Michel Normandeau-Voyer

L'investissement des entreprises publiques : un modèle d'économie politique

Mémoire
présenté
à la Faculté des études supérieures
de l'Université Laval
pour l'obtention
du grade de maître ès arts (M.A.)

Département d'économique
FACULTÉ DES SCIENCES SOCIALES
UNIVERSITÉ LAVAL

Novembre 2003

Résumé

Ce mémoire vise à modéliser et à caractériser le choix d'un investissement d'une firme publique à l'aide d'un modèle d'économie politique. Cet investissement peut être réalisé dans une première période dans le but de réduire le coût de production de la firme publique lors d'une deuxième période. À chacune des deux périodes, les revenus d'un taux unique d'imposition compensent exactement pour le déficit de l'entreprise publique auquel s'ajoutent, en première période, les dépenses en investissement. Les prix de vente de l'entreprise publique, les taux d'imposition ainsi que l'investissement sont choisis par une majorité électorale. Nous comparons ces choix électoraux avec les solutions socialement optimales. Afin de mettre en relief le rôle du type de propriété, nous recourons à une variante du modèle où l'entreprise est privée et où les électeurs décident uniquement d'une subvention à l'investissement.

Michel Normandeau-Voyer

Michel Roland

AVANT-PROPOS

Je serais certainement le pire des ingrats si je ne remerciais pas en premier lieu mon directeur M. Roland pour le suivi étroit et particulièrement minutieux qu'il m'a offert. Ses commentaires m'ont été particulièrement salutaires pour ce qui est de la bonne mise en forme de ce mémoire. Sans un pareil directeur, celui-ci aurait sans doute contenu une bonne part de passages ésotériques particulièrement hermétiques aux yeux des être humains autres que moi et Michel Roland.

Je me dois également de souligner le rôle que le GREEN a joué en m'offrant une bourse (économie de l'énergie). Cette bourse m'a fait choisir l'université Laval et m'a grandement facilité la vie d'étudiant gradué. C'est une grande chance pour nous étudiants que des chaires puissent, à l'aide de bourse, nous rendre davantage indépendants financièrement.

Je voudrais également saluer de bons amis et collègues de travail qu'ont été pour moi Olivier Andrée-Anne, Marie-Hélène au cours de mon séjour de maîtrise. Puis finalement, un beau bonjour à Valérie, Nicolas et Mélanie.

TABLE DES MATIÈRES

1. Introduction

L'investissement du secteur public représente une part important e des investissements totaux dans la plupart des économies modernes. Par exemple, le secteur public, incluant les entreprises publiques, comptait pour 27,3 % des investissements faits au Québec en 2002[1]. Selon l'Institut de la statistique du Québec, ce taux serait d'ailleurs appelé à progresser « en raison notamment des besoins émergents dans le domaine de la santé, de l'éducation et du transport ».[2] Or, plusieurs études empiriques ont démontré que les investissements publics en infrastructures, telles que routes, aéroports et autres, sont sous-optimaux. Par exemple, Aschauer (1989b) évalue que le rendement sur l'investissement public est de 50 à 60% inférieur à celui de l'investissement privé.[3]

Bien que les privatisations dans les secteurs de services publics des pays occidentaux et dans tous les secteurs des pays de l'Europe de l'Est ont suscité beaucoup d'analyses théoriques sur les vertus relatives de la propriété publique et de la propriété privée des entreprises, les comparaisons de ces analyses portent sur l'efficacité de répartition ou l'efficacité de production sous les deux modes de propriété. Peu d'études théoriques sont consacrées à l'efficacité dynamique en général, c'est-à-dire à la répartition des ressources dans le temps, et à l'investissement en particulier.[4] Ceci est d'autant plus surprenant que l'investissement en infrastructure est au cœur de la reconstruction des pays de l'Europe de l'Est.

Ce mémoire présente un modèle permettant de caractériser le niveau des dépenses d'investissement faites par une entreprise publique dans le but de comparer ce niveau de dépenses à celui qui serait socialement optimal. L'élément fondamental de ce modèle qui différencie le secteur public du secteur privé est l'intégration de considérations électorales dans la prise de décision du secteur public. Ainsi, l'électeur médian y joue le rôle déterminant dans le choix des dépenses d'investissement, ainsi que dans les choix du prix du bien produit par

---

[1] Institut de la statistique du Québec (2003), p. 10.
[2] Idem.
[3] Eberts (1986), Deno (1989), Aschauer (1989b,1990), et Munnell (1990a,b) obtiennent des résultats semblables.
[4] Voir , par exemple, la revue de littérature de Shirley et Walsh (2000) intitulée « Public vs. Private Ownership : The Currrent State of the Debate ».

l'entreprise publique et du taux d'imposition des revenus par le gouvernement. Les dépenses d'investissement sont faites dans une première période dans le but de réduire le coût marginal de production de l'entreprise durant une seconde période. L'investissement est financé en première période à même le profit de l'entreprise ou *via* les revenus d'impôt du gouvernement. Le gouvernement doit respecter à chacune des deux périodes une contrainte budgétaire stipulant que les revenus de l'impôt doivent égaler les dépenses d'investissement nets des profits (positifs, négatifs ou nuls) de l'entreprise.[5] Le profit de l'entreprise est ainsi consolidé dans le budget gouvernemental.

Il ressort de ce modèle que l'investissement de l'entreprise publique est plus élevé que le niveau d'investissement qui serait socialement optimal si le revenu médian des électeurs est plus faible que le revenu moyen. Ce résultat vient du fait que l'électeur de revenu médian paie moins d'impôt que la moyenne des électeurs et trouve donc avantageux de « voter » pour un faible prix du bien (prix sous le coût marginal) en contrepartie d'un taux d'imposition relativement élevé. La surconsommation qu'entraîne la tarification au-dessous du coût marginal rend plus attrayantes les dépenses d'investissements servant à réduire le coût marginal de production. Il en résulte alors un investissement plus élevé que l'investissement socialement optimal. Nous présentons également une variante du modèle où l'entreprise est privée et où les électeurs décident uniquement d'un niveau de subvention à accorder à l'entreprise privée. Le montant de la subvention est récolté par les revenus d'imposition en première période et sert à réduire le prix de la consommation de deuxième période. Cette variante du modèle va nous permette de mettre en lumière le rôle de la propriété publique.

Notre résultat de surinvestissement contraste avec la majeure partie de la littérature (e.g. Mayhew, 1974; Fair, 1978, 1988; Arnold, 1979) concernant la politique électorale. Celle-ci conclut à une certaine myopie de la part des électeurs et met en évidence une préoccupation marquée des politiciens pour les prochaines élections ; ces deux facteurs sont clairement générateurs de sous-investissement. À notre connaissance, il existe trois articles expliquant un comportement d'investissement par les pouvoirs publics par des considérations électorales.

[5] Dans le cas où le profit de l'entreprise s'avère négatif, le déficit de l'entreprise s'ajoute alors aux dépenses d'investissement dans les dépenses totales que le gouvernement doit combler par les revenus d'impôt.

Chacun des articles prédit un sous-investissement. Cependant, aucun de ces articles ne tient compte du rôle de producteur de biens et services du gouvernement comme élément fondamental motivant l'investissement entrepris sous la volonté de la majorité électorale. Le modèle du présent mémoire sera le premier à expliquer la détermination de l'investissement dans un contexte où la production et le niveau d'imposition sont également des variables déterminées conjointement par une majorité électorale.

La structure du mémoire se présente comme suit. La section 2 recense la littérature pertinente à notre problématique. La section 3 décrit la structure du modèle et caractérise l'optimum social, ultérieurement utilisé comme point de comparaison, dans le cadre de ce modèle. Le cœur du mémoire se trouve en section 4, où l'on y déduit les choix en matière d'investissement, de prix et de taux d'imposition qui sont issus du processus électoral. La section 5 sert à comparer l'investissement généré dans les deux situations. La section 6 est entièrement dédiée à la comparaison de la baisse de prix dans les cas de l'optimum social et celui de la majorité électorale. Nous discutons ensuite des résultats à la section 7. Dans le but de mieux faire ressortir le rôle de la propriété publique de l'entreprise dans ces résultats, la section 8 présente un modèle dans lequel le bien est fourni par une entreprise privée, mais où l'investissement est toujours subventionné par le gouvernement. Finalement, la conclusion en section 9 rappelle les principaux résultats obtenus et propose quelques extensions qui pourraient être apportées au modèle.

2. Revue de littérature

Bien qu'il existe une littérature théorique très vaste sur l'efficacité du secteur public en général et des entreprises publiques en particulier, peu d'articles portent spécifiquement sur le choix des niveaux d'investissement. Nous divisons ici les quelques articles que nous avons recensés en trois approches méthodologiques et nous nous arrêtons plus particulièrement à la seule de ces approches qui tient compte du processus électoral dans la prise de décision du niveau d'investissement et qui, pour cette raison, se rapproche le mieux de notre propre analyse.

La première approche consiste à modéliser l'interaction stratégique entre firmes publiques et privées. Les modèles conçus suivant cette approche sont nommés "mixed oligopoly model" dans la littérature. Les quelques articles qui y traitent de l'investissement des entreprises publiques[6] utilisent comme hypothèse de base que celles-ci cherchent à maximiser l'utilité sociale. Ainsi, ces articles ignorent de façon délibérée l'impact des processus électoraux que nous cherchons justement à expliquer.

La deuxième approche, celle des problèmes d'agence, étudie la façon dont le gouvernement peut inciter les gestionnaires des entreprises publiques à poursuivre les objectifs gouvernementaux plutôt que leurs propres objectifs personnels. Contrairement à la première approche, le point de départ des modèles d'agence est que les gestionnaires des entreprises publiques ne sont pas principalement motivés par l'atteinte du bien-être social. Cependant, comme pour la première approche, on compte peu de modèles d'agence qui concernent l'investissement. Laffont et Tirole (1991) et Schmidt (1994) semblent en fait être les seules exceptions. Leurs modèles se caractérisent cependant par l'utilisation de l'hypothèse d'un gouvernement cherchant à maximiser le bien-être social. Pour la même raison que pour le premier type de littérature, notre approche est antinomique à la leur.

La troisième approche est celle de la nouvelle économie politique. Parce qu'elle vise à expliquer les comportements économiques des gouvernements par des considérations électorales, elle s'avère la plus pertinente pour nos fins. Nous décrivons en détail les trois articles de cette approche que nous avons recensés et qui portent spécifiquement sur l'investissement.

- *Besley et Coate (1998)*

Ces auteurs offrent un modèle d'élection dans une démocratie représentative. Leur modèle utilise un jeu à deux périodes où, à chacune de celles-ci, un électeur se présente comme

[6] Par exemple, Poyago-Theotoky, Joanna (1998), Sasaki, D. et Wen, M. (1998), Akira N. et Hikaru O. (2002).

candidat et se fait élire. Une fois élu, il instaure ses politiques préférées étant donné l'importance de son revenu.

Les politiques mises en œuvre consistent en un unique taux d'imposition proportionnel et d'un transfert forfaitaire. Un investissement peut être entrepris en première période pour augmenter la productivité du travail de certains électeurs, possiblement tous. Il n'y a pas de limite à la possibilité d'expropriation du revenu du travail par les impôts. S'il y avait seulement deux groupes, les riches et les pauvres, les pauvres souhaiteraient unanimement l'élection d'un candidat pauvre qui s'engagerait à imposer 100 %[7] du revenu et à retourner les recettes via un transfert universel. Les riches souhaiteraient qu'il n'y ait aucune taxe[8].

Il existe alors deux situations pour lesquelles un investissement économiquement efficace n'est pas réalisé en première période. Dans la première situation, un investissement peut ne pas être désiré par une majorité parce que le groupe qui la constitue perdrait la balance du pouvoir en deuxième période. Par exemple, des pauvres pourraient faire obstacle à la proposition d'augmenter la productivité d'une classe moyenne de façon à ne pas faire face à un plus grand nombre de riches et perdre le pouvoir en deuxième période. C'est la perte anticipée du pouvoir qui empêche alors la réalisation d'un investissement qui serait socialement désirable. La deuxième situation est engendrée par l'impossibilité de procéder à des transferts compensatoires entre divers groupes de la population d'une période à l'autre. Par exemple, les riches peuvent être assez nombreux pour faire élire un candidat ayant comme programme de s'opposer à un investissement qui, bien que socialement désirable, augmenterait la productivité des pauvres sans amener de bénéfices aux riches.

