la méthode de Kloek et Van Dijk (1978), détaillée par Doan (1994). Il s'agit de faire un nombre

²¹ Plusieurs spécifications différentes ont été testées pour les deux pays. Généralement, les résultats sont sensiblement les mêmes tant que la variable PRI devance la variable CPI et que les variables exogènes sont placées au début du système.

répété de tirages à partir de la distribution à posteriori des coefficients estimés, et de regarder comment cela affecte la réponse des variables aux chocs. Selon le développement de Kloek et Van Dijk, la matrice β de l'équation (50) suit une loi normale, $N(\mathbf{b}, \Sigma \otimes (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1})$ où \mathbf{b} est l'estimateur des moindres carrés ordinaires de β et Σ est la matrice de variance-covariance des résidus.

4.2.3 Impacts d'un choc sur la prime de change

La figure 7 de l'annexe B représente l'impact sur la variable CPI d'un choc de la prime de change égal à l'écart-type de cette variable²² pour la Bolivie. Les courbes pointillées représentent l'intervalle de confiance de la réponse au choc sur la prime de change au noir. La réponse à court terme de la variable CPI est non-significative mais positive. Cependant, du 11^e trimestre au 15^e trimestre, le niveau des prix augmente de 1 % et cette réponse est significative. L'impact du choc semble se stabiliser par la suite autour de 0,5 %. On ne peut donc pas justifier une poussée hyper-inflationniste par un choc sur la prime de change selon l'évidence de la figure 7.

L'impact d'un choc positif de la prime de change sur le niveau des prix en Zambie est présenté à la figure 8 de l'annexe B. À très court terme, on observe une légère augmentation du niveau des prix inférieure à 1 %. L'effet de long terme semble être une diminution de 1 % du niveau des prix. L'impact de long terme est cependant non-significatif. Cela confirme la relation négative entre les variables CPI et PRI décrites au chapitre précédent. L'explication d'une poussée inflationniste sur la base d'un choc sur la prime de change ne semble pas supportée par les données. Seulement de nombreux chocs consécutifs sur la prime de change peuvent peut-être causer hausse prononcée du niveau des prix.

4.2.4 Impacts d'un choc de la masse monétaire M1

Selon l'approche de Pinto (1991), une augmentation de la masse monétaire devrait causer une variation positive des dépenses gouvernementales ou encore l'augmentation de la taxe implicite sur les importations, la prime de change au noir. Cela est aussi confirmé par les

²² Tous les chocs décrits dans ce chapitre correspondent à la valeur de leur écart-type respectif. L'axe vertical de chaque graphique a été normalisé pour que les réponses de chaque variables correspondent à la variation en pourcentage de cette variable.

restrictions imposées à la section 3.4.4. Il est intéressant de regarder aussi l'impact de ce choc sur le niveau des prix.

Le niveau des prix, à la figure 9a, augmente drastiquement pendant les quatre premiers trimestres suivant le choc sur la variable M1. Les réponses de la variables CPI à court terme sont significatives et atteignent un sommet de 2 % à court terme. Par la suite, la réponse du niveau des prix se stabilise à un niveau légèrement inférieur à 1 %. La figure 9b représente la réponse de la variable EXPEN au choc de M1. On peut constater que les dépenses gouvernementales subissent une importante hausse significative égale près de 0,15 % au 4^e trimestre pour ensuite se stabiliser à 0,05 %. Le choc sur la masse monétaire implique, à long terme, une augmentation équivalente à $\approx 0,05$ % de cette même variable. Cette dernière réponse est présentée à la figure 9c. La proportionnalité des mouvements des variables EXPEN et M1 semble être confirmée par cette expérience.

Pour la Zambie, le choc sur la masse monétaire cause une augmentation marquée du niveau des prix à la figure 10a. Cette augmentation semble se stabiliser seulement que sur un horizon de très long terme. Contrairement à la Bolivie, le choc sur la masse monétaire n'entraîne pas de réponses significatives de la variable EXPEN à la figure 10b. Les figures 10b et 10c présentent respectivement la réponse des variables EXPEN et M1 suite au choc sur la masse monétaire. Les deux variables semblent suivre le même sentier à long terme. Cela confirme de nouveau que les mouvements des deux variables sont pratiquement proportionnel.

4.3 Décomposition de la variance de l'erreur de prédiction

4.3.1 Introduction

La technique de décomposition de la variance de l'erreur de prédiction est utilisée pour découvrir la proportion de la variance de l'erreur de prédiction totale d'une variable causée par un choc sur une autre variable. Le choc est effectué sur la présentation MA du modèle VAR selon les mêmes conditions spécifiées à la section 4.2.2. Soit le modèle VMA de l'équation (49), alors l'erreur de prédiction du modèle dans s périodes futures est :

$$\mathbf{X}_{t+s} - \mathbf{X}_{t+s} | t = \boldsymbol{\varepsilon}_{t+s} + \boldsymbol{\Psi}_1 \boldsymbol{\varepsilon}_{t+s-1} + \boldsymbol{\Psi}_2 \boldsymbol{\varepsilon}_{t+s-2} + \dots + \boldsymbol{\Psi}_{s-1} \boldsymbol{\varepsilon}_{t+1} \quad (50)$$

L'erreur moyenne au carré de cette prévision dans le futur est :

$$MSE(\mathbf{X}_{t+s} | t) = E[(\mathbf{X}_{t+s} - \mathbf{X}_{t+s} | t) (\mathbf{X}_{t+s} - \mathbf{X}_{t+s} | t)'] = \mathbf{\Omega} + \boldsymbol{\psi}_1 \mathbf{\Omega} \boldsymbol{\psi}_1' + \dots + \boldsymbol{\psi}_{s-1} \mathbf{\Omega} \boldsymbol{\psi}_{s-1}' \quad (51)$$

où $\mathbf{\Omega}$ est la matrice de variance-covariance des résidus. Cependant, cette spécification de l'erreur de prédiction implique comme auparavant que les résidus sont corrélés entre eux. On utilise donc la même décomposition que pour la fonction de réponse à un choc. Les chocs sur le système sont ainsi orthogonaux entre eux. Soit $\boldsymbol{\varepsilon}_t = \mathbf{A} \mathbf{u}_t$, alors la contribution du j ème choc pour la prédiction dans s périodes futures est :

$$\text{Var}(u_{jt}) [\mathbf{a}_j \mathbf{a}_j' + \boldsymbol{\psi}_1 \mathbf{a}_j \mathbf{a}_j' \boldsymbol{\psi}_1' + \boldsymbol{\psi}_2 \mathbf{a}_j \mathbf{a}_j' \boldsymbol{\psi}_2' + \dots + \boldsymbol{\psi}_{s-1} \mathbf{a}_j \mathbf{a}_j' \boldsymbol{\psi}_{s-1}'] \quad (52)$$

4.3.1 Décomposition de la variance du niveau des prix

Le tableau 19 présente les résultats de la décomposition de la variance pour l'erreur de prédiction du niveau des prix pour les deux pays. À court terme, il semble que les chocs sur le niveau des prix expliquent la variance de l'erreur de prédiction du CPI. Cependant, au cinquième trimestre, le choc sur la masse monétaire est responsable de près de 50 % de la variance de l'erreur de prédiction. À long terme, le choc sur les dépenses gouvernementales est responsable de la variance de l'erreur de prédiction du niveau des prix pour plus de 40 %. Ces résultats semblent confirmer les hypothèses de Pinto (1991) sur les possibles causes de l'hyper-inflation en Bolivie. À court terme, le niveau des prix et la masse monétaire semblent être des déterminants importants du niveau des prix. À long terme, les dépenses gouvernementales ont un effet sur le niveau des prix. La réduction des dépenses gouvernementales semble être donc un déterminant important du contrôle de l'inflation. Le rôle de la prime de change est moins évident. La modélisation du marché de la contrebande pourrait peut-être expliquer en partie ce problème. Si les dollars américains provenant des exportations ne sont pas échangés au taux de change officiel auprès du gouvernement, la prime de change n'est pas une taxe sur les exportations très efficace. Cette source de revenu pourrait être moins importante que l'hypothèse émise par Pinto (1991).

Un fait commun aux deux pays est que la prime de change n'est pas un déterminant important du niveau des prix. Cela est encore plus vrai pour la Zambie. Encore une fois, la variance de l'erreur de prédiction à court terme pour le niveau des prix est expliquée par un choc sur cette même variable. Sur un horizon de long terme, la masse monétaire semble être un déterminant important du niveau des prix. Le fait que la proportion du choc sur la variable

EXPEN qui explique le niveau des prix n'est pas aussi élevée que pour la Bolivie, donne un argument de plus à la théorie que la masse monétaire est exogène au modèle. Par contre, ce fait n'est pas assez concluant pour trancher le débat entre l'approche du financement des dépenses fiscales par la création de monnaie [Pinto (1991)] et l'approche de la règle de croissance fixe de la masse monétaire [Park (1995)].