De façon générale, de telles situations où les investissements socialement désirables ne sont pas entrepris surviennent lorsque l'investissement accroît différemment la productivité des divers groupes d'électeurs : il risque ainsi de faire perdre le contrôle politique du groupe au pouvoir en provoquant un changement de la distribution de la productivité du travail au sein de

[7] Le citoyen élu met en œuvre la politique optimale étant donné ses caractéristiques personnelles. Celles-ci sont de connaissance commune.

[8] Les auteurs imposent que l'impôt proportionnel ne peut être négatif ce qui, d'une façon ad hoc, rend impossible le scénario où les riches sont suffisamment nombreux pour imposer un impôt proportionnel négatif (subvention unitaire) financé par un impôt forfaitaire.

la population. Pour qu'un investissement puisse avoir la capacité d'opérer un tel changement de la productivité du travail, celui-ci doit être considérable. Cette condition particulière joue pourtant un rôle central dans l'explication des auteurs de l'incapacité de la démocratie représentative à toujours générer un investissement optimal. Selon nous, ce fait limite considérablement l'étendue de la portée explicative de ce modèle.

- *Leblanc, Snyder et Tripathi (2000)*

Leblanc et al. proposent un modèle où, à chaque période, un électeur quelconque est sélectionné au hasard et fait une proposition concernant l'utilisation de la recette fiscale disponible de cette période. Chaque proposition consiste en deux éléments : un niveau de consommation attribué de façon discrétionnaire pour chaque individu de l'électorat, ainsi qu'un niveau d'investissement complètement payé à la période présente et dont l'entièreté du bénéfice est récoltée à la période suivante. La proposition de cet électeur doit être supportée par une proportion donnée d'électeurs[9]; autrement, une allocation par défaut, qui comporte une même consommation pour chaque électeur, est distribuée.

L'électeur ayant eu la chance d'être choisi au hasard devra obtenir l'appui d'une proportion suffisante de l'électorat pour respecter le minimum de votes requis pour entériner une proposition. Cet électeur va s'attirer le vote de certains électeurs en leur attribuant une part du budget pour consommation personnelle. Chaque dollar disponible dans la contrainte budgétaire peut être distribué en parts égales de consommation pour chacun des membres de la coalition ou encore être dépensé en investissement. Le retour sur l'investissement est récolté à la période suivante et vient s'ajouter au montant du budget disponible de cette période. Comme chacun des électeurs présents dans la coalition au pouvoir n'est pas certain de faire partie de la coalition au pouvoir la prochaine période, ces électeurs vont sous-investir au profit d'une consommation présente et certaine. Le maximum d'investissement survient lorsque la règle d'intérim stipule l'unanimité. Chaque consommateur étant certain de faire partie de la coalition à la prochaine période, l'entièreté du retour sur l'investissement est récupérée par ces électeurs.

[9] L'importance de la proportion nécessaire de l'électorat est spécifiée par une règle définie d'avance.

- Cohen et Noll (1990)

Leblanc et al. réfèrent à cet article non publié et le jugent très important.[10] On y prédit un investissement inférieur à celui qui est optimal parce que les politiciens tiennent compte d'une certaine myopie des électeurs et sous-investissent en biens publics de façon à maximiser leur support dans l'électorat. Un taux d'escompte politique trop élevé est ainsi induit.

Nous retenons de cette revue de littérature deux caractéristiques des modèles existants dont le présent mémoire se distinguera. D'abord, aucun modèle ne considère l'intervention économique de l'État en tant que producteur de biens vendus à des consommateurs. Or, une partie non-négligeable du poids économique de l'État concerne ce rôle de producteur et la presque totalité des activités des entreprises publiques concerne la production. Considérer l'investissement dans un cadre de production de biens ou services exige de lier le niveau d'investissement au prix du bien. À notre connaissance, notre modèle est le seul qui tienne compte de l'interaction entre l'investissement et le prix des biens à différentes périodes. Ensuite, dans les modèles recensés, il ne résulte jamais d'investissement qui soit supérieur au niveau socialement optimal. Dans le cas des modèles d'agence de Laffont et Tirole et de Schmidt, c'est d'ailleurs par hypothèse que l'investissement public est sous-optimal. Par contraste, notre modèle fera ressortir des forces inhérentes qui incitent plutôt à un surinvestissement dans le secteur public.

[10] Nous n'avons pu prendre possession de cet article, de sorte que nous rapportons sa description faite par Leblanc et al. (2000).

3. Le modèle

3.1 Les préférences des consommateurs

Pour chacune des deux périodes, les consommateurs ont des préférences identiques définies sur deux biens privés. L'un de ces biens est produit par une entreprise publique et son prix est dénoté $p_i \; i \in \{1, 2\}$. L'autre bien est un bien composite dont le prix est normalisé à 1. On peut considérer que le bien composite représente l'ensemble de tous les biens de consommation à l'exclusion du bien produit par l'entreprise publique.

Les consommateurs diffèrent selon leur niveau de revenu y. Les niveaux de revenu sont répartis selon une fonction de distribution R définie sur l'intervalle $[y_{\min}, \infty)$ Cette fonction est telle que le revenue médian est inférieur au revenu moyen, i.e $y^* < \bar{y}$. La fonction d'utilité indirecte, pour chacune des périodes, est de forme quasi-linéaire pour chaque consommateur :

$$U(p_i, y) = u\,(q(p_i)) + y - p_i q(p_i) \tag{1}$$

où $q(\cdot)$ est la fonction de demande individuelle du bien produit par l'entreprise publique et u est une fonction d'utilité strictement quasi-concave et doublement différentiable. La demande individuelle $q(p_i)$ est identique pour tous les consommateurs. Comme le modèle a deux périodes, l'utilité intertemporelle de chaque individu est représentée par :

$$\psi(p_1, p_2, y) = U(p_1, y) + \delta \cdot U(p_2, y) = u\,(q(p_1)) + y - p_1 q(p_1) + \delta\left[u\,(q(p_2)) + y - p_2 q(p_2)\right] \tag{2}$$

où δ est le facteur d'escompte de l'utilité de seconde période. Par soucis de simplicité le revenu y de chaque consommateur est identique d'une période à l'autre[11].

[11] En fait les revenus pourraient varier, mais seulement s'ils le font dans la même proportion.

La fonction d'utilité indirecte U possède la propriété que l'utilité marginale de la monnaie est indépendante du niveau de revenu. Pour un prix donné du bien de l'entreprise publique, tous les consommateurs auront donc la même utilité marginale du revenu. Cette propriété rend inutile toute forme de redistribution du revenu lors de la détermination d'un choix socialement optimal.

L'utilisation d'une fonction d'utilité quasi-linéaire nous permet de maximiser une fonction de bien-être social par l'intermédiaire de la maximisation de l'utilité d'un agent représentatif, en l'occurrence un consommateur dont le revenu est égal au revenu moyen de la population. En effet, nous obtenons de (1):

$$\int_{y_{\min}}^{\infty} U(p,y)dR(y) = \int_{y_{\min}}^{\infty} \left[u\,(q(p)) + y - pq(p)\right] dR(y) = u\,(q(p)) + \bar{y} - pq(p) \tag{3}$$

où $\bar{y} = \int_{y_{\min}}^{\infty} y\, dR$ représente le revenu moyen de la population.

D'une façon générale, on peut représenter la fonction d'utilité collective de tout sous-ensemble de la population par l'utilité d'un individu ayant le revenu moyen de ce sous-groupe. Supposons un sous-ensemble d'électeurs quelconque représenté par $S \subset [y_{\min}, \infty)$. La fonction de bien-être social utilitariste W_S de ce sous-groupe est donnée par:

$$\begin{aligned} W_S = \int_S U(p,y)dR(y) &= \int_S \left[u\,(q(p)) + y - pq(p)\right] dR(y) \\ &= u\,(q(p))\int_S dR(y) + \int_S yR(y) - pq(p)\int_S dR(y) \end{aligned}$$

En divisant[12] chacun des éléments de cette fonction par $\int_S dR(y)$, on obtient :

[12] V_S est une transformation strictement monotone croissante $V_S = \left(W_S \middle/ \int_S dR(y)\right)$ de la fonction d'utilité W_S, ces deux fonctions représentent donc les mêmes ordre de préférences.

$$V_S = u\,(q(p)) + \frac{\int_S y \cdot dR(y)}{\int_S dR(y)} - pq(p) = u\,(q(p)) + \bar{y}^S \text{ - } pq(p) \tag{4}$$

où $\bar{y}^S \equiv \int_S y \cdot dR(y) \Big/ \int_S dR(y)$ représente le revenu moyen des individus du sous-ensemble S. La fonction de bien-être du sous-ensemble S correspond donc à la fonction d'utilité d'un individu ayant le revenu $\bar{y}^S$.

Étant donné que la fonction de demande individuelle $q(\cdot)$ est la même pour tous les individus et que l'ensemble de la population est de mesure égale à 1, la demande agrégée du bien produit par l'entreprise publique correspondra à la demande individuelle :

$$\int_{y_{\min}}^{\infty} q(p)\, dR(y) = q(p)\,. \tag{5}$$

3.2 L'entreprise publique

L'entreprise publique produit un bien à chacune des deux périodes. Ses coûts de production dépendent de la quantité produite q et de la quantité de capital fixe k disponible[13] qu'elle possède à la période courante. Nous dénotons alors la fonction de coût par $C(q,k)$. Celle-ci peut comporter un coût fixe ou non. La fonction de coût marginal associée à la fonction de coût est $Cm(q,k) \equiv \frac{\partial C}{\partial q}(q,k)$. Nous supposons qu'elle est strictement positive quelle que soit la quantité produite : $Cm(q,k) > 0$. Nous n'imposons aucune hypothèse sur la variation du coût marginal avec cette quantité.

En première période, la firme possède un stock de capital quelconque k_1 et à la fin de cette période, un investissement peut être effectué. En deuxième période, s'il y a lieu, l'investissement I entrepris en fin de première période devient effectif et s'ajoute au stock de capital disponible : $k_2 = k_1 + I$. Le prix d'une unité d'investissement est exogène et est dénoté

[13] Le capital peut être interprété ici dans son acception la plus large : capital humain, physique, R&D etc.

par p_I. Nous supposons que pour tout niveau de capital k, une augmentation de capital (induit par l'investissement) permet de réduire le coût marginal de production, mais à un taux décroissant :

$$\frac{\partial Cm(q,k)}{\partial k} < 0 \, , \frac{\partial^2 Cm(q,k)}{\partial k} > 0 \, . \qquad \forall \, q, \, k \tag{6}$$

Sans perte de généralité, nous normalisons la quantité de capital détenue en première période à $k_1 = 0$, de telle sorte que le capital de deuxième période soit égal à l'investissement. En dénotant par π la fonction de profit et par π_i, le niveau de profit obtenu en période *i,* l'entreprise obtiendra alors les profits suivants :

$$\pi_1 \equiv \pi(p_1, 0) = p_1 q(p_1) - C(q, 0) \tag{7}$$

$$\pi_2 \equiv \pi(p_2, I) = p_2 q(p_2) - C(q, I) \tag{8}$$

où p_i représente le prix du bien en période *i.*

3.3 Les contraintes budgétaires du gouvernement

Le gouvernement est constitutionnellement tenu de respecter sa contrainte de budget consolidé à chaque période[14]. Le budget consolidé contient trois éléments : les profits ou déficits de l'entreprise publique, les revenus de taxation et s'il y a lieu, une dépense d'investissement effectuée en première période. Le respect de la contrainte budgétaire de chacune des périodes implique un solde nul de ses comptes consolidés. La contrainte de première période s'écrit alors :

[14] Les résultats du modèles ne seraient en rien affectés si le gouvernement avait la possibilité d'emprunter à un taux concurrentiel reflétant uniquement δ. Nous verrons plus tard que le financement de l'investissement se fait uniquement par une variation de l'impôt sur le revenu. Conséquemment, les électeurs vont accepter de financer l'investissement de façon à ce que chaque unité d'investissement rapportant plus que le taux reflétant leur préférence pour le présent soit entrepris. Comme l'utilité est constante par rapport au revenu à chacune des périodes, les électeurs vont toujours exiger le même rendement minimal peu importe la somme empruntée via l'imposition du revenu.

$$\pi_1 + t_1\bar{y} - I \cdot p_I = 0 \tag{9}$$

où t_1 est le taux d'imposition en première période. La contrainte de deuxième période s'écrit :

$$\pi_2 + t_2\bar{y} = 0 \tag{10}$$

où t_2 est le taux d'imposition en deuxième période. Comme il n'y a pas de troisième période, il n'y a pas d'investissement effectué en fin de deuxième période.