TABLEAU 19
Décomposition de la variance de l'erreur
de prédiction pour le niveau des prix

Bolivie					
Périodes futures	CPI	M1	EXPEN	OFF	PRI
1	53,09	10,67	35,83	0,03	0,39
5	29,83	47,93	2,16	18,55	1,51
10	24,36	27,48	30,62	12,34	5,24
15	14,80	12,80	40,63	19,67	12,09
20	16,21	10,86	40,43	22,38	10,11
25	16,50	9,28	45,72	20,33	8,15
Zambie					
Périodes futures	CPI	M1	EXPEN	OFF	PRI
1	56,81	6,28	0,67	27,84	8,40
5	37,47	28,19	13,99	10,98	9,36
10	11,52	63,59	14,62	4,00	6,26
15	15,91	48,51	31,06	1,72	2,81
20	14,81	47,47	32,59	2,49	2,64
25	18,66	41,38	36,42	1,78	1,76

4.3.3 Décomposition de la variance de la prime de change

Le tableau 20 présente la décomposition de la variance de l'erreur de prédiction pour la prime de change de la Zambie et la Bolivie. L'analyse du tableau pour la Bolivie est frappante. À court terme le choc sur les dépenses fiscales explique plus de 50 % de la variance

de l'erreur de prédiction de la prime de change. Ceci confirme le lien étroit entre la prime de change comme instrument fiscal et le financement des dépenses gouvernementales.

Pour la Zambie, les chocs sur la prime de change expliquent en majeure partie la variance de son erreur de prédiction. On pourrait conclure sur la seule évidence du tableau 20 que la prime de change en Zambie est exogène.

TABLEAU 20
Décomposition de la variance de l'erreur
de prédiction pour la prime de change

Bolivie					
Périodes futures	CPI	M1	EXPEN	OFF	PRI
1	0	12,00	55,41	4,87	27,71
5	19,70	10,93	41,78	14,23	13,36
10	14,18	15,54	28,32	24,49	17,47
15	15,07	15,88	26,64	24,05	18,35
20	15,26	16,16	26,88	23,41	18,27
25	15,89	16,10	26,70	22,99	18,30
Zambie					
Périodes futures	CPI	M1	EXPEN	OFF	PRI
1	0	0,17	0,02	2,58	97,23
5	3,88	0,76	6,02	1,96	87,37
10	3,47	42,34	9,87	2,79	41,51
15	6,15	33,14	27,11	4,38	29,21
20	6,47	31,11	25,38	9,91	27,13
25	13,26	27,93	27,26	9,05	22,48

Conclusion

Le but de ce travail était de mettre en évidence la relation empirique entre le niveau des prix et la prime de change sur le marché noir. Les modèles théoriques au chapitre 2 décrivent différentes conditions pour lesquelles la relation entre la prime de change et le niveau des prix diffèrent. Deux principales approches sont considérées. Premièrement, on considère que la prime de change est un élément important de la situation fiscale du pays. Tout changement dans cette variable provoque un ajustement de la masse monétaire pour financer les dépenses fiscales. Cela provoque ainsi un ajustement du niveau des prix. L'autre approche considère que la croissance de la masse monétaire est fixe. Une variation de la prime de change provoque un ajustement des réserves en devises étrangères. La relation entre la prime de change et le niveau des prix est déterminée par la situation de la balance commerciale et la proportion de la monnaie étrangère échangée au taux de change officiel.

Les dépenses gouvernementales, le taux de change officiel, la prime de change, la masse monétaire et le niveau des prix constituent les variables d'intérêt pour l'analyse empirique. Les tests de racines unitaires et de stationnarité indiquent que ces variables sont intégrées d'ordre un. Pour cette raison, les relations entre les diverses variables sont estimées par la technique de cointégration. Trois méthodes sont proposées. Les méthodes de Engle et Granger (1987) et Phillips et Hansen (1990) sont utilisées pour estimer une relation bivariable entre deux variables d'intérêt. La méthode de Johansen (1988) modélise la relation entre la prime de change et le niveau des prix à l'intérieur d'un système d'équations.

Trois relations de cointégration pour la Bolivie ont été identifiées pendant la période 1972:3 à 1993:4. La première relation confirme les hypothèses de Park (1995) et indique qu'une diminution de la prime de change sur le marché noir est accompagnée par une diminution de l'inflation. La deuxième relation confirme l'hypothèse que l'offre de monnaie est dictée principalement par le financement des dépenses fiscales. De plus, le mouvement du taux de change officiel et du niveau des prix est cointégré et approximativement proportionnel à un. Trois relations de cointégration ont été identifiées pour la Zambie pendant la période 1970:3 à 1987:2. Les données ne supportent pas entièrement l'approche fiscale de la création de monnaie même si la masse monétaire et les dépenses fiscales sont cointégrées. Il est

possible que les réserves en devises étrangères varient suite au changement de la prime de change. Il y a cependant la relation négative entre la prime de change et le niveau des prix expliquée par le modèle de Morris (1995). Historiquement, le niveau des prix semble se déprécier à une vitesse inférieure au taux de dépréciation du taux de change officiel.

L'analyse empirique de court terme fait apparaître une constante pour les deux pays. La simulation d'un choc sur la prime de change sur le marché noir ne provoque pas de hausse majeure du niveau des prix à court terme. Une hausse du niveau des prix à court terme en Bolivie est expliquée par un choc sur la masse monétaire. L'hypothèse qu'une réforme fiscale est un élément clé de la réforme du marché de change en Bolivie [Kharas et Pinto (1989) et Pinto (1991)] semble vérifiée. Un choc sur la masse monétaire en Zambie possède un effet croissant et permanent dans le temps sur le niveau des prix. L'analyse de court terme supporte l'hypothèse que le taux de croissance de la masse monétaire est fixe.

Bibliographie

- Akaike, H., (1974)**, A New Look at the Statistical Model Identification, *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-19, p. 716-723.
- Banerjee, A., Dolado, J. J., Hendry, D.F. et G. W. Smith, (1986)**, Exploring Equilibrium Relationships in Econometrics through Static Models : Some Monte Carlo Evidence, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 48, p. 253-277.
- Calvo, G. A. et C. A. Rodriguez, (1977)**, A Model of Exchange Rate Determination under Currency Substitution and Rational Expectations, *Journal of Political Economy*, 85, p. 617-625.
- Davidson, R. et J. MacKinnon, (1993)**, Estimation and Inference in Econometrics, Oxford University Press, New York.
- Dickey, D. A. et W. A. Fuller, (1979)**, Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root, *Journal of the American Statistical Association*, 74, p. 427-431.
- Dickey, D. A., D. Jansen et D. Thornton, (1991)**, A Primer on Cointegration with an Application to Money and Income, *Federal Reserve Bank of St-Louis Review*, 73, p. 53-78.
- Doan, T. A., (1994)**, Regression Analysis of Time series : Version 4.2, Evanston, VAR Econometrics.
- Dornbusch, R., D. V. Dantas, C. Pechman, R. Rocha et D. Simoes, (1983)**, The Black Market for Dollars in Brazil, *Quarterly Journal of Economics*, 98, p. 25-40.
- Engle R.F., (1982)**, Autoregressive Conditionnal Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation, *Econometrica*, 50, p. 987-1007.
- Engle R.F. et C.W.J. Granger, (1987)**, Cointegration and Error Correction : Representation, Estimation and Testing, *Econometrica*, 55, p. 251-276.
- Ericsson, N. R., (1992)**, Cointegration, Exogeneity, and Policy Analysis : An Overview, *Journal of Policy Modeling*, 14, p. 251-280.
- Fisher, L. A., P. L. Fackler et D. Orden, (1995)**, Long-run Identifying Restrictions for an Error-Correction Model of New Zealand Money, Prices and Output, *Journal of International Money and Finance*, 14, p. 127-147.

- Fonds Monétaires International, Editions Variées, Statistiques Financières Internationales**, Publication Services, Washington.
- Fonds Monétaires International, Editions Variées, Government Finance Statistics Yearbook**, Publication Services, Washington.
- GATT, (1993)**, Examen des politiques commerciales de la Bolivie, Genève.
- Granger, C.W.J., (1986)**, Developments in the Study of Cointegrated Economic Variables, *Oxford Bulletins of Economics and Statistics*, 48, p. 213-228.
- Hamilton, J., (1994)**, Time Series Analysis, Princeton University Press, New Jersey.
- Hansen, B.E., (1992)**, Tests for Parameter Instability with I(1) Processes, *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, p. 321-335.
- Hansen H. et K. Juselius, (1995)**, CATS in RATS : Cointegration Analysis of Time Series, Copenhagen, University of Denmark, Institute of Economics.
- Harvey, H., (1989)**, The Econometric Analysis of Time Series, MIT Press, Cambridge.
- Johansen, S., (1988)**, Statistical Analysis of Cointegration Vectors, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12, p. 231-254.
- Johansen, S. (1992a)**, Cointegration in Partial Systems and the Efficiency of Single-equation Analysis, *Journal of Econometrics*, 52, p. 389-402.
- Johansen, S., (1992b)**, Estimation and Hypothesis Testing of Cointegration Vectors in Gaussian Vector Autoregressive Models, *Econometrica*, 59, p. 1551-1580.
- Johansen, S., (1994)**, The Role of the Constant and Linear Terms in Cointegration Analysis of Nonstationary Variables, *Econometric Reviews*, 13, p. 205-229.
- Johansen, S. et K. Juselius, (1990)**, Maximum Likelihood Estimation and Inference on Cointegration with Applications to the Demand of Money, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 52, p.169-210.
- Johansen, S. et K. Juselius, (1992)**, Testing Structural Hypothesis in a Multivariate Cointegration Analysis of the PPP and the UIP for UK, *Journal of Econometrics*, 53, p.211-244.
- Johansen S. et K. Juselius, (1994)**, Identification of the Long-Run and the Short-Run Structure : An Application to the IS-LM Model, *Journal of Econometrics*, 63, p. 7-36.

- Kamin, S. B., (1993)**, Devaluation, Exchange Controls, and Black Markets for Foreign Exchange in Developing Countries, *Journal of Development Economics*, 40, p. 151-169.
- Kharas, H. et B. Pinto, (1989)**, Exchange Rate Rules, Black Market Premia and Fiscal Deficits : The Bolivian Hyperinflation, *The Review of Economic Studies*, 56, p. 435-448.
- King, R.G., C.I. Plosser, J. Stock et M. Watson, (1991)**, Stochastic Trends and Economic Fluctuations, *American Economic Review*, 81, p. 819-840.
- Kloek et Van Dijk, (1978)**, Bayesian Estimates of Equation System Parameters : An Application of Integration by Monte-Carlo, *Econometrica*, 46, p. 1-20.
- Kwiatkowski, D., P.C.B. Phillips, P. Schmidt et Y. Shin, (1992)**, Testing the Hypothesis of Stationnarity against the Alternative of a Unit Root : How Sure are we that Economic Time Series Have a Unit Root ? *Journal of Econometrics*, 54, p. 159-178.
- Larue, B. et J. Mutunga, (1993)**, The Gravity Equation, Market Size and Black Market Exchange Rates, *International Economic Journal*, 7, p. 61-76.
- Larue, B. et R. A. Babula, (1994)**, Evolving Dynamic Relationship Between the Money Supply and Food-Based Prices in Canada and the United States, *Canadian Journal of Agricultural Economics*, 42, p. 159-176.
- Lizondo, J. S., (1987)**, Unification of Dual Exchange Markets, *Journal of International Economics*, 87, p. 57-77.
- Lütkepohl, H. et H.-E. Reimers, (1992)**, Impulse Response Analysis of Cointegrated Systems, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 16, p. 53-78.
- Morris, S., (1995)**, Inflation Dynamics and the Parallel Market for Foreign Exchange, *Journal of Development Economics*, 46, p. 295-317.
- Newey, W. K. et K. D. West, (1987)**, A Simple Positive Semi-Definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix, *Econometrica*, 55, p. 703-708.
- Park, W.-A., (1995)**, Exchange rate Dynamics in Dual Exchange Markets, *International Economic Journal*, 9, p. 89-109.
- Perron, P., (1989)**, The Great Crash, the Oil-Price Shock and the Unit Root Hypothesis, *Econometrica*, 57, p. 1361-1401.
- Phillips, P. C. B., (1991)**, To Criticize the Critics : An Objective Bayesian Analysis of Stochastic Trends, *Journal of Applied Econometrics*, 6, p. 333-363.

- Phillips, P. C. B. et B. E. Hansen, (1990)**, Statistical Inference in Instrumental Variables Regression with I(1) Processes, *The Review of Economic Studies*, 57, p. 99-125.
- Phylaktis, K. et Y. Kassimatis, (1994)**, Black and Official Exchange Rates in the Pacific Basin Countries : An Analysis of their Long-run Dynamics, *Applied Economics*, 26, p. 399-407.
- Pick's Currency Yearbook, Editions Variées**, Pick's Publishing Company, New York.
- Pinto, B., (1991)**, Black Markets for Foreign Exchange, Real Exchange Rates and Inflation, *Journal of International Economics*, 30, p. 121-135.
- Sachs, J., (1987)**, The Bolivian Hyperinflation and Stabilization, *American Economic Review (Paper and Proceedings)*, 77, p. 279-283.
- Said, E.S. et D.A. Dickey, (1984)**, Testing for Unit Roots in Auto-Regressive-Moving-Average Models of Unknown Order, *Biometrika*, 71, p. 599-607.
- Sadorsky, P., (1994)**, The Behavior of U.S. Tariff Rates : Comment, *American Economic Review*, 84, p. 1097-1103.
- Schwartz, G., (1978)**, Estimating the Dimension of a Model, *Annual Statistics*, 6, p. 461-464.
- Schwert, (1989)**, Tests for Unit Roots : A Monte Carlo Investigation, *Journal of Business and Economics Statistics*, 7, p. 147-160.
- Sims, C.A., (1988)**, Bayesian Skepticism on Unit Root Econometrics, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12, p. 463-474.
- Sims, C.A. et H. Uhlig, (1991)**, Understanding Unit Rooters : a Helicopter Tour, *Econometrica*, 59, p. 1591-1600.
- Stock J. et M. Watson, (1988)**, Testing for Common Trends, *Journal of the American Statistical Association*, 83, p.1097-1107.
- Uhlig, H., (1994)**, What Macroeconomists Should Know About Unit Roots, *Econometric Theory*, 10, p. 645-671.
- Young, R., (1988)**, Zambia, Adjusting to Poverty, North-South Institute, Ottawa.
- Zivot, E. et D.W.K Andrews, (1992)**, Further Evidence on the Great Crash, the Oil-Price Shock and the Unit Root Hypothesis, *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, p. 251-270.

ANNEXE A - Description des données

Cette section décrit la construction des différentes variables employées pour l'analyse empirique et leur unité.

-CPI : Indice des prix à la consommation

C'est l'indice Laspeyres-Prix. Pour la Bolivie, il reflète les dépenses des ménages à revenus moyens et faibles de La Paz. L'indice de la Zambie reflète les dépenses des groupes de consommateurs à faible revenu de la capitale Lusaka

-M1 : Stock de monnaie M1

Il regroupe la circulation fiduciaire ainsi que les dépôts à vue autres que ceux de l'administration centrale. Les données sont en milliards de pesos boliviens pour la Bolivie et en millions de kwachas pour la Zambie

-EXPEN : Dépenses fiscales

Ce sont tous les paiements non-remboursables et les versements qui n'éteignent pas une créance effectuées par les administrations publiques incluant les dépenses ordinaires et en capital. Les données sont en milliards de pesos boliviens pour la Bolivie et en millions de kwachas pour la Zambie.

- OFF : Taux de change officiel

C'est le taux de change nominal de fin de période sur le marché de change officiel en monnaie domestique par dollars américain.

- BLA : Taux de change au noir

C'est le taux de change nominal de fin de période sur le marché noir en monnaie domestique par dollars américain.

- PRI : Prime de change sur le marché noir

C'est le rapport entre le taux de change au noir et le taux de change officiel (BLA / OFF).

- Exportations :

Ce sont les exportations de marchandises communiquées par les autorités nationales selon le système du commerce général conformément aux recommandations des Nations-Unies. La

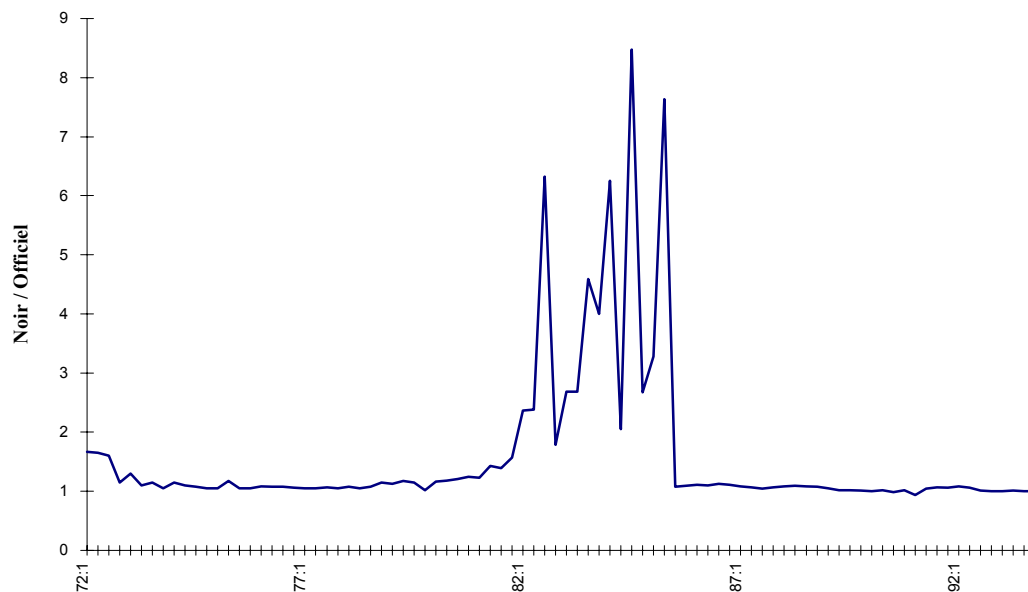
valeur des exportations est en millions de dollars U.S. pour la Bolivie et en millions de Kwachas pour la Zambie.