À chacune des périodes, le gouvernement doit donc éponger tout déficit de l'entreprise publique à partir du seul instrument fiscal à sa disposition, soit un impôt proportionnel ($t_i \geq 0$) sur le revenu pour chacune des périodes ($i = 1, 2$). En contrepartie, tout profit supérieur aux dépenses d'investissement permet au gouvernement d'appliquer un impôt négatif ($t_i \leq 0$). Le corollaire est qu'une réduction du déficit de la firme publique se traduit nécessairement par une réduction du taux d'imposition; réciproquement, une augmentation du profit de l'entreprise doit s'accompagner d'une augmentation des ristournes via des impôts encore plus négatifs ou encore, via une baisse d'impôt.

3.4 Le problème du gouvernement

Le gouvernement cherche à maximiser l'utilité d'un individu disposant d'un revenu spécifique $\hat{y}$ sur un horizon de deux périodes. Deux cas vont être comparés, celui où le gouvernement maximise l'utilité de l'ensemble de la population, soit $\hat{y} = \bar{y}$, et celui où il met en œuvre la décision issue d'un vote universel à la majorité. Il sera ultérieurement établi que le résultat ainsi obtenu s'obtient en maximisant l'utilité de l'électeur de revenu médian.

Les variables de décision du gouvernement sont le niveau de taxation pour chacune des deux périodes, t_1 et t_2, le prix du bien fourni par la firme publique pour chacune des périodes, p_1 et p_2, ainsi que le niveau d'investissement I.

En temps réel, l'investissement est choisi en première période en même temps que le prix p_1. En deuxième période le gouvernement décide à nouveau d'une combinaison (p_2, t_2) de prix et de taux d'imposition. L'investissement est choisi en connaissant les implications qu'il entraîne en termes de possibilités de nouveaux choix de prix et de taux d'imposition en deuxième période. Le profit de seconde période est fonction d'un niveau d'investissement choisi ($\bar{I}$) en première période.

Comme le gouvernement est tenu de respecter sa contrainte budgétaire à chacune des périodes, son problème s'écrit :

$$\max_{p_1, t_1, p_2, t_2, I} \quad u(q(p_1)) + \hat{y}(1-t_1) - q(p_1)\cdot p_1 \; + \delta u(q(p_2)) + \delta\hat{y}(1-t_2) - \delta q(p_2)\cdot p_2 \tag{11}$$

$$s.c.$$

$$\pi(p_1, 0) + t_1\bar{y} - I \cdot p_I = 0$$
$$\pi(p_2, I) + t_2\bar{y} = 0$$

La fonction lagrangienne $\hat{\phi}$ associée à ce problème est alors :

$$\begin{aligned}\hat{\phi} = {} & u(q(p_1)) + \hat{y}(1-t_1) - q(p_1)\cdot p_1 \; + \delta u(q(p_1)) + \delta\hat{y}(1-t_2) - \delta q(p_2)\cdot p_2 \\ & + \; \hat{\mu}_1\left[\pi(p_1, 0) + t_1\bar{y} - I\cdot p_I\right] \; + \; \hat{\mu}_2\left[\pi(p_2, I) + t_2\bar{y}\right]\end{aligned} \tag{12}$$

où $\hat{\mu}_1$ et $\hat{\mu}_2$ sont les multiplicateurs de Lagrange. En supposant pour l'instant[15] une solution intérieure, les conditions de premier ordre s'écrivent :[16]

$$\hat{\phi}t_1 \; = -\hat{y} + \hat{\mu}_1\bar{y} = 0 \;\Rightarrow\; \hat{\mu}_1 = \frac{\hat{y}}{\bar{y}} \tag{13}$$

$$\hat{\phi}t_2 \; = -\delta\cdot\hat{y} + \hat{\mu}_2\bar{y} = 0 \;\Rightarrow\; \hat{\mu}_2 = \delta\cdot\frac{\hat{y}}{\bar{y}} \tag{14}$$

---

[15] Nous reviendrons sur les possibilités de solutions de coins à la section 5.2.

[16] L'annexe A présente des conditions supplémentaires qui rendent les conditions de Kuhn et Tucker (13) à (19) suffisantes pour l'obtention d'une solution optimale au problème (11).

$$\hat{\phi}\, p_1 = u'(q(p_1))\cdot q'(p_1) - q'(p_1)\cdot p_1 - q(p_1) + \hat{\mu}_1\big[\, q(p_1) + q'(p_1)\cdot p_1 - Cm(q(p_1),0)\,\big] = 0$$

$$\Rightarrow \quad -q(p_1) + \hat{\mu}_1\big[\, q(p_1) + q'(p_1)\cdot p_1 - Cm(q'(p_1),0)\,\big] = 0 \tag{15}$$

$$\hat{\phi}\, p_2 = u'(q(p_2))\cdot q'(p_2) - q'(p_2)\cdot p_2 - q(p_2) + \hat{\mu}_2\big[\, q(p_2) + q'(p_2)\cdot p_2 - Cm(q(p_2),I)\,\big] = 0$$

$$\Rightarrow \quad -q(p_2) + \hat{\mu}_2\big[\, q(p_2) + q'(p_2)\cdot p_2 - Cm(q'(p_2),I)\,\big] = 0 \tag{16}$$

$$\hat{\phi}\, I = \quad -\hat{\mu}_1 \cdot p_I + \hat{\mu}_2\left[-\frac{\partial C(q(p_2),I)}{\partial I}\right] = 0 \tag{17}$$

$$\hat{\phi}\, \hat{\mu}_1 = \pi(p_1,0) + t_1\bar{y} - I = 0 \ \Rightarrow t_1 = \frac{-\pi(p_1,0) + I\cdot p_I}{\bar{y}} \tag{18}$$

$$\hat{\phi}\, \hat{\mu}_2 = \pi(p_2,0) + t_2\bar{y} = 0 \Rightarrow t_2 = \frac{-\pi(p_2,I)}{\bar{y}} \tag{19}$$

La simple observation des conditions de premier ordre nous permet d'énoncer le lemme suivant :

Lemme 1. *Quel que soit* $\hat{y}$*, le prix de vente optimal pour chaque période est indépendant du niveau de la contrainte budgétaire à respecter et du niveau de la taxe optimale de la période correspondante.*

Démonstration. Les équations (13) et (14) nous donnent les seules valeurs possibles de $\hat{\mu}_1$ et $\hat{\mu}_2$. Une fois $\hat{\mu}_1$ et $\hat{\mu}_2$ connus, on voit que les conditions (15) et (16) ne dépendent plus que des prix p_1 et p_2, respectivement. ■

L'indépendance du choix du prix par rapport au niveau de la contrainte budgétaire à respecter est directement due au choix de la fonction d'utilité quasi-linéaire. Les premières ressources de l'individu sont consacrées à la consommation du bien produit par l'entreprise publique, pour lequel l'utilité marginale est décroissante. Au delà d'un certain seuil, les ressources supplémentaires sont entièrement consacrées au bien *composite* procurant une utilité marginale constante. Si le consommateur connaît un ajustement à la marge de ses ressources, seule sa consommation du bien numéraire variera.

Dans le problème du gouvernement décrit ci-haut, le revenu de l'individu $\hat{y}$ divisé par le revenu moyen $\hat{y}/\bar{y}$ est la valeur du multiplicateur de Lagrange $\hat{\mu}_1$. Ce multiplicateur peut être interprété comme le degré d'imputabilité de l'individu représentatif $\hat{y}$ aux fonds publics. Plus cette valeur $\hat{\mu}_1$ est grande, plus un relâchement de la contrainte budgétaire profite à cet individu. Pour chacune des périodes, la contrainte budgétaire est la même quelle que soit la valeur du salaire de l'individu $\hat{y}$. Dans cette contrainte budgétaire, les revenus d'impôt totaux dépendent d'un unique taux d'imposition multiplié par le revenu moyen. Une variation du profit ou de l'investissement oblige le gouvernement à varier la valeur du taux d'imposition de façon à assurer le respect de la contrainte budgétaire. Cette variation nominale se traduira de façon d'autant plus marquée que l'individu $\hat{y}$ est riche. La valeur $\hat{\mu}_1$ est la force de l'impact pour $\hat{y}$ qu'implique cette variation de t. La valeur de $\hat{\mu}_2$ a la même signification sauf qu'elle est multipliée par le facteur d'escompte δ, puisqu'il s'agit d'utilité de seconde période.

3.5 Cas de référence : maximisation du bien-être social

Lorsque le gouvernement maximise le bien-être social, le consommateur représentatif devient le consommateur dont le revenu est le revenu moyen $\bar{y}$. La fonction lagrangienne $\bar{\phi}$ associée au problème (11) devient alors :

$$\begin{aligned}\bar{\phi} = {} & u(q(p_1)) + \bar{y}(1-t_1) - q(p_1)\cdot p_1 + \delta\cdot u(q(p_2)) + \delta\cdot\bar{y}(1-t_2) - \delta\cdot q(p_2)\cdot p_2 \\ & + \bar{\mu}_1\left[\pi(p_1,0) + t_1\bar{y} + I\cdot p_I\right] + \bar{\mu}_2\left[\pi(p_2,I) + t_2\bar{y}\right] \end{aligned} \tag{20}$$

Les conditions de premier ordre sont alors données par (13)-(19) avec $\hat{y} = \bar{y}$.

Les conditions (15) et (16) impliquent alors que le prix du bien est égal au coût marginal à chacune des périodes : $p_1 = Cm(q(p_1),0)$ et $p_2 = Cm(q(p_2),I)$. Si un investissement a eu lieu en première période, le coût marginal de seconde période est inférieur à celui de la première pour un niveau de production donné.

La condition (17) illustre que le coût marginal social de l'investissement doit égaler son bénéfice marginal. En effet, le coût marginal social de l'investissement est son prix p_I fois la valeur du multiplicateur de la contrainte budgétaire, soit $\overline{\mu}_1 \cdot p_I$. L'utilité marginale que l'investissement procure est $\overline{\mu}_2\left[-\frac{\partial C(q(p_2),I)}{\partial I}\right]$, car la réduction de coût de production de q unités est de $\frac{\partial C(q(p_2),I)}{\partial I}$ et cette réduction de coût contribue entièrement au relâchement de la contrainte budgétaire de deuxième période. C'est le relâchement de la contrainte du montant $\frac{\partial C(q(p_2),I)}{\partial I}$ qui profite en termes d'utilité à la population. Les deux dernières conditions nous indiquent que les taxes t_1 et t_2 doivent être fixées simplement de façon à respecter les contraintes budgétaires à chacune des périodes.

4. Choix de la majorité électorale

Notre but est de caractériser le prix, le niveau de taxation et l'investissement issus du processus électoral pour chacune des deux périodes. Nous établissons d'abord, à la sous-section 4.1, que le seul équilibre électoral stable est obtenu par le choix de l'électeur médian. Cette partie sera constituée de trois étapes où l'on procédera par un raisonnement à rebours, i.e. en commençant par la deuxième période. Ensuite, à la section 4.2, nous procédons à la résolution du problème de l'électeur médian.

4.1 L'électeur représentatif du processus électoral

Nous recherchons un équilibre stable pour le processus électoral, i.e un vecteur (p_1, p_2, t_1, t_2, I) qui respecte les contraintes budgétaires (9) et (10) du gouvernement et qui est tel qu'aucun changement réalisable à ce vecteur ne puisse remporter l'adhésion d'une majorité d'électeurs. Un changement réalisable est un changement tel que, tout comme le vecteur initial, le vecteur résultant du changement respecte les contraintes budgétaires.

Dans cette section, nous démontrons que le vecteur d'équilibre stable $(\hat{p}_1, \hat{p}_2, \hat{t}_1, \hat{t}_2, \hat{I})$ est identique au vecteur qui maximise l'utilité de l'électeur de revenu médian. Cette démonstration se fait en trois étapes. La première étape consiste à démontrer que la solution d'équilibre se caractérise par une combinaison prix/taxe (p_2, t_2) de deuxième période qui maximise l'utilité de l'électeur de revenu médian, peu importe ce qui arrive en première période. En deuxième étape, il est démontré qu'étant donné le choix de la combinaison prix/taxe de deuxième période, tous les électeurs seront unanimes quant au choix de l'investissement à réaliser. Finalement, nous établissons que la combinaison prix/taxe de première période faisant partie de l'équilibre maximise également l'utilité de l'électeur de revenu médian. Ces étapes sont représentées par les lemmes 2 à 4.

Lemme 2. *Tout équilibre stable* $(\hat{p}_1, \hat{p}_2, \hat{t}_1, \hat{t}_2, \hat{I})$ *est tel que* $(\hat{p}_2, \hat{t}_2)$ *maximise l'utilité de deuxième période d'un électeur ayant le revenu médian, étant donné* $(\hat{p}_1, \hat{t}_1, \hat{I})$.

Démonstration. Notons d'abord que l'utilité de deuxième période de chacun des électeurs est indépendante de la combinaison particulière prix/taxe de première période qui a été choisie. Ceci est directement observable à partir des conditions (14) et (16). Nous pouvons donc ignorer le prix et le niveau d'imposition de première période.

Notons ensuite qu'étant donné $\hat{I}$, une combinaison (p_2, t_2) ne peut être celle d'équilibre si une majorité d'électeurs améliore leur bien-être suite à une petite variation de prix et de taxe (*dp,dt*) telle que la combinaison permette le respect de la contrainte budgétaire de deuxième période.[17]

Soit y^*, le revenu de l'électeur médian et supposons que le choix $(\hat{p}_2, \hat{t}_2)$ ne maximise pas son utilité de deuxième période sous les contraintes budgétaires du gouvernement. Il existe alors un changement (dp_2, dt_2) réalisable tel que :

$$dU(p_2, (1-t_2)y^*) > 0 \tag{21}$$

En utilisant (1) et le théorème de l'enveloppe, on obtient alors

$$dU(p_2, (1-t_2)y^*) = -q(p_2)dp_2 - y^* dt_2 > 0 \tag{22}$$

Supposons d'abord que cette hausse d'utilité soit rendue possible par une diminution de prix $dp_2 < 0$ associée à une augmentation de taxe $dt_2 > 0$. Nous obtenons alors :

$$\frac{q(p_2)}{y^*} > -\frac{dt_2}{dp_2} \tag{23}$$

Soit $\tilde{y} > y^*$ la valeur de revenu telle que :

$$\frac{q(p_2)}{\tilde{y}} = -\frac{dt_2}{dp_2} \tag{24}$$

Alors pour tout $y \in [0, \tilde{y}[$,

$$dU(p_2, (1-t_2)y) = -q(p_2)dp_2 - y \cdot dt_2 \geq 0 \tag{25}$$

et une majorité d'électeurs voteraient en faveur du changement (dp_2, dt_2), ce qui montre que le vecteur initial $(\hat{p}_2, \hat{t}_2)$ n'était pas un équilibre stable.

Supposons ensuite que la hausse d'utilité soit rendue possible par une augmentation de prix $dp_2 > 0$ associée à une diminution de taxe $dt_2 < 0$. Nous obtenons alors de (22) :

[17] La suite de la démonstration est inspirée de Bernard et Roland (1997).

$$\frac{q(p_2)}{y^*} < -\frac{dt_2}{dp_2} \tag{26}$$

Soit $\tilde{\tilde{y}} < y^*$ la valeur de revenu telle que :

$$\frac{q(p_2)}{\tilde{\tilde{y}}} = -\frac{dt_2}{dp_2} \tag{27}$$

Alors pour tout[18] $y \in \left[\tilde{\tilde{y}}, \infty\right[$,

$$dU(p_2,(1-t_2)y) = -q(p_2)dp_2 - y \cdot dt_2 \geq 0 \tag{28}$$

et une majorité d'électeurs voteraient en faveur du changement (dp_2, dt_2), montrant que le vecteur initial $(\hat{p}_2, \hat{t}_2)$ n'était pas un équilibre stable.

Nous concluons donc qu'un équilibre ne peut être obtenu s'il ne maximise pas l'utilité de l'électeur médian. ■

Puisqu'en deuxième période la combinaison d'équilibre est celle qui maximise l'utilité de l'électeur médian, le choix de l'investissement désiré par tout électeur ou par n'importe quel groupe d'électeurs majoritaire devra tenir compte de la variation du choix optimal de l'électeur médian. Il est important de remarquer qu'au moment où l'investissement est choisi, le choix de prix de deuxième période n'est pas connu étant donné que nous ne connaissons pas encore la fonction de coûts (l'investissement n'est pas déterminé) de deuxième période. Ce qui est connu est seulement que le prix est inévitablement choisi par l'électeur médian en deuxième période après qu'un investissement ait eu lieu.

Lemme 3. *Étant donné le pouvoir de décision de l'électeur médian en ce qui concerne le choix du couple* (p_2, t_2) *, le choix portant sur l'investissement est unanime et correspond donc, entre autres, à celui de l'électeur médian.*

[18] Le résultat suivant tiendrait même si $\tilde{\tilde{y}} < y_{\min}$: tous les électeurs seraient alors en faveur du changement.

Démonstration. De la condition (17) du problème (11) et du lemme 2, nous avons :

$$\hat{\phi} I = -\hat{\mu}_1 \cdot p_I + \hat{\mu}_2 \left[\frac{\partial C(q(p_2 *), I)}{\partial I} \right] = 0 \tag{29}$$

où $p_2 *$ représente le prix de deuxième période qui maximise l'utilité d'un électeur de revenu médian.

En remplaçant par les valeurs de $\hat{\mu}_1, \hat{\mu}_2$ on obtient :

$$\hat{\phi} I = -\frac{\hat{y}}{\bar{y}} p_I + \delta \cdot \frac{\hat{y}}{\bar{y}} \partial C(q(p_2), I) / \partial I = 0 \tag{30}$$
$$\Rightarrow p_I = -\delta \cdot \partial C(q(p_2), I) / \partial I$$

Nous voyons que la valeur de l'investissement qui respecte cette règle de décision est indépendante du revenu de l'individu représentatif[19]. ■

Ce résultat s'explique ainsi : pour un individu ayant un revenu $\hat{y}$, le coût marginal est le degré d'imputabilité $\hat{\mu}_1 = \hat{y}/y$ multiplié par le coût unitaire de l'investissement p_I. Pareillement, l'utilité marginale est ce même degré d'imputabilité $\hat{y}/y$ multiplié par la réduction de coût total engendrée par une petite variation de l'investissement $\partial C(q(p_2), I)/\partial I$. Comme cette utilité est de seconde période, elle est escomptée par le facteur δ. À un facteur multiplicatif près, l'utilité marginale et le coût marginal sont les mêmes pour chaque électeur La décision concernant *I* est donc la même pour tout électeur, conditionnellement au choix p_2 par l'électeur médian : le choix de l'investissement maximise l'utilité de toute la population puisqu'il correspond également au choix de l'électeur moyen.

Cette unanimité dépend de deux facteurs. Premièrement, Peu importe leur différence de revenu les électeurs ont la même préférence pour le temps et celle-ci ne varie pas à la marge.

[19] En observant (30) on constate que l'unanimité du choix de l'investissement requiert que le revenu de chaque indididu reste proportionnellement constant d'une période à l'autre. Cette condition est nécessairement respectée puisque nous avons posé par hypothèse la stabilité des revenus.

Ce résultat s'explique par la linéarité de l'utilité par rapport au revenu pour chacune des périodes. Cette linéarité est imposée par le choix d'une fonction d'utilité quasi-linéaire. Deuxièmement, l'utilité marginale procurée par l'investissement pour chacun des consommateurs ne dépend pas de leur consommation particulière respective, mais uniquement des économies de coûts de production nécessaires à l'approvisionnement de la demande totale. Cette demande dépend du choix de prix de l'électeur médian.

Le lemme 2 nous permet d'établir qu'il est de connaissance commune que l'électeur médian décide du couple (p_2, t_2). Le lemme 3 établit qu'en conséquence, il y a unanimité sur le choix de l'investissement. Cet investissement peut être réalisé par une infinité de combinaisons de prix et de taxe de première période qui respectent la contrainte budgétaire comprenant l'investissement d'équilibre. Il nous reste à démontrer que, parmi l'infinité de possibilités de combinaison (p_1, t_1) permettant de réaliser cet investissement, le couple $(\hat{p}_1, \hat{t}_1)$ d'équilibre est celui qui maximisera l'utilité de l'électeur médian.

Lemme 4. *La combinaison prix/taxe* $(\hat{p}_1, \hat{t}_1)$ *d'équilibre est telle qu'il n'existe pas de petit changement réalisable de cette combinaison qui augmente l'utilité de l'électeur médian.*

Démonstration. Pour qu'une combinaison particulière (p_1, t_1) soit choisie parmi une infinité de solutions, elle doit faire en sorte qu'une majorité d'électeurs ne puisse améliorer leur sort suite à une petite variation de prix et de taxe (dp_1, dt_1) respectant la contrainte de première période et garantissant l'investissement d'équilibre pour lequel il y a unanimité. La démonstration consiste alors à reprendre la démarche du lemme 2, à la différence près que t_2 et p_2 deviennent t_1 et p_1. ■

Puisqu'en deuxième période l'électeur médian décide de la combinaison (p_2, t_2), l'investissement de première période correspond à un choix unanime. L'investissement déterminé, nous sommes en mesure d'identifier le choix (p_2, t_2) précis de l'électeur médian en deuxième période. Le lemme 4 nous assure, qu'en première période, l'électeur médian décide de la combinaison (p_1, t_1) particulière qui permet de réaliser l'investissement d'équilibre. Il s'ensuit donc la proposition suivante.

Proposition 1. *La solution d'équilibre* $(\hat{p}_1, \hat{p}_2, \hat{t}_1, \hat{t}_2, \hat{I})$ *du processus électoral maximise l'utilité de l'électeur au revenu médian.*

Démonstration. Il s'agit de combiner les lemmes 2, 3 et 4.[20] ■

4.2 Maximisation du bien-être de l'électeur médian

La solution d'équilibre $(\hat{p}_1, \hat{p}_2, \hat{t}_1, \hat{t}_2, \hat{I})$ du processus électoral maximise le programme de l'électeur au revenu médian. Les conditions du premier ordre sont celles du problème du gouvernement avec $\hat{y} = y^*$. Les conditions (13) et (14) nous donnent les valeurs des multiplicateurs de Lagrange $\mu_1{}^* = \dfrac{y^*}{\bar{y}}$, $\mu_2{}^* = \delta \cdot \dfrac{y^*}{\bar{y}}$. Les conditions pour les deux prix impliquent obligatoirement qu'ils soient inférieurs au coût marginal puisque $y^*/\bar{y} \leq 1$. En manipulant les conditions (15) et (16), nous obtenons pour chaque prix : $p_i = \dfrac{q(p_i)}{q'(p_i)}\left(\dfrac{\bar{y} - y^*}{y^*}\right) + Cm(\cdot),\ i = 1, 2$. Plus la distance entre le revenu médian et moyen est grande, plus le prix est inférieur au coût marginal.

La condition pour l'investissement est l'équation (17). Les taux d'imposition t_1 et t_2 sont déterminés de façon à respecter les contraintes budgétaires.

---

[20] Une solution d'équilibre électoral doit obligatoirement (nécessité) maximiser l'utilité de l'électeur médian. Il est cependant possible que le problème de maximisation de l'électeur médian ait des solutions multiples dont certaines ne constituent pas un équilibre du processus électoral. Une façon d'éliminer cette possibilité serait de faire l'hypothèse que la fonction d'utilité de l'électeur médian est concave dans l'ensemble des variables de décision (p_1, p_2, I, t_1, t_2). Les restrictions qu'imposeraient cette hypothèse sont cependant difficiles à déterminer et pourraient s'avérer relativement fortes. C'est la raison pour laquelle nous ne postulons une telle hypothèse.