- Importations :

Ce sont les importations de marchandises communiquées par les autorités nationales selon le système du commerce général conformément aux recommandations des Nations-Unies. La valeur des importations est en millions de dollars américains pour la Bolivie et en millions de kwachas pour la Zambie.

ANNEXE B - Graphiques**Figure 1**

**Évolution de la prime sur le marché de change
au noir en Bolivie de 1972:1 à 1993:4**

**Figure 2**

**Évolution de l'inflation domestique
en Bolivie de 1972:1 à 1993:4**

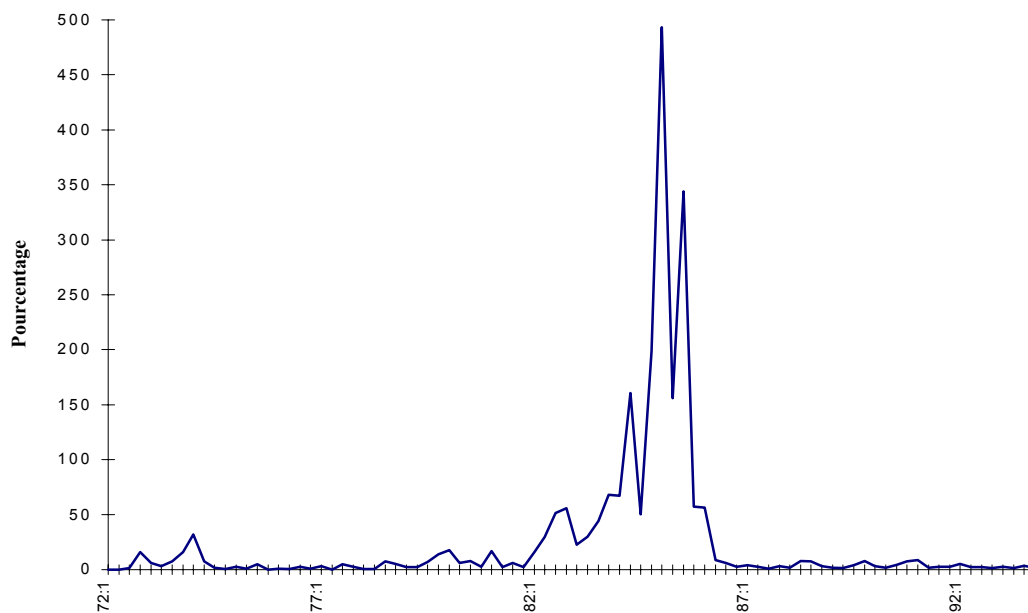


Figure 3
**Évolution de la prime sur le marché de change
 au noir en Zambie de 1971:1 à 1987:2**

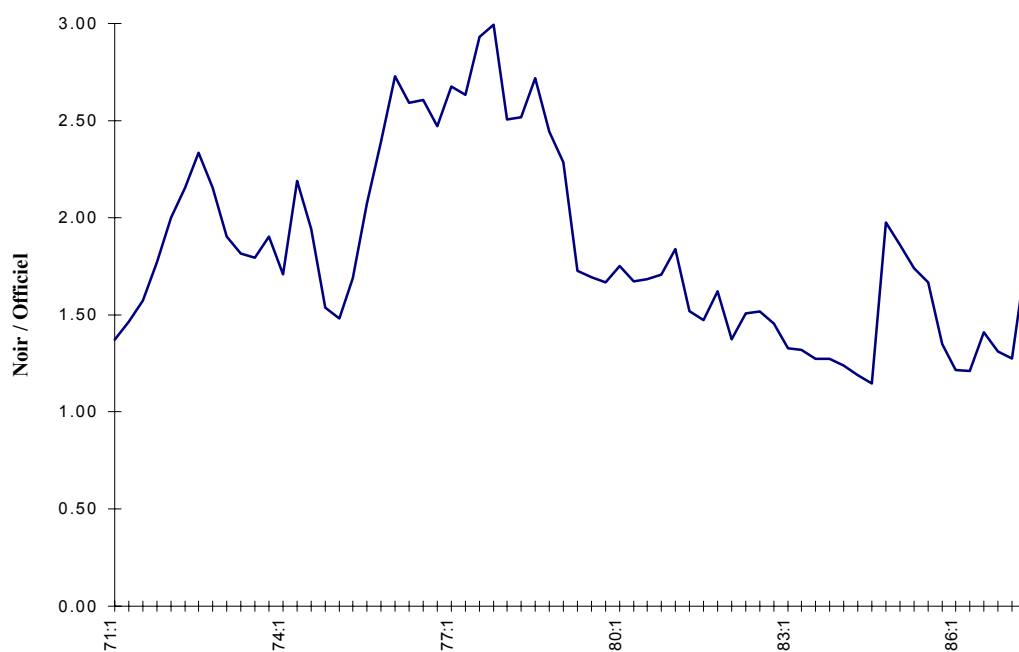


Figure 4
**Évolution de l'inflation domestique
 en Zambie de 1972:1 à 1987:2**

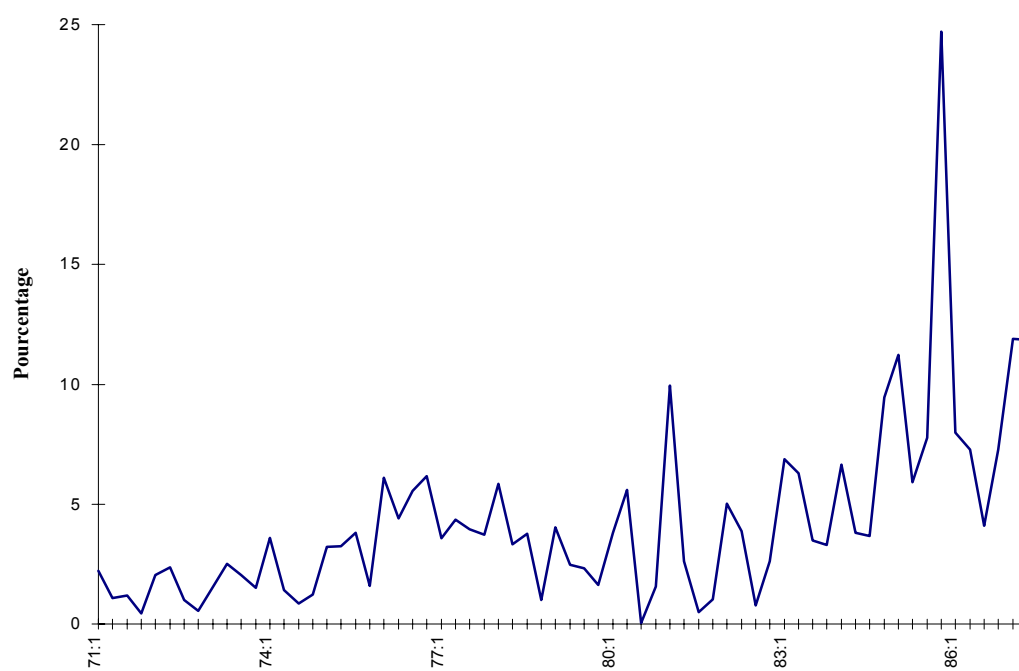


Figure 5
Évolution de la balance commerciale en Bolivie de 1975:1 à 1993:4

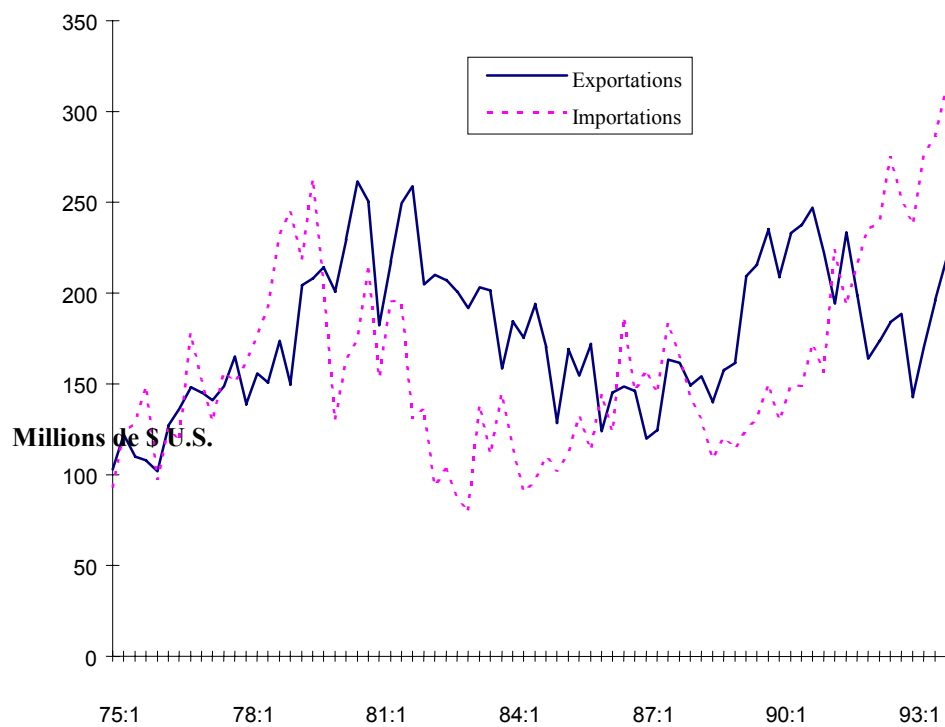


Figure 6
Évolution de la balance commerciale en Zambie de 1971:1 à 1987:2

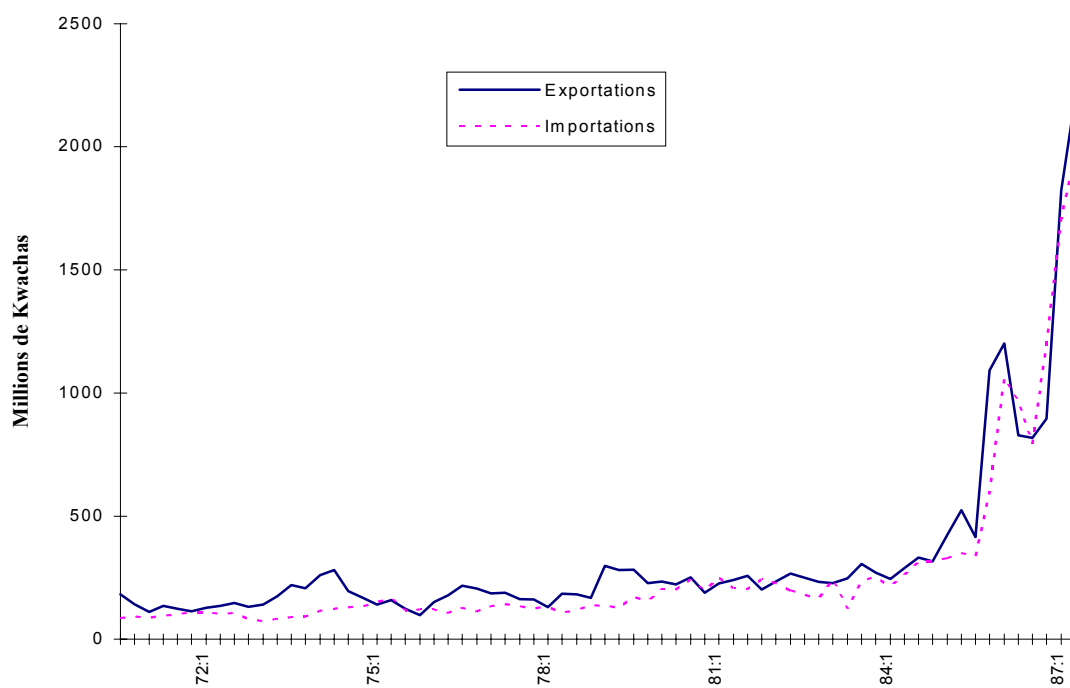


Figure 7
Réponse du niveau des prix à un choc de
la prime de change pour la Bolivie

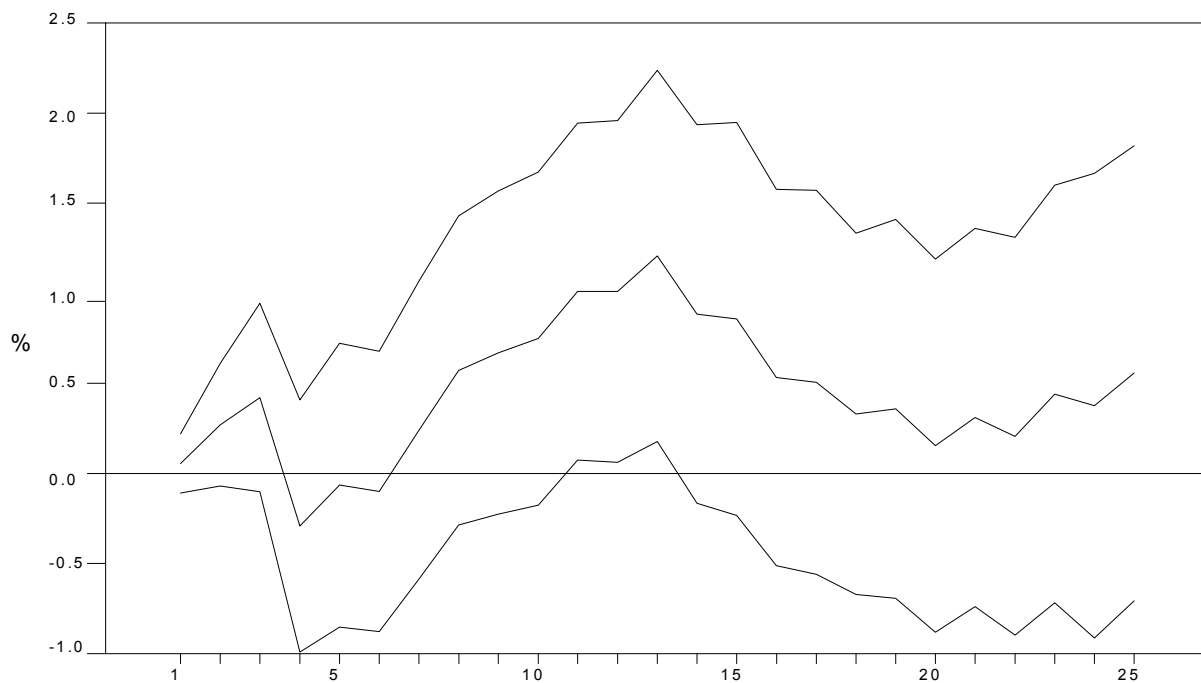


Figure 8
Réponse du niveau des prix à un choc de
la prime de change pour la Zambie

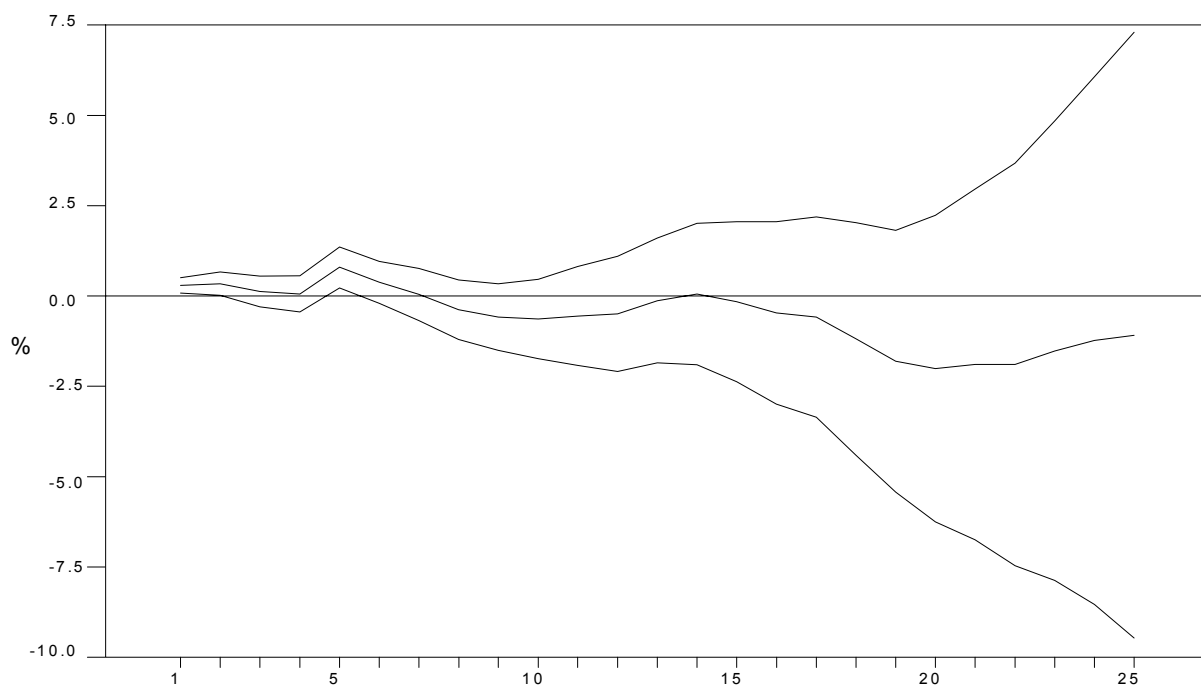


Figure 9a
Réponse du niveau des prix à un choc de
la masse monétaire pour la Bolivie