5. Comparaison des niveaux d'investissement

La prochaine section servira à comparer l'investissement généré dans le cas socialement optimal et dans le cas du problème de l'électeur médian lorsque l'investissement entrepris dans les deux situations est non nul. La section 5.2 servira à comparer les deux investissements lorsque l'investissement choisi est nul dans au moins un des deux cas.

5.1 Solutions intérieures

Lemme 5. Un même investissement entraîne une baisse plus importante de coût sous le système majoritaire que sous le système la maximisation du bien-être, i.e.

$$\left[-\frac{\partial C(q(p_2*),I)}{\partial I}\right] > \left[-\frac{\partial C(q(\overline{p}_2),I)}{\partial I}\right] \quad \forall, I \tag{31}$$

où p_2* et $\overline{p}_2$ représentent les prix optimaux de seconde période lorsque l'on maximise l'utilité des électeurs médian et moyen, respectivement.

Démonstration. Le coût total est la sommation du coût marginal de chaque unité produite et d'un coût fixe (*F*) possiblement nul :

$$C(q,I) = \int_0^q Cm(x,I)dx + F\,. \tag{32}$$

Si l'électeur moyen décide, le coût est : $C(\overline{q},I) = \int_0^{\overline{q}} Cm(q,I)dq + F$, où $\overline{q} = q(\overline{p}_2)$, alors que

si l'électeur médian décide, $C(q*,I) = \int_0^{q*} Cm(q,I)dq + F$, où $q* = q(p*_2)$. La différence dans les coûts de production est due à une différence de prix. Puisque $\overline{y} > y*$, l'électeur médian préfère un prix inférieur et la quantité produite est donc supérieure : $q* > \overline{q}$. Il s'ensuit que le coût total de production est également supérieur.

On peut réécrire la fonction de coût associée au cas de l'électeur médian comme :

$$C(q^*,k) = \int_0^{q^*} Cm(q,I)dq + F = \int_0^{\bar{q}} Cm(q,I)dq + \int_{\bar{q}}^{q^*} Cm(q,I)dq + F \tag{33}$$

En dérivant par rapport à l'investissement et en multipliant par –1, on obtient :

$$\begin{aligned} -\frac{\partial\left(\int_0^{q^*} Cm(q,I)dq\right)}{\partial I} &= -\frac{\partial\left(\int_0^{\bar{q}} Cm(q,I)dq + \int_{\bar{q}}^{q^*} Cm(q,I)dq\right)}{\partial I} \\ &> -\frac{\partial\left(\int_0^{\bar{q}} Cm(q,I)dq\right)}{\partial I} \end{aligned} \tag{34}$$

ce qui implique, de (32), que

$$\left[-\frac{\partial C(q(p_2^*),I)}{\partial I}\right] > \left[-\frac{\partial C(q(\bar{p}_2),I)}{\partial I}\right] \quad \forall, I\,. \blacksquare \tag{35}$$

Proposition 2. *L'investissement est supérieur sous le scrutin majoritaire que sous la maximisation du bien-être, i.e.* $I^* > \bar{I}$.

Démonstration. Des conditions (13), (14) et (17) du problème (11) résolu pour $\hat{y} = \bar{y}$, nous obtenons :

$$\delta\left[-\frac{\partial C(q(\bar{p}_2),\bar{I})}{\partial I}\right] = p_I$$

où $\bar{I}$ représente la dépense optimale d'investissement pour ce problème. Du lemme 5 et des conditions (13), (14) et (17) du problème (11) résolu pour $\hat{y} = y^*$, nous obtenons :

$$\delta\left[-\frac{\partial C(q(p_2^*),\bar{I})}{\partial I}\right] > \delta\left[-\frac{\partial C(q(\bar{p}_2),\bar{I})}{\partial I}\right]$$
$$= p_I \tag{36}$$
$$= \delta\left[-\frac{\partial C(q(p_2^*),I^*)}{\partial I}\right]$$

Comme $\partial^2 Cm/\partial I^2 > 0$, $\forall I$,[21] nous avons $\partial^2 C/\partial I^2 = \partial^2\left(\int_0^q Cmdx\right)/\partial I^2 = \int_0^q\left(\partial^2 Cm/\partial I^2\right)dx > 0$, où x est la variable d'intégration. Ceci signifie que le coût baisse à un taux décroissant avec l'ampleur de la dépense d'investissement. Il s'ensuit donc que $I^* > \bar{I}$.■

5.2 Les possibilités de solutions de coins

Nous avons jusqu'à présent considéré que les solutions sous le scrutin majoritaire et sous la maximisation du bien-être étaient des solutions intérieures. Nous allons voir qu'en considérant les possibilités de solution de coins pour l'investissement, l'électeur médian ne choisit pas nécessairement un investissement plus important, puisqu'il est possible qu'aucun investissement ne soit réalisé, que l'on maximise l'utilité d'un l'électeur de revenu moyen ou celle d'un électeur de revenu médian. Il sera ensuite mis en évidence qu'un investissement nul dans le cas médian implique obligatoirement un investissement nul dans le cas moyen. Il s'ensuit qu'en tenant compte des solutions de coin, l'énoncé de la proposition 2 devient : « L'investissement sous le scrutin majoritaire est supérieur ou égal à l'investissement sous la maximisation du bien-être, i.e. $I^* \geq \bar{I}$. »

Lemme 6. *Si* $I^* = 0$, alors $\bar{I} = 0$.

---

[21] Cette hypothèse fut postulée en page 16. Elle signifie que le taux de croissance de la baisse du coût diminue avec l'investissement.

Démonstration. Le gain brut de l'investissement est la sommation des gains marginaux de l'investissement. Pour un même niveau d'investissement, le gain brut est supérieur dans le cas de l'électeur médian. Donc :

$$\delta\int_0^I \left(-\partial C(q(p_2 *),x)/\partial x\right)dx - I\cdot p_I \leq 0 \;\; \forall\, I \;\Rightarrow \delta\int_0^I \left(\partial C(q(\bar{p}_2),x)/\partial x\right)dx - I\cdot p_I \leq 0 \;\; \forall\, I\,. \blacksquare \tag{37}$$

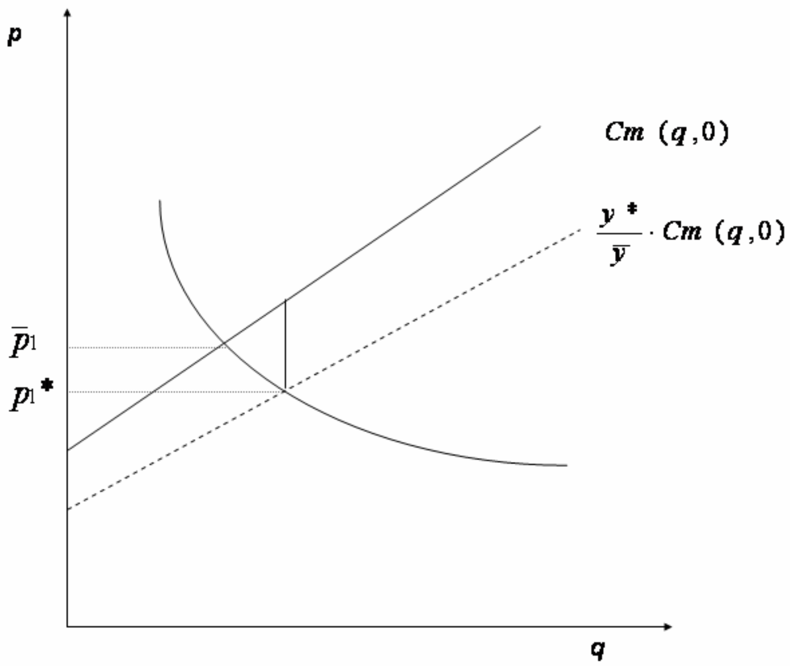
En revanche, la réciproque est fausse. Il est possible qu'il existe des niveaux d'investissement tels que le gain net maximal soit négatif dans le cas où l'électeur moyen décide $\bar{I}=0$ et positif dans le cas où l'électeur médian choisit la valeur des variables du problème $I^* > 0$. Un investissement a plus de chance d'être entrepris dans le cas du problème de l'électeur médian.

6. Interprétation des résultats

À la section 6.1, nous donnons une représentation géométrique des résultats obtenus dans les cas où des solutions intérieures sont obtenues dans les deux problèmes. Cette représentation nous permettra, en section 6.2, de mettre en évidence que sous une certaine condition d'ordre géométrique, le choix d'une majorité électorale se traduit par une baisse de prix entre les périodes 1 et 2 qui est proportionnellement supérieure au cas défini par l'optimum social. Enfin, à la section 6.3, nous discuterons du caractère restrictif de la condition identifiée ci-dessus.

6.1 Représentation graphique des résultats

Dans le cas de l'optimum social, la quantité produite et le prix sont déterminés par la rencontre d'une offre et d'une demande qui représentent respectivement le coût marginal et l'utilité marginale de la consommation de q. La volonté de l'électeur médian est d'avoir un prix inférieur au coût marginal, générant une perte sèche.



Graphique 1

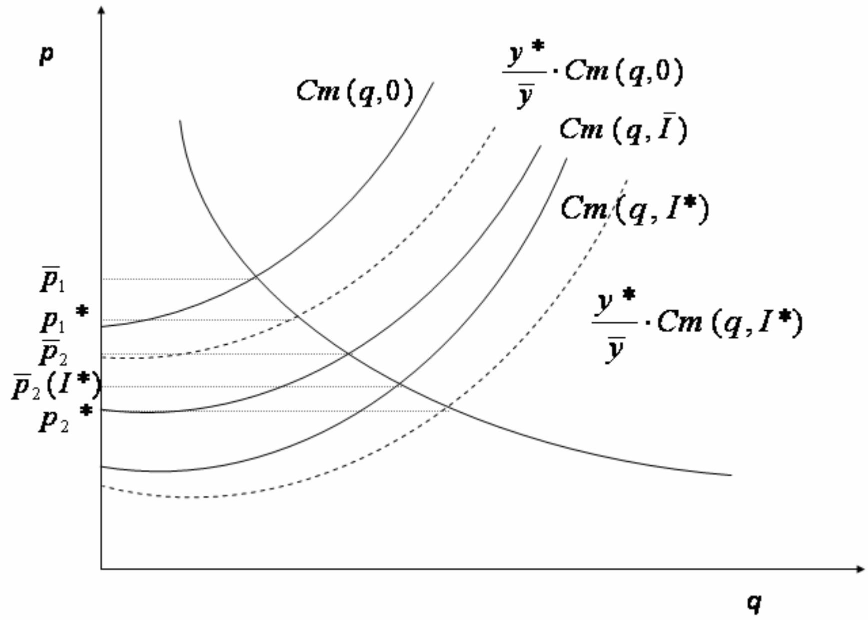
Nous avons défini et interprété $\hat{\mu}_1$ dans les problèmes de l'électeur médian et moyen comme le degré d'imputabilité aux fonds publics. C'est parce que ce degré d'imputabilité n'est pas le même pour les électeurs médian et moyen que nous obtenons des décisions différentes qui sont prises dans chacun des deux cas. La demande du bien q est la même dans les deux cas : une baisse marginale de prix provoque une augmentation d'utilité de $q(\overline{p}_1)$[22]. Par contre, une augmentation du coût de production entraînée par une baisse marginale de prix procure une baisse d'utilité de $\pi p(q(\overline{p}_1),0)$[23] à l'électeur moyen, mais seulement de $\frac{y^*}{\overline{y}} \cdot \pi p(q(\overline{p}_1),0)$ à l'électeur médian pour la même quantité produite.

En deuxième période, un investissement devient effectif et diminue le coût marginal $Cm(q,0)$ de façon plus prononcée dans le cas médian $I^* > \bar{I}$. Dans le cas médian, le nouveau prix p_2* s'obtient par le croisement de la courbe $(y^*/\overline{y})Cm(q,I^*)$ et la demande à l'équilibre choisi par l'électeur médian. Le nouveau prix p_2* est égal à $\frac{y^*}{\overline{y}} \cdot Cm(q,I^*)$.

---

[22] En dérivant partiellement l'utilité par rapport au prix de première période $\overline{p}_1$, on voit immédiatement que :
$(\frac{\partial\tilde{\phi}}{\partial\overline{p}_1} = q(\overline{p}_1) + \underbrace{(\overline{p}_1 - u'(.))}_{0}\frac{\partial q}{\partial\overline{p}_1}) = q(\overline{p}_1)$.