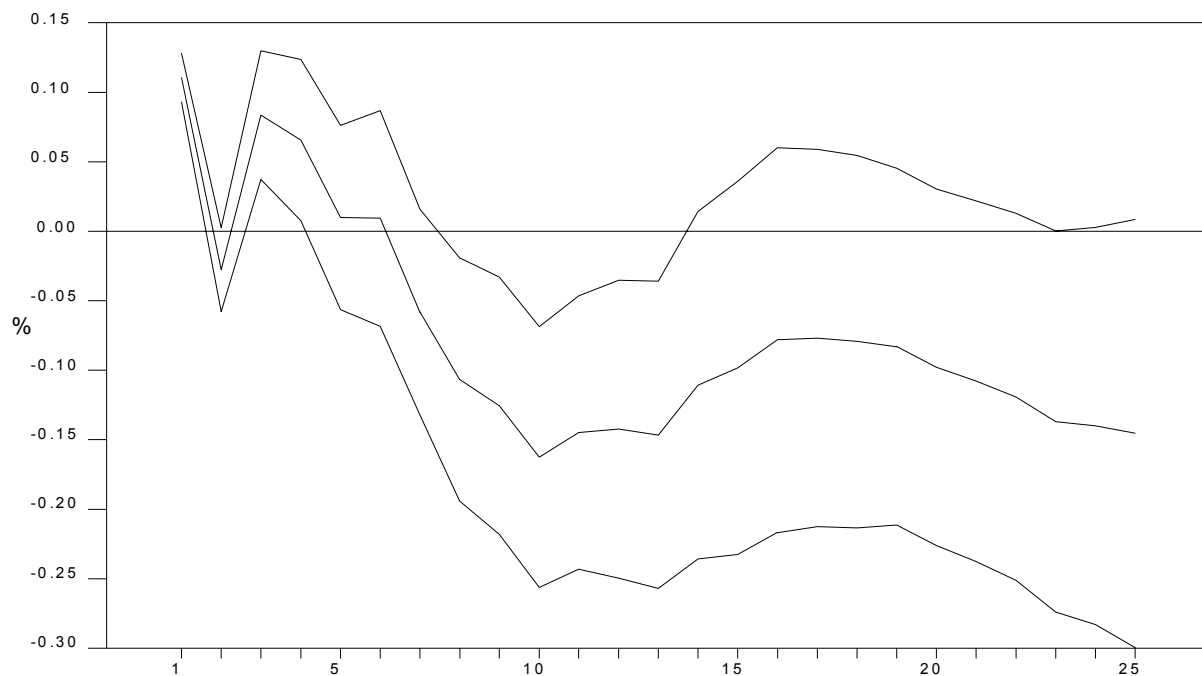


Figure 9b
Réponse des dépenses gouvernementales à un
choc sur la masse monétaire pour la Bolivie

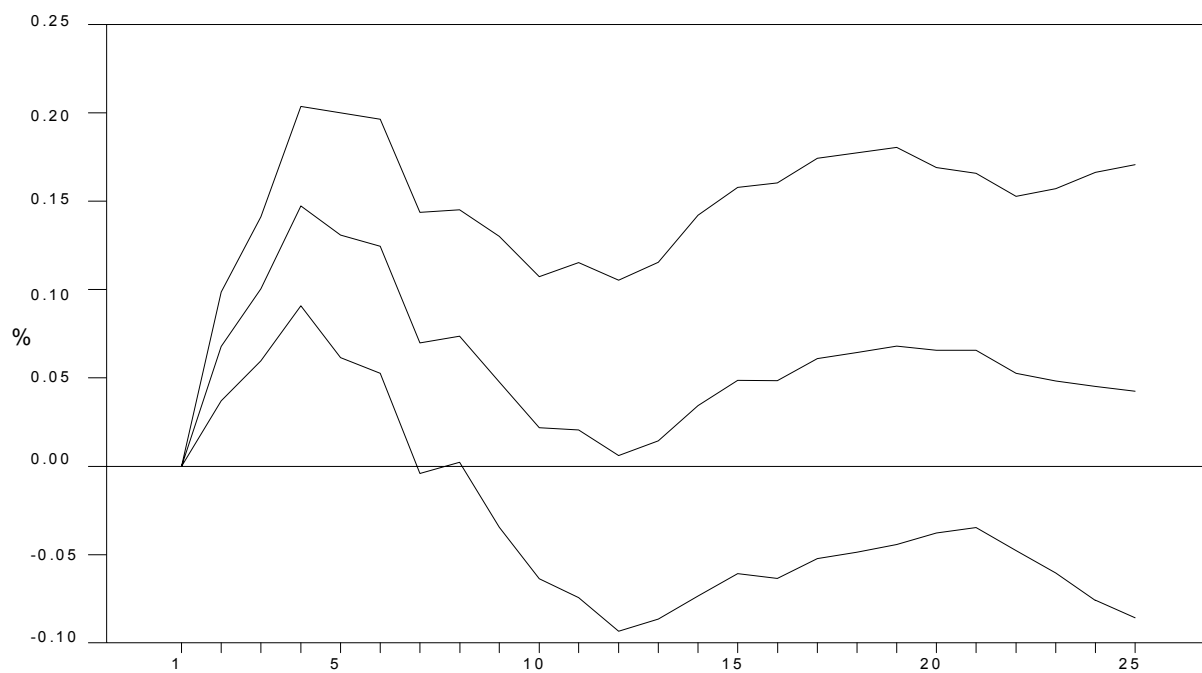


Figure 9c
Réponse de la masse monétaire à un choc
de la masse monétaire pour la Bolivie

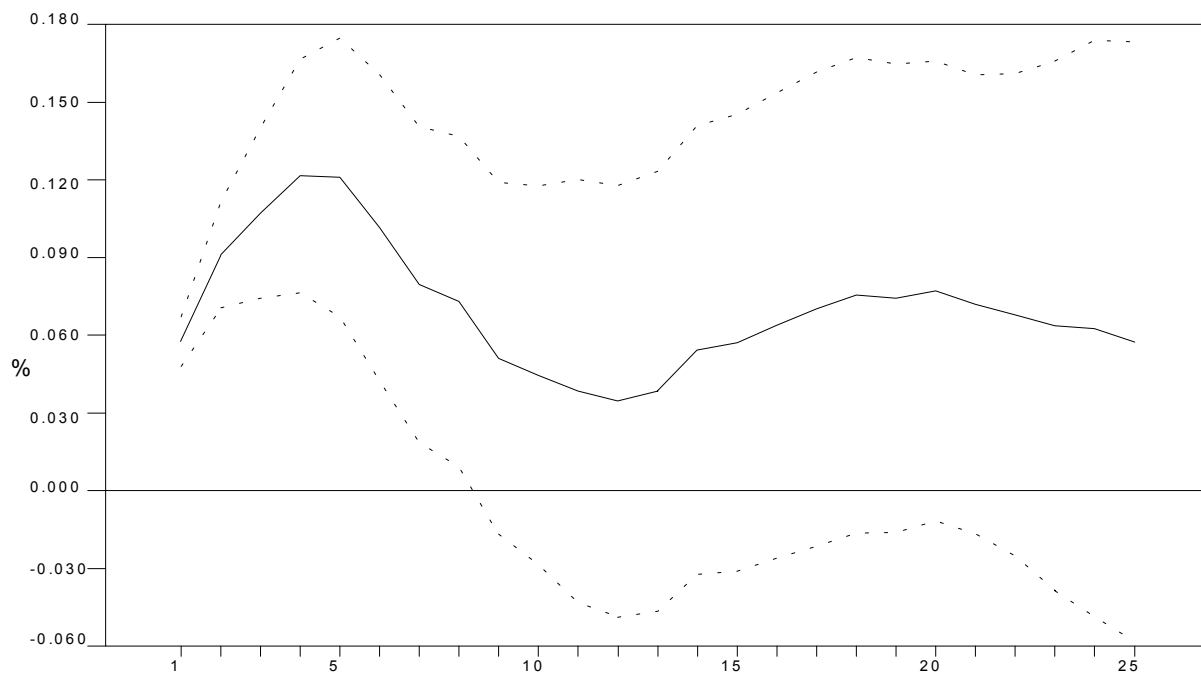


Figure 10a
Réponse du niveau des prix suite à un choc
de la masse monétaire pour la Zambie

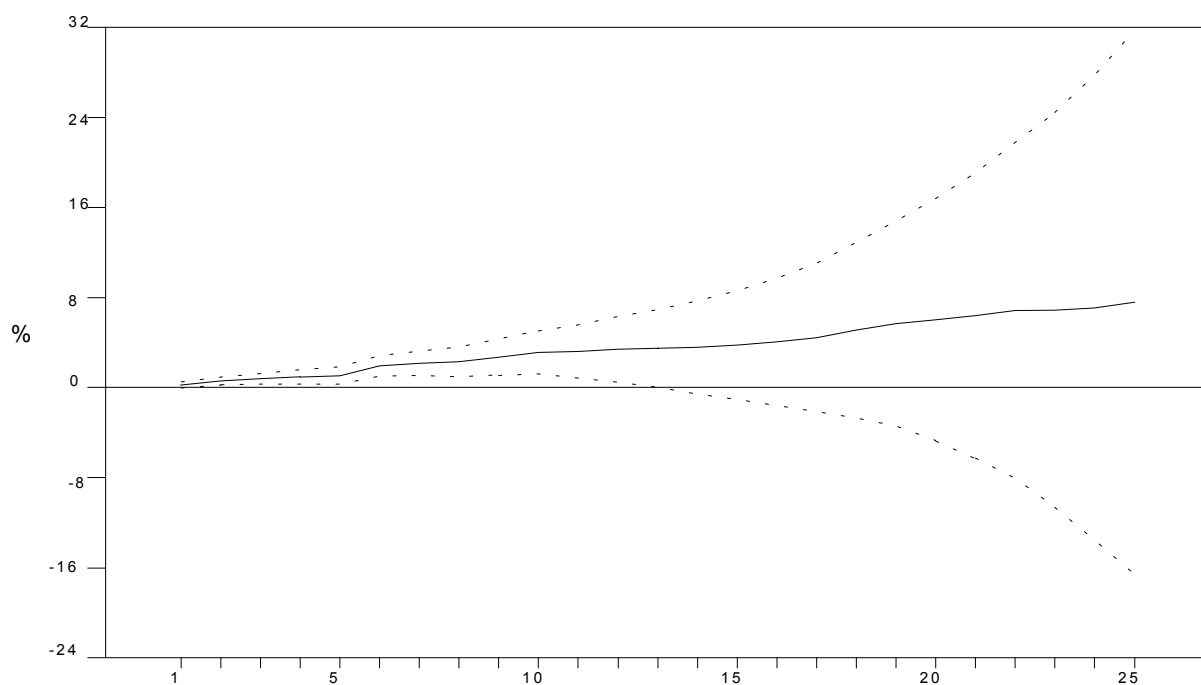


Figure 10b

Réponse des dépenses gouvernementales à un choc de la masse monétaire pour la Zambie

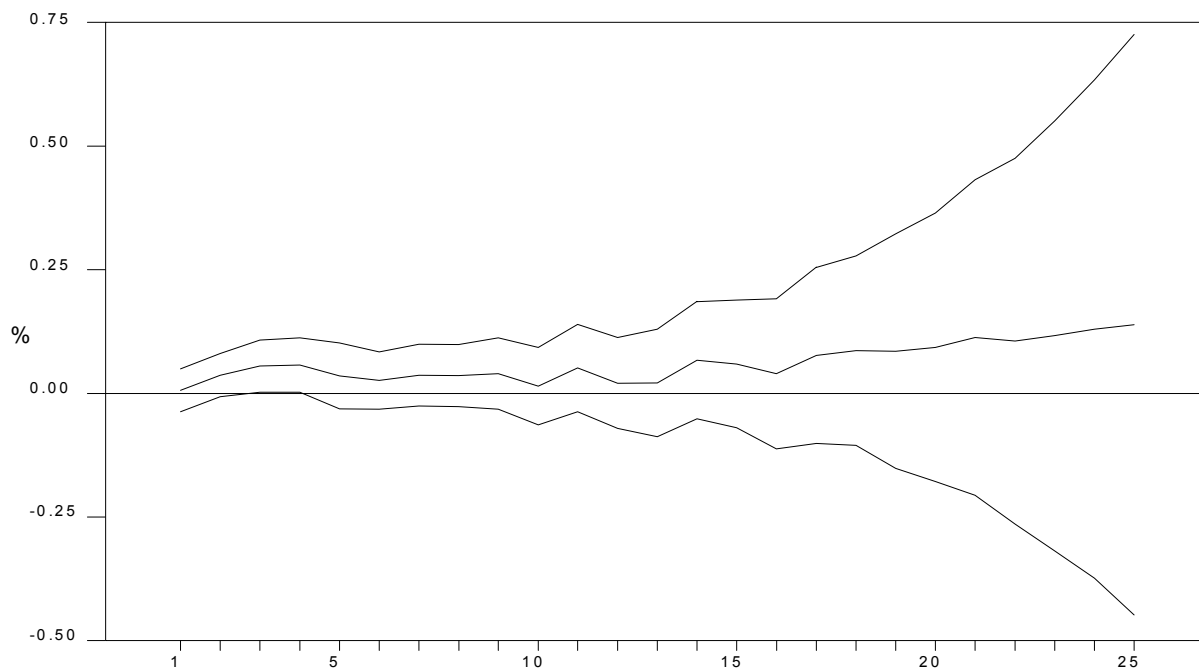
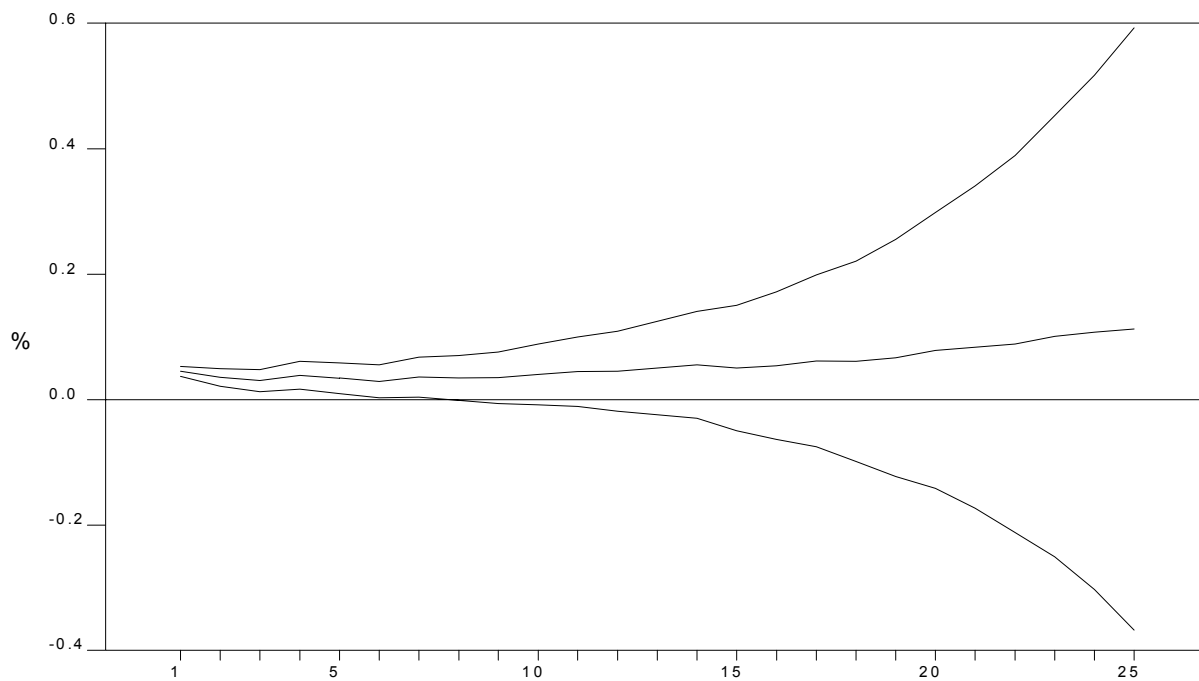


Figure 10c

Réponse de la masse monétaire à un choc de la masse monétaire pour la Zambie



ANNEXE C - Filtre de Kalman

La procédure du filtre de Kalman est fort simple. Il s'agit d'exprimer un système d'équations dynamiques dans une forme appelée la représentation espace-état. En fait, on construit un algorithme qui produit des projections linéaires d'une variable au moyen d'une mise à jour employant toute l'information disponible au temps t . On fait la prévision d'une variable qui n'est pas observée et l'on corrige cette prévision au moyen d'une observation au temps t . Cette représentation espace-état convient parfaitement à notre situation. On observe les dépenses annuelles du gouvernement pour toute la période, mais à partir d'un moment dans le temps, les observations trimestrielles ne sont plus observables.

La première étape est de trouver le processus de détermination de la variable EXPEN. Cela est réalisable puisque nous possédons 68 observations de celle-ci. Il faut en premier lieu déterminer si la variable EXPEN est ou n'est pas stationnaire.

TABLEAU C-1
Degré d'intégration de la variable EXPEN
de l'échantillon réduit pour la Bolivie

	ADF	PP	KPSS
Bolivie			
Niveau	-1,71	-5,1	0,20*
1ère différence	-1,75	-111,3*	0,27

Les tests sur le niveau de la variable comprennent l'inclusion d'une variable de tendance. Les valeurs critiques pour les tests ADF et PP sur le niveau des variables sont puisées dans Mackinnon (1990) et Hamilton (1994). Elles sont respectivement -3,50, -19,8 au seuil significatif de 5 %. La valeur critique du test KPSS est 0,146. Les tests sur la première différence de la série n'incluent pas une variable de tendance. Les valeurs critiques au seuil de 5 % sont -2,93, -13,3, et 0,463 pour les tests ADF, PP et KPSS respectivement. Un * signifie le rejet de l'hypothèse nulle au seuil de 5 %.

Les tests discutés aux sections précédentes indiquent que la variable n'est pas stationnaire en niveau. Les résultats des tests sont présentés au tableau C-1. Le troisième test rejette l'hypothèse de stationnarité tandis que les deux premiers ne peuvent pas rejeter l'hypothèse d'une racine unitaire. On refait donc les tests de racines unitaires et stationnarité en prenant la différence première de la série. L'hypothèse de stationnarité est maintenant acceptée par deux des trois tests. On conclut que la variable EXPEN est intégrée d'ordre un.

Pour déterminer la spécification du processus ARIMA (p,I,q) pour chaque pays, on examine le tableau des autocorrélations partielles. On peut conclure que la variable EXPEN suit un processus ARIMA (4,1,0) pour la Bolivie. Plusieurs spécifications du processus ARIMA ont été expérimentées. Le choix du processus optimal s'est effectué en fonction des critères de sélection SBC et AIC.