[23] $\pi p(q(\overline{p}_1),0) = q(\overline{p}_1) + \partial q(\overline{p}_1)/\partial\overline{p}_1 - Cm(q,0) \cdot \partial q(\overline{p}_1)/\partial\overline{p}_1$



Graphique 2

6.2 Comparaison des baisses de prix

Les résultats que nous allons établir dans cette section tiennent dans la mesure où le rapport des sensibilités des offres et des demandes est le même en deux points distincts. Le premier point est : $Cm(q(\bar{p}_1),0) = \bar{p}_1$. Le deuxième est une observation hypothétique, le prix $\bar{p}_2(I^*)$ qui serait choisi par l'électeur moyen en deuxième période s'il disposait d'une fonction de coût induit par I^*. En termes géométriques, cette hypothèse revient à postuler l'égalité suivante :

$$\frac{Cm(q(p_2^*),I^*) - \frac{y^*}{\bar{y}} \cdot Cm(q(p_2^*),I^*)}{\bar{p}_2(I^*)} = \frac{Cm(q(p_1^*),0) - \frac{y^*}{\bar{y}} \cdot Cm(q(p_1^*),0)}{\bar{p}_1} \qquad (38)$$

Puisque $y^*/\bar{y} \cdot Cm(q(p_1^*),0) = p_1^*$ et que $y^*/\bar{y} \cdot Cm(q(p_2^*),I^*) = p_2^*$ on peut réécrire l'équation (38) comme :

$$\frac{(\bar{y}/y^*)p_2^* - p_2^*}{\bar{p}_2(I^*)} = \frac{(\bar{y}/y^*)p_1^* - p_1^*}{\bar{p}_1} \tag{39}$$

$$\Rightarrow \frac{p_2^*(\bar{y}/y^* - 1)}{\bar{p}_2(I^*)} = \frac{p_1^*(\bar{y}/y^* - 1)}{\bar{p}_1} \tag{40}$$

$$\Rightarrow \frac{p_2^*}{p_1^*} = \frac{\bar{p}_2(I^*)}{\bar{p}_1}. \tag{41}$$

Le ratio de prix p_2^*/p_1^* obtenu dans le cas médian égalerait le ratio de prix du cas moyen $\bar{p}_2(I^*)/\bar{p}_1$ si l'investissement I^* était entrepris dans le cas du problème de l'électeur moyen. Mais comme $I^* > \bar{I}$, le coût marginal est plus faible dans le cas médian que dans le cas moyen et il s'ensuit que $\bar{p}_2(I^*) < \bar{p}_2(\bar{I})$. Puisque $\bar{p}_1$ ne dépend pas de l'investissement, on peut constater que :

$$\frac{p_2^*}{p_1^*} = \frac{\bar{p}_2(I^*)}{\bar{p}_1} < \frac{\bar{p}_2}{\bar{p}_1}. \tag{42}$$

Le ratio de prix p_2^*/p_1^* est inférieur à celui obtenu dans le cas de l'électeur moyen $\bar{p}_2/\bar{p}_1$. Ceci implique également une baisse de prix proportionnellement plus importante dans le cas médian :

$$\frac{\bar{p}_2}{\bar{p}_1} > \frac{p_2^*}{p_1^*} \Rightarrow \frac{\bar{p}_2}{\bar{p}_1} - 1 > \frac{p_2^*}{p_1^*} - 1 \Rightarrow \frac{\bar{p}_2 - \bar{p}_1}{\bar{p}_1} > \frac{p_2^* - p_1^*}{p_1^*} \tag{43}$$

Ces résultats furent obtenus sous l'hypothèse de solutions intérieures pour l'investissement. Si un investissement est réalisé uniquement dans le cas médian, il n'y a pas de baisse de prix entre les périodes pour le cas moyen et la baisse proportionnelle de prix du cas médian est donc trivialement plus importante. Donc, en considérant les possibilités de solutions de coin, on peut affirmer que : $\frac{\bar{p}_2}{\bar{p}_1} \geq \frac{p_2^*}{p_1^*}$ et. $\frac{\bar{p}_2 - \bar{p}_1}{\bar{p}_1} \geq \frac{p_2^* - p_1^*}{p_1^*}$.

6.3 Condition de comparaison

Sans hypothèses restrictives, rien ne nous permet d'établir en toute rigueur que la baisse de prix du cas moyen est inférieure ou supérieure à celle du cas médian. Deux problèmes se posent. Premièrement, il n'est pas possible de comparer directement la baisse verticale donnée par la variation du coût marginal pour chacun des deux cas, i.e. rien ne nous permet d'affirmer si, pour des niveaux de production $\tilde{q}$ et $\breve{q}$ quelconque, la baisse verticale du coût marginal $Cm(\tilde{q},0)-Cm(\tilde{q},\bar{I})$ est plus petite, égale ou plus grande que $Cm(\breve{q},0)-Cm(\breve{q},I^*)$.

Deuxièmement, même si la réduction du coût marginal était plus importante avec $\hat{y}=y^*$,[24] la variation du coût marginal dans le cas médian s'effectue sur une portion plus plate de la demande que la variation du coût marginal dans le cas moyen. La consommation du bien q est supérieure dans le cas médian, celui-ci est relativement plus saturé de cette consommation. La variation de l'utilité marginale de cette consommation pourrait être moins prononcée dans le cas médian[25]. Dans un tel cas, une même baisse (verticale) du coût marginal par unité d'investissement a moins de propension à se traduire par une diminution de prix.

En posant l'hypothèse d'un rapport des pentes égales aux deux prix $\bar{p}_2(I^*)$ et $\bar{p}_1(\bar{I})$ entre offre et demande, nous imposons une condition suffisante pour rendre comparables en termes de variation de prix les cas moyen et médian. Cette condition peut sembler restrictive, mais elle l'est moins que celle d'une demande linéaire, qui est un cas particulier permis par la condition stipulée.

7. Discussion des résultats

La différence d'investissement dans les cas médian et moyen ne dépend pas du fait que pour un prix donné l'électeur médian consomme une plus grande proportion du bien q, car la demande est indépendante du revenu. Elle dépend entièrement du pouvoir électoral de

---

[24] Ce qui semble vraisemblable étant donné que $I^*>\bar{I}$.

[25] Une fonction d'utilité quasi linéaire peut impliquer une utilité marginale décroissante à un taux décroissant.

l'électeur médian à obtenir un prix de vente inférieur au coût marginal. Cette préférence de prix pour l'électeur médian est due au fait qu'il supporte une plus faible proportion d'impôt que la moyenne et qu'il est plus enclin à préférer des déficits gouvernementaux. De faibles prix, en provoquant une production importante, font que l'investissement choisi dans le cas médian est plus rentable, car cet investissement réduit le coût de chaque unité produite d'une production plus élevée.

Notez que comme les dépenses d'investissement en première période sont supérieures lorsque l'on maximise l'utilité de l'électeur au revenu médian relativement à lorsque l'on maximise le bien-être social, le gouvernement soustrait alors une plus grande part de consommation à l'économie de première période de façon à réduire le futur coût de production d'un bien produit. Rappelons également que le choix d'un investissement plus grand dans le cas médian est unanime étant donné qu'il est connu que le prix de deuxième période est décidé par l'électeur médian. Un investissement tel qu'obtenu dans le cas de l'électeur médian aurait pu être réalisé dans le cas du problème de l'électeur moyen si les individus étaient plus patients ou encore si le coût de l'unité d'investissement p_I était inférieur.

Nous présentons dans la section suivante une variante très simple du modèle pour faire ressortir que l'importance de l'imputabilité à la contrainte budgétaire pour chaque consommateur peut, dans un cadre de propriété privée, influencer l'importance de l'investissement désiré. La différence de résultat qu'apportera la variante du modèle sera que, contrairement au cas de l'entreprise publique, où l'investissement faisait l'objet d'un choix unanime, l'investissement préféré pour chaque électeur va être d'autant plus important que $\hat{y}$ est faible.

8. Une variante du modèle

Nous allons désormais supposer que la firme est privée et que son prix de vente est donc celui qui maximise son profit, qu'elle conserve entièrement à chacune des deux périodes. Le rôle de l'État sera de déterminer une subvention à l'investissement pour l'entreprise et un niveau de taxation. La subvention octroyée en première période sert à réduire le coût marginal de production de deuxième période. Les électeurs sont taxés en première période et ces fonds servent uniquement à la subvention de l'investissement Le gouvernement souhaitera encore pratiquer une politique plaisant à un maximum d'électeurs.

La contrainte budgétaire de première période du gouvernement est :

$$t_1\bar{y} - I \cdot p_I = 0. \tag{44}$$

En deuxième période, le gouvernement ne joue plus aucun rôle et n'a donc pas de contrainte budgétaire. Comme le prix de deuxième période dépend de l'investissement octroyé par le gouvernement en première période, nous écrivons $p_2 = \Phi(I)$, où $-1 < \Phi'(I) < 0$, $\forall I$. Cette relation reflète deux éléments : 1) la capacité d'un investissement à réduire le coût marginal et 2) le fait que, pour une firme, une baisse de coût marginal ne se transmet pas nécessairement à 100% en baisse de prix à cause d'une structure de marché non parfaitement concurrentielle. Nous allons supposer que le prix baisse à un taux décroissant avec l'investissement, soit que :

$$\Phi''(I) \geq 0, \forall I. \tag{45}$$

Le gouvernement cherche à maximiser l'utilité d'un électeur $\hat{y}$ quelconque

$$\max_{I,t} \psi(t,I) = u(q(p_1)) + \hat{y}(1-t) - q(p_1)\cdot p_1 + \delta u(q(\Phi(I))) + \delta\hat{y} - \delta q(\Phi(I))\cdot\Phi(I)$$

$$s.c \quad t\bar{y} - I \cdot p_I = 0 \tag{46}$$

La fonction lagrangienne est :

$$\begin{aligned}\hat{\phi}(I,t,\mu) = u(q(p_1)) + \hat{y}(1-t) - q(p_1)\cdot p_1 + \delta u(q(\Phi(I))) + \delta\hat{y} - \delta q(\Phi(I))\cdot\Phi(I) \\ + \hat{\mu}[t\bar{y} - I \cdot p_I]\end{aligned} \tag{47}$$

Les conditions de premier ordre sont :

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial I} = \quad & -\hat{\mu} p_I + \delta u' \frac{\partial q_i}{\partial \Phi} \frac{d\Phi}{dI} - \delta \Phi(I) \frac{\partial q}{\partial \Phi} \frac{\partial \Phi}{dI} - \delta q \frac{d\Phi(I)}{\partial I} = 0 \\
& \Rightarrow \quad -\delta q \frac{d\Phi(I)}{dI} = \hat{\mu} p_I
\end{aligned}
\tag{48}
$$

$$
\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial t} = -\hat{y} + \hat{\mu}\bar{y} = 0 \tag{49}
$$

$$
\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \hat{\mu}} = t - \frac{p_i I}{\bar{y}} = 0 \tag{50}
$$

On commence par résoudre pour $\hat{\mu}$ avec la condition (49), ce qui nous permet de résoudre la condition (48). Comme auparavant la taxe est déterminée de façon à respecter la contrainte budgétaire. L'investissement est uniquement déterminé par la condition (48); on obtient alors $-\delta \cdot q \frac{d\Phi(I)}{dI} = p_I \cdot \frac{\hat{y}}{\bar{y}}$. On peut immédiatement constater à l'aide de (48) que l'investissement choisi est d'autant plus grand que le revenu de l'individu $\hat{y}$ est faible. L'hypothèse (45) garantit la concavité de la fonction et nous assure qu'une seule solution correspond au maximum d'utilité pour chaque électeur.

Il n'y pas unanimité sur le choix de l'investissement lorsque la firme est privée. Le résultat du processus électoral est de maximiser l'utilité de l'électeur médian[26]. Puisque l'électeur médian dispose d'un revenu inférieur à celui de l'électeur moyen, le processus électoral ne parvient pas à générer un maximum d'utilité pour le groupe constitué de l'ensemble des électeurs; il y a surinvestissement $I^* > \bar{I}$.