TABLEAU C-2
Spécification du modèle ARIMA de la
variable EXPEN pour la Bolivie

	Paramètres	Statistique <i>t</i>
ρ_1	-0,1058	-1,22
ρ_2	0,0458	0,52
ρ_3	-0,0015	-0,17
ρ_4	0,7104	8,25
$\hat{\sigma}^2$	0,3298	
R^2	0,54	
AIC	-0,95	
SBC	-0,82	

Les valeurs des paramètres autorégressifs sont présentées au tableau A-2 avec le test de signification *t* de student. On note que le quatrième coefficient est fortement significatif. Les trois autres statistiques ne sont pas significatives. Cela laisse croire que la saisonnalité de cette variable est très importante. La valeur du coefficient de détermination (R^2) n'est pas élevée mais acceptable.

L'obligation de procéder à la différenciation de la série cause cependant un problème pour la spécification des équations du filtre de Kalman. Puisque les variables subissent une transformation logarithmique, on fait l'hypothèse que le taux de croissance des dépenses gouvernementales annuelles peut être approximé par le taux de croissance annuel au quatrième trimestre. Dans ce cas, la représentation espace-état du filtre de Kalman peut s'exprimer de la manière suivante [Hamilton (1994)]. L'équation d'état est :

$$\mathbf{Z}_{t+1} = \mathbf{F} \mathbf{Z}_t + \mathbf{v}_t \quad (\text{C.1})$$

$$\text{où } \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho_4 & \rho_3 & \rho_2 & \rho_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Z}_t = \begin{bmatrix} Z_{1t} \\ Z_{2t} \\ Z_{3t} \\ Z_{4t} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{v}_t = \begin{bmatrix} v_{1t} \\ v_{2t} \\ v_{3t} \\ v_{4t} \end{bmatrix}$$

$4 \times 4 \qquad \qquad \qquad 4 \times 1 \qquad \qquad \qquad 4 \times 1$

La variable Z_{it} représente le taux de croissance de la variable EXPEN pour le trimestre i de l'année t . On suppose que $E(\mathbf{v}_t \mathbf{v}_t') = \mathbf{Q}$, où \mathbf{Q} est une matrice carrée diagonale qui prend la forme :

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \hat{\sigma}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\sigma}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \hat{\sigma}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \hat{\sigma}^2 \end{bmatrix}$$

L'estimateur $\hat{\sigma}^2$ est l'estimateur du maximum de vraisemblance de la variance des résidus du processus ARIMA (4,1,0). La matrice \mathbf{Q} indique que $E(v_{it}v_{jt}) = 0$ lorsque $i \neq j$ et on fait l'hypothèse que $E(\mathbf{v}_t \mathbf{v}_{t+s}) = 0$. L'équation d'observation est :

$$Y_t = \mathbf{H}' \mathbf{Z}_t \quad (\text{C.2})$$

où Y_t est un scalaire représentant le taux de croissance annuelle des dépenses gouvernementales au temps t et \mathbf{H} est un vecteur de dimension 4×1 , $\mathbf{H} = [1 \ 1 \ 1 \ 1]'$. Soit $X_{it} = \log(\text{EXPEN}_{it})$ et $Z_{it} = X_{it} - X_{i-1t}$, en développant l'équation (A.2), on obtient :

$$Y_t = \log \left[\frac{X_{1t}}{X_{4t-1}} \right] + \log \left[\frac{X_{2t}}{X_{1t}} \right] + \log \left[\frac{X_{3t}}{X_{2t}} \right] + \log \left[\frac{X_{4t}}{X_{3t}} \right] \quad (\text{C.3})$$

$$\Rightarrow Y_t = \log(X_{4t}) - \log(X_{4t-1}) \quad (\text{C.4})$$

On part avec une valeur initiale pour \mathbf{Z}_t , soit \mathbf{Z}_0 . Cela peut être, par exemple, la dernière observation trimestrielle disponible pour la variable EXPEN. On place cette valeur dans l'équation (C.1) et on obtient une prévision pour \mathbf{Z}_1 , soit $\mathbf{Z}_{1/0}$. On insère cette prévision dans l'équation (C.2) et on obtient $Y_{1/0}$. Cependant, on observe la vraie valeur de Y_1 . On peut alors se servir de cette information pour corriger la prévision $\mathbf{Z}_{1/0}$. La formule est :

$$\mathbf{Z}_{1/1} = \mathbf{Z}_{1/0} + \mathbf{P}_{1/0} \mathbf{H} \{ \mathbf{H}' \mathbf{P}_{1/0} \mathbf{H} \}^{-1} (Y_1 - Y_{1/0}) \quad (\text{C.5})$$

L'équation (C.5) est l'estimation des valeurs du taux de croissance trimestriel de la variable EXPEN. La matrice $\mathbf{P}_{1/0}$ représente la moyennes des erreurs au carré. On peut exprimer cette matrice comme fonction des éléments de \mathbf{F} et de \mathbf{Q} . Dans notre cas,

$$\mathbf{P}_{1/0} = E \left(\begin{array}{c} \left[\begin{array}{c} Z_{10} \\ Z_{20} \\ Z_{30} \\ Z_{40} \end{array} \right] \left[\begin{array}{cccc} Z_{10} & Z_{20} & Z_{30} & Z_{40} \end{array} \right] \end{array} \right) = \begin{bmatrix} \gamma_0 & \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 \\ \gamma_1 & \gamma_0 & \gamma_1 & \gamma_2 \\ \gamma_2 & \gamma_1 & \gamma_0 & \gamma_1 \\ \gamma_3 & \gamma_2 & \gamma_1 & \gamma_0 \end{bmatrix} \quad (\text{C.6})$$

où γ_j est la fonction d'autocovariance de degré j des observations Z_i . Le calcul des autocovariances est le suivant [Hamilton (1994)] :

$$\gamma_0 = \rho_1 \gamma_1 + \dots + \rho_4 \gamma_4 + \sigma^2 \quad (\text{C.7})$$

↓

$$\gamma_j = \rho_1 \gamma_{j-1} + \dots + \rho_4 \gamma_{j-4} \quad (\text{A.8})$$

On obtient un système de 5 équations et 5 inconnus en utilisant le fait que $\gamma_j = \gamma_{-j}$. On solutionnera donc pour $\gamma_0, \dots, \gamma_4$. On peut aussi améliorer la précision de la matrice \mathbf{P} une fois que les prévisions sont effectuées :

$$\mathbf{P}_{1/1} = \mathbf{P}_{1/0} - \mathbf{P}_{1/0} \mathbf{H} \{ \mathbf{H}' \mathbf{P}_{1/0} \mathbf{H} \}^{-1} \mathbf{H}' \mathbf{P}_{1/0} \quad (\text{C.9})$$

Par la suite, on répète le processus jusqu'à ce que toutes les observations trimestrielles nécessaires soient produites. Pour recommencer le processus, on a besoin de la prévision de la matrice des erreurs moyennes au carré, $\mathbf{P}_{2/1}$. Cela est donnée par la formule :

$$\mathbf{P}_{2/1} = \mathbf{F} \mathbf{P}_{1/1} \mathbf{F}' + \mathbf{Q} \quad (\text{C.10})$$

Le tableau C-3 reproduit les dépenses trimestrielles estimées avec le Filtre de Kalman pour la période 1989:1 à 1993:4. Le chiffre en caractère gras de la colonne de droite représente la somme des dépenses trimestrielles estimées. Le chiffre en caractère italique représente les dépenses gouvernementales annuelles réelles. Les montants du tableau A-3 sont en milliards de pesos boliviens. On peut vérifier l'acuité de nos estimations considérant le problème que nous avons rencontré en travaillant avec la première différence de la série. Il s'agit de comparer la somme des dépenses trimestrielles estimées et les dépenses annuelles réelles. Pour les cinq années de prévision, il y a une tendance à surestimer les dépenses

trimestrielles gouvernementales. Les écarts en pourcentage des dépenses annuelles réelles sont de 0,5 %, 6,6 %, 9,3 %, 7,5 %, et 9,7% de 1989 à 1993 respectivement.

TABLEAU C-3
Dépenses gouvernementales trimestrielles
estimées de 1989 à 1993 pour la Bolivie

Année : trim.	Dépenses Trimestrielles	Dépenses annuelles
1989:1	367 955,3	
1989:2	453 185,6	1 939 814,9
1989:3	538 333,0	
1989:4	580 341,0	<i>1 929 000,0</i>
1990:1	557 148,8	
1990:2	652 386,9	2 705 259,4
1990:3	732 526,1	
1990:4	763 197,6	<i>2 536 800,0</i>
1991:1	754 597,5	
1991:2	859 973,5	3 522 591,3
1991:3	938 980,9	
1991:4	969 039,4	<i>3 221 000,0</i>
1992:1	1 018 038,4	
1992:2	1 162 528,6	4 797 836,8
1992:3	1 275 175,7	
1992:4	1 342 094,1	<i>4 461 000,0</i>
1993:1	1 415 147,5	
1993:2	1 574 927,3	6 451 310,2
1993:3	1 693 137,4	
1993:4	1 768 098,0	<i>5 877 000,0</i>