Dans les deux cas, celui où la firme est publique et celui où elle est privée, le coût marginal de l'investissement est le même soit : $p_I \cdot \hat{y}/\bar{y}$. L'utilité marginale de l'investissement est d'autant plus importante pour un individu que celui-ci est riche. Dans le cas où la firme est publique, pour un même individu $\hat{y}$ l'utilité marginale et le coût marginal varient tous deux

[26] Ce résultat est la proposition 3 démontré en annexe B

dans la même proportion (voir condition (30)), de telle sorte que la préférence pour l'investissement est la même. Dans le cas où la firme est privée, l'utilité marginale n'est pas d'autant plus grande que l'individu $\hat{y}$ est riche, elle est exactement la même soit : $-\delta \cdot q \frac{d\Phi(I)}{dI}$. La règle de décision n'est pas la même pour les différents individus et l'investissement choisi par l'électeur médian est plus grand que celui par l'électeur moyen, le premier étant moins riche que le dernier.

La différence due au type de propriété de la firme est que, dans le cas public, à la fois le coût de l'investissement et l'effet bénéfique de l'investissement (la baisse de coût de production) sont entièrement incorporés dans la contrainte budgétaire. Dans le cas privé, seul le coût est supporté par la contrainte budgétaire : l'utilité et l'utilité marginale de l'investissement est identique pour tous électeurs.

Dans le modèle de Leblanc et al., des électeurs préfèrent dépenser à leur guise un montant budgétaire plutôt que d'investir dans l'intérêt de l'ensemble de la communauté. Un parallèle est à établir avec le modèle développé du présent mémoire : lorsque la firme est de propriété privée, la moitié la plus pauvre de l'électorat a le pouvoir électoral de canaliser des ressources collectives (revenu de taxe) au profit d'un usage personnel (baisse de prix d'une consommation). Il s'ensuit davantage d'investissement que dans le cas de l'électeur moyen. Dans Leblanc et al., au contraire, procéder à l'investissement est la seule façon d'éviter que des ressources communes soient détournées à des fins personnelles. C'est ce qui explique la divergence d'investissement générée dans les deux modèles.

9. Conclusion

Un facteur de démarcation de tout premier plan entre firmes privées et publiques est les considérations électorales associées à ces dernières. Malgré la très grande importance de la littérature concernant les différences entre propriétés publique et privée, à notre connaissance seulement quelques articles ont cherché à expliquer l'impact des considérations électorales sur le choix d'un investissement entrepris par le gouvernement ou une entreprise relevant de lui. De plus, ces quelques articles ne tiennent pas compte d'un contexte où il y a interdépendance entre le choix de l'investissement et celui d'autres variables telles que le taux d'imposition et le niveau de production, deux autres variables déterminées par des considérations électorales dans notre modèle. Le présent mémoire constitue à notre connaissance le premier effort théorique visant à expliquer le choix de l'investissement dans un contexte où l'investissement est clairement motivé par le rôle de producteur du gouvernement.

Dans notre modèle, les impôts relevés par l'État permettent d'éponger le déficit d'une entreprise publique facturant à un prix inférieur au coût marginal. Le prix entraîne une surproduction qui motive un investissement supérieur à celui généré dans le cas socialement optimal. C'est ce rôle de producteur, jusqu'ici laissé de côté dans la littérature, qui explique que, dans notre modèle et contrairement au reste de la littérature, on obtient que l'investissement choisi par la majorité électorale est supérieur à l'investissement optimal.

Dans une variante du modèle où l'entreprise est de propriété privée, les électeurs ont la possibilité de choisir une subvention à l'investissement. Dans ce cas encore, l'investissement choisi par l'électeur médian est supérieur à celui qui est socialement optimal. La raison est cependant toute autre : l'électeur médian souhaite une plus grande subvention parce que le coût de la subvention à l'investissement est supporté par un taux d'imposition proportionnel et que celui-ci est plus pauvre que la moyenne des électeurs. Dans cette variante du modèle, le niveau de production ne joue aucun rôle puisqu'il est identique dans le cas du choix de l'électeur médian ou de l'optimum social. On peut conclure que le choix de l'électorat d'un investissement servant à réduire les coûts marginaux de production sera plus important que l'investissement optimal peu importe que la firme soit privée ou publique, en supposant le revenu de l'électeur médian inférieur à la moyenne.

Une critique spontanée que l'on pourrait formuler envers toute cette démarche est qu'aucun gouvernement ne tient de scrutin populaire pour déterminer les prix de vente ou un investissement pour une entreprise publique. Tout gouvernement a par contre intérêt à charger le prix optimal pour l'électeur médian[27], s'il veut maximiser la probabilité d'être réélu.

Notre modèle ignore complètement la question des comportements d'agence dans la gestion de l'entreprise publique, i.e. le modèle ignore le fait que les gestionnaires puissent poursuivre des objectifs autres que celui dicté par le gouvernement ou par les électeurs.

Par ailleurs, le modèle utilisé ne permet pas de comparer l'investissement entrepris sous l'influence de facteurs politiques avec celui qui serait entrepris sous un régime privé où l'entreprise choisirait son investissement sans subvention. Il serait sans doute intéressant de pouvoir comparer l'investissement en termes d'importance et de bien-être d'une firme publique avec celui d'une firme privée. La répartition du surplus économique ne sera pas la même entre un investissement entrepris par une firme publique ou privée. L'impossibilité de pratiquer une parfaite discrimination de prix fait qu'une entreprise privée cherchant à maximiser son profit ne peut capter tout le surplus économique engendré par certains investissements[28]. Dans le cas d'une entreprise publique, celle-ci appartient aux électeurs et tout le surplus généré par l'investissement est capté soit par les électeurs en tant que propriétaire soit en tant que consommateur. Dans pareille situation l'investissement généré par la firme publique pourrait être plus grand que celui de l'entreprise privée. Le problème se complexifie à partir du moment où les actionnaires de l'entreprise privée peuvent également être des consommateurs du produit de l'entreprise. Farrell (1985) a démontré que si les actionnaires détenaient une proportion des actions égale à la proportion de leur consommation personnelle sur celle produite au total, le prix serait égal au coût marginal sans égard au pouvoir de marché de la firme. Le même article présente des circonstances où, parce qu'un nombre suffisamment grand de détenteurs d'action consomme une grande (petite) proportion de la production totale, le prix de vente de l'entreprise sera inférieur (supérieur) au coût marginal. Avec de tels scénarios, beaucoup de travail semble nécessaire pour élaborer un modèle de comparaison d'investissement dans un cadre privé et public.

[27] On suppose évidemment que les électeurs comprennent qu'ils sont ultimement les seuls bénéficiaires de la bonne santé financière de l'entreprise publique.
[28] Par exemple, le problème de sous approvisionnement de la qualité du monopoleur mis en évidence par Spence (1975).

Bibliographie

Arnold, R.D., 1979, Congress and Bureaucracy, Yale University Press, New Haven.

Aschauer, D., 1989a, Is Public Expenditure Productive?, Journal of Monetary Economics, 23 (2), 177-200

Aschauer, D., 1989b, Public Investment and Productivity Growth in the Group of Seven, Economic Perspectives, 12, 11-17.

Aschauer, D., 1990, Why is Insfractructure Important? In : Munnell, A.H (Ed.) Is There A Shortfall in Public Capital Investment ?, Federal Reserve Bank of Boston.

Bernard, J.-T., Roland, M., 1997, Rent Dissipation Through Electricity Prices of Publicly Owned Utilities, The Canadian Journal of Economics, 30(4b) 1204-1219.

Besley, T., Coate, S., 1998, Source of Inefficiency in a Representative Democracy : a Dynamic Analysis, American Economic Review, 88 (1), 139-156.

Cohen, L.R., Noll, R.G., 1990, The Political Discount Rate, Stanford University, Center for Economic Policy Research, Technical Papers No. 209

Deno, K.T., 1988, The Effect of Public Capital on US Manufacturing Activity : 1970 to 1978, Southern Economic Journal, 55(2), 400-411.

Eberts, R.W., 1986, Estimating the Contribution of Urban Infrastructure to Regional Growth, Federal Reserve Bank of Cleveland, Working Paper No. 8610

Fair, R.C., 1978. The Effect of Economic Events on Votes for President, Review of Economics and Statistics, 60(2), 159-173.

Fair, R.C., 1988, The Effect of Economic Events on Votes for President : a 1984 update, Political Behaviour, 10, 168-179.

Farrell, J., 1985, Owner-Consumers and Efficiency, Economic Letters, 19 (1985) 303-306.

Hishimori, A., Ogawa, H., 2002, Public Monopoly, Mixed Oligopoly and Productive Efficiency, Australian Economic Papers,185-190, june.

Laffont, J. J., Tirole, J., 1991, Privatization and Incentives, Journal of Law, Economics and Organization 7, p.84-105.

Leblanc,W., Snyder, Jr.J.M., Tripathi, M., 2000, Majority-rule bargaining and the under provision of public investment goods, Journal of public economics, 75, 21-47.

Mayhem, D., 1974, Congress : The Electoral Connection, Yale University Press, New Haven.

Munnell, A.H., 1990a. Why has Productivity Growth Declined ?, Productivity and Public Investment. New England Economic Review, 3-22, Jan-Feb.

Munnell, A.H., 1990b. How does Public Infrastructure Affect Regional Economic performance? In : Munnell, A.H. (Ed.) Is There A Shortfall in Public Capital Investment?, Federal Reserve Bank of Boston, Boston.

Poyago-Theotoky, J,. 1998. R&D Competition in a Mixed Duopoly under Uncertainty and Easy imitation, Journal of Comparative Economics, 26, 415-428.

Schmidt, K., 1990, The Costs and Benefits of Privatization, DP A-330, Universität Bonn.

Shirley, M., Walsh, P., 2000, Public vs. Private Ownership: The Current State of the Debate, Mimeo, The World Bank.

Varian, H.L. 1992, Microeconomic Analysis, third edition, New York, Norton.

Wen, W., Sasaki, D. 2001, The Economic Record, Vol 77, No. 238 283-290.

ANNEXE A

Condition Suffisantes

La solution (13) à (19) proposée pour le problème (11) fut obtenue des conditions nécessaires de Kuhn et Tucker. Nous présentons dans cette annexe des conditions supplémentaires qui font en sorte que les conditions de Kuhn et Tucker deviennent suffisantes pour l'obtention d'un maximum global, i.e. qui assurent que la solution (13) à (19) est optimale. À cette fin, nous allons recourir à un problème équivalent au problème (11) et déterminer des conditions assurant la concavité de la restriction de la fonction langrangienne aux variables de décision pour ce problème équivalent.

Le problème équivalent qui est considéré est simplement le problème (11) où les variables de décision p_1 et p_2 vont être remplacées par leurs quantités respectives $q(p_1)$ et $q(p_2)$. La relation bijective entre prix et quantité nous assure de l'équivalence des problèmes. Aussi, en considérant les quantités q_1 et q_2 consommées en période 1 et 2, respectivement, comme les variables de décision, en définissant la fonction de demande inverse $p(\bullet)$ de façon telle que $p(q_i) = q^{-1}(q_i), i = 1,2,$ et en définissant la fonction de revenu total de l'entreprise par $RT(q) = p(q)q$, le problème équivalent s'écrit :

$$\max_{q_1, q_2, t_1, t_2, I} \quad u(q_1) + \hat{y}(1-t_1) - q_1 \cdot p_1(q_1) \; + \delta u(q_2) + \delta \hat{y}(1-t_1) - \delta q_2 \cdot p_2(q_2)$$

s.c

$$RT(q_1) - C(q_1, 0) + t_1 \bar{y} - I \cdot p_I = 0$$

$$RT(q_2) - C(q_2, I) + t_2 \bar{y} = 0$$

(A.1)

Soit $\hat{L}$ la fonction lagrangienne du problème équivalent :

$$\hat{L}(\bullet) = u(q_1) + \hat{y}(1-t_1) - RT(q_1) \; + \delta u(q_2) + \delta\hat{y}(1-t_1) - \delta RT(q_2)$$

$$+ \hat{\lambda}_1 \left[RT(q_1) - C(q_1, 0) + t_1 \bar{y} - I \cdot p_I \right] \qquad \text{(A.2)}$$
$$+ \hat{\lambda}_2 \left[RT(q_2) - C(q_2, I) + t_2 \bar{y} \right]$$

où $\hat{\lambda}_1$ et $\hat{\lambda}_2$ sont les multiplicateurs de Lagrange. En dénotant le revenu marginal par $Rm(q) = RT'(q)$, les conditions de Kuhn et Tucker pour une solution intérieure sont alors :

$$\hat{L}t_1 = -\hat{y} + \hat{\lambda}_1 \bar{y} = 0 \Rightarrow \hat{\lambda}_1 = \frac{\hat{y}}{\bar{y}} \qquad \text{(A.3)}$$

$$\hat{L}t_2 = -\delta \cdot \hat{y} + \hat{\lambda}_2 \bar{y} = 0 \Rightarrow \hat{\lambda}_1 = \delta \cdot \frac{\hat{y}}{\bar{y}} \qquad \text{(A.4)}$$

$$\hat{L}q_1 = u'(q_1) - Rm(q_1) + \hat{\lambda}_1 [\, Rm(q_1) - Cm(q_1, 0) \,] = 0$$
$$\Rightarrow p_1 - Rm(q_1) + \hat{\lambda}_1 [\, Rm(q_1) - Cm(q_1, 0) \,] = 0 \qquad \text{(A.5)}$$

$$\hat{L}q_2 = p_2 - Rm(q_2) + \hat{\lambda}_1 [\, Rm(q_1) - Cm(q_1, I) \,] = 0 \qquad \text{(A.6)}$$

$$\hat{L}_I = -\hat{\lambda}_1 \cdot p_I + \hat{\lambda}_2 \left[-\frac{\partial C(q(p_2), I)}{\partial I} \right] = 0 \qquad \text{(A.7)}$$

$$\hat{L}_{\hat{\lambda}_1} = \pi(p_1, 0) + t_1 \bar{y} - I = 0 \rightarrow t_1 = \frac{-\pi(p_1, 0) + I \cdot p_I}{\bar{y}} \qquad \text{(A.8)}$$

$$\hat{L}_{\hat{\lambda}_2} = \pi(p_2, 0) + t_2 \bar{y} - I = 0 \rightarrow t_2 = \frac{-\pi(p_2, 0) + I \cdot p_I}{\bar{y}} \qquad \text{(A.9)}$$

Les dérivées secondes de la fonction lagrangienne sont alors :

$$\hat{L}_{t_1 t_1} = 0 \tag{A.10}$$

$$\hat{L}_{t_2 t_2} = 0 \tag{A.11}$$

$$\hat{L}_{q_1 q_1} = p_1' - Rm'(q_1) + \hat{\lambda}_1 \left[Rm'(q_1) - \frac{\partial Cm(q_1, 0)}{\partial q_1} \right] \tag{A.12}$$

$$\hat{L}_{q_2 q_2} = p_2' - Rm'(q_2) + \hat{\lambda}_2 \left[Rm'(q_2) - \frac{\partial Cm(q_2, I)}{\partial q_2} \right] \tag{A.13}$$

$$\hat{L}_{I q_2} = \hat{\lambda}_2 \left[- \frac{\partial Cm(q_2, I)}{\partial I} \right] \tag{A.14}$$

$$\hat{L}_{II} = \hat{\lambda}_2 \left[- \frac{\partial C^2(q_2, I)}{\partial I^2} \right] \tag{A.15}$$

$$\hat{L}_{I t_1} = 0 \tag{A.16}$$

$$\hat{L}_{I t_2} = 0 \tag{A.17}$$

$$\hat{L}_{t_1 q_1} = 0 \tag{A.18}$$

$$\hat{L}_{t_2 q_2} = 0 \tag{A.19}$$

$$\hat{L}_{t_1 q_2} = 0 \tag{A.20}$$

$$\hat{L}_{t_2 q_1} = 0 \tag{A.21}$$

Proposition A.1. Si (*i*) $Rm'(q) - \dfrac{\partial Cm(\bullet, I)}{\partial q} < 0, \forall q, I \in [0, \infty)$, (*ii*) $p'(q) - Rm'(q) < 0, \forall q$ et (*iii*) $\hat{L}_{q_2 q_2} \hat{L}_{II}$ - $\left(\hat{L}_{I q_2}\right)^2 > 0, \forall q_2, I$, alors les conditions de Kuhn et Tucker au problème (A.1) sont suffisantes pour l'obtention d'une solution optimale unique.

Démonstration. Considérons la restriction $\hat{L}(\bullet, \hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2)$ de la fonction lagrangienne. À partir des dérivées secondes (A.9)-(A.20), on obtient la matrice hessienne de cette restriction :

$$\begin{pmatrix} \hat{L}q_1q_1 & \hat{L}q_1q_2 & \hat{L}q_1t_1 & \hat{L}q_1t_2 & \hat{L}q_1I \\ \hat{L}q_1q_1 & \hat{L}q_2q_2 & \hat{L}q_2t_1 & \hat{L}q_2t_2 & \hat{L}q_2I \\ \hat{L}t_1q_1 & \hat{L}t_1q_2 & \hat{L}t_1t_1 & \hat{L}t_1t_2 & \hat{L}t_1I \\ \hat{L}t_2q_1 & \hat{L}t_2q_2 & \hat{L}t_2t_1 & \hat{L}t_2t_2 & \hat{L}t_2I \\ \hat{L}Iq_1 & \hat{L}Iq_2 & \hat{L}It_1 & \hat{L}It_2 & \hat{L}II \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{L}q_1q_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{L}q_2q_2 & 0 & 0 & \hat{L}q_2I \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{L}Iq_2 & 0 & 0 & \hat{L}II \end{pmatrix} \qquad \text{(A.22)}$$

On constate facilement que tous les déterminants des mineurs principaux d'ordre supérieur à deux sont égaux à zéro. Le déterminant d'un seul mineur principal d'ordre deux est non nul : $\begin{vmatrix} \hat{L}q_2q_2 & \hat{L}q_2I \\ \hat{L}\,Iq_2 & \hat{L}\,II \end{vmatrix}$. Par hypothèse $\hat{L}q_2q_2 \cdot \hat{L}\,II - \left(\hat{L}q_2I\right)^2 > 0$.

Les éléments non-nuls de la diagonale sont : $\hat{L}\,q_iq_i = p_i' - Rm'(q_i) + \hat{\lambda}_i\left[Rm'(q_i) - \frac{\partial Cm(q_i,0)}{\partial q_i}\right]$, $i = 1,2,$ qui est négatif en vertu des deux premières hypothèse de la proposition A.1 et $\hat{L}_{II} = \hat{\lambda}_2\left[-\frac{\partial C(\cdot)}{\partial I^2}\right]$, ce qui est négatif selon une démonstration établie à la section 5.1 (tout juste après l'équation (36)).

Comme tous les déterminants des mineurs principaux d'ordre impairs sont non-positifs et que ceux d'ordre pair sont non-négatifs, la fonction lagrangienne est concave dans les variables de décision. Il s'ensuit que les conditions de Kuhn et Tucker sont suffisantes pour l'obtention d'un maximum global. ■

Les deux premières hypothèses de la proposition A.1 servent à garantir que $\hat{L}\,q_iq_i = p_i' - Rm'(q_i) + \hat{\lambda}_i\left[Rm'(q_i) - \frac{\partial Cm(q_i,0)}{\partial q_i}\right] < 0, i = 1,2,.$

La première hypothèse, $Rm'(q_i) - \frac{\partial Cm(\,.\,)}{\partial q_i} < 0$, signifie que la courbe de revenu marginal croise la courbe de coût marginal « par au-dessus » ; il s'agit donc d'une hypothèse courante. La deuxième hypothèse de la proposition A.1, $p_i' - Rm'(q_i) < 0$, est plus restrictive. En remplaçant $Rm'(q_i)$ par sa valeur $p_i''q + 2p_i'$, on voit qu'elle implique que $-p_i' < p_i''q$. Cela signifie que la demande doit être suffisamment convexe. Il faut cependant remarquer que pour une valeur de $\hat{\mu}_i$ de un (le cas de l'électeur moyen), la deuxième hypothèse n'est pas nécessaire. Dans la mesure où le revenu des électeurs médian et moyen sont suffisamment proches, cette deuxième hypothèse ne devrait pas être requise. La troisième hypothèse de la proposition A.1, $\hat{L}q_2q_2 \cdot \hat{L}_{II} - \left(\hat{L}_{q_2I}\right)^2 > 0$, est l'hypothèse usuelle sur les dérivées croisées pour assurer la concavité de la fonction. Soit $\hat{L}_i(\bullet, \hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2)$, la dérivée partielle de la fonction lagrangienne par rapport à la variable de décision i, que l'on interprète comme le bénéfice marginal de la variable de décision i . La troisième hypothèse est alors vérifiée si l'impact direct d'une variable de décision sur le bénéfice marginal, $\hat{L}_{ii}$, est plus important que son effet croisé, $\hat{L}_{ji}$.

ANNEXE B

Démonstration de la proposition 3

Proposition 3 : *Tout équilibre stable* $(\hat{t}, \hat{I})$ *est tel qu'il maximise l'utilité intertemporelle d'un électeur ayant le revenu médian.*

Démonstration.

Un choix $\hat{I}$ ne peut être celui d'équilibre si une majorité d'électeurs améliorent leur bien-être sur les deux périodes suite à une petite variation dI telle que la combinaison permette le respect de la contrainte budgétaire.

Soit y^*, le revenu de l'électeur médian et supposons que le choix de $\hat{I}$ ne maximise pas son utilité de deuxième période sous la contrainte budgétaire du gouvernement. Il existe alors un changement (dI) réalisable tel que :

$$d\psi(q(\Phi), y^*(1-t)) > 0 \tag{B.1}$$

En utilisant (2) et le théorème de l'enveloppe, on obtient :

$$d\psi(q(\Phi), y^*(1-t)) = -\delta q(\Phi(I)) \cdot \frac{d\Phi(I)}{dI} dI + \frac{d[y^*(1-t)]}{dt} \cdot \frac{dt}{dI} dI > 0 \tag{B.2}$$

$$\text{où } \frac{d[y^*(1-t)]}{dt} = -y^* \text{ et où } \frac{dt}{dI} = \frac{p_I}{\overline{y}}$$

Supposons d'abord que cette hausse d'utilité soit rendue possible par une augmentation de l'investissement causant une baisse de prix $d\Phi(I) < 0$ mais nécessitant une augmentation de taxe $dt > 0$. Nous obtenons alors :

$$\frac{-\delta q(\Phi(I))(d\Phi(I)/dI)}{y^*} > \frac{p_I}{\bar{y}} \tag{B.3}$$

Soit $\tilde{y} > y^*$ la valeur de revenu telle que :

$$\frac{-\delta q(\Phi(I))(d\Phi(I)/dI)}{\tilde{y}} = \frac{p_I}{\bar{y}}$$

Alors pour tout $y \in [0, \tilde{y}[$,

$$d\psi(q(\Phi), \tilde{y}(1-t)) = -\delta q(\Phi(I)) \cdot \frac{d\Phi(I)}{dI} dI + \frac{d[\tilde{y}(1-t)]}{dt} \cdot \frac{dt}{dI} dI > 0$$

Une majorité d'électeurs voteraient en faveur du changement (dI), montrant que l'investissement initial $\hat{I}$ n'était pas un équilibre stable.

Supposons ensuite que la hausse d'utilité soit rendue possible par une baisse d'investissement. Cette baisse est associé à une augmentation de prix $d\Phi(I) > 0$ et à une diminution de taxe $dt < 0$. Nous obtenons alors de (B.2) :

$$\frac{-\delta q(\Phi(I))(d\Phi(I)/dI)}{y^*} < \frac{p_I}{\bar{y}}$$

Soit $\tilde{\tilde{y}} < y^*$ la valeur de revenu telle que

$$\frac{-\delta q(\Phi(I))(d\Phi(I)/dI)}{\tilde{\tilde{y}}} = \frac{p_I}{\bar{y}}$$

Alors pour tout $y \in \lfloor \tilde{\tilde{y}}, \infty \lfloor$,

$$d\psi(q(\Phi), y^*(1-t)) = -\delta q(\Phi(I)) \cdot \frac{d\Phi(I)}{dI} dI + \frac{d[y^*(1-t)]}{dt} \cdot \frac{dt}{dI} dI > 0$$

et une majorité d'électeurs voteraient en faveur du changement dI, montrant que l'investissement initial $\hat{I}$ n'était pas un équilibre stable